なるほど納得ゼミナール

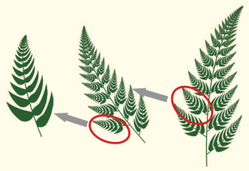
本センターで制作された新作品をひとつずつ本コラムにて紹介します。

フラクタル

今回はフラクタルについてお話します。フラクタルは、フランスの数学者ブノワ・マンデルブロが、1982年に出版した「The Fractal Geometry of Nature」で紹介してから広く知れ渡ることになった理論です。

フラクタルとは、「自己相似性」という性質をもった構造のことで、具体的には、図形の全体をいくつかの部分に分解していった時に全体と同じ形が繰り返し現れる構造のことです。また、フラクタルは幾何学の概念ですが、株価や為替の変動や社会構造など現象的なことでもフラクタルの考え方を応用して解析できるものが多いです。

自然界にも多くのフラクタルを見ることができます。例えば、シダの葉（図１）、雪の結晶、サザエやオウム貝などの巻貝、入道雲のかたち、人体における心臓、血管、リンパ管などの循環器など、様々です。



自然がこれらの複雑な模様や形をつくり出すのは、自然には高度な技術や能力が備わっていて、ある特定な条件がそろったときにその能力が発揮されて、精密な作業を行っているのでしょうか？

実は、これらの模様や形は一見複雑な形をしていますが、単純な規則や操作を繰り返し行った結果、作られたものなのです。たとえば、次の手順で作図してみましょう。

① ある線分を3等分にします。
② 中央の線分を正三角形の底辺とみなし、その正三角形の底辺以外の二辺に置き換えます。
③ ②の操作によって新しくできたすべての線分に対しても②の操作を行います。
④ 新しくできたすべての線分に対しても②の操作を繰り返し行います。

すると、まるでサンゴのような形になっていくのがわかります。

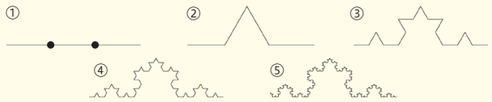


図2

この図は、1890年にスウェーデンの数学者ヘルゲ・フォン・コッホによって考案され、「コッホの曲線」と呼ばれています。彼は限られた面積の中に無限の長さを持つ図形が描けないかと考えているときに、この図形を生み出したそうです。

同じく1890年にイタリアの数学者ジュゼッペ・ペアノは、自己相似性をもつ図形を上手く利用することで、「正方形の全ての点を通過する曲線（ペアノ曲線）」を発見しました。しかし、その翌年、ドイツの数学者ダーヴィット・ヒルベルトによってペアノ曲線よりも更にシンプルな方法が考案されたので、そちらを紹介しましょう。その方法は以下の手順で描くことができます。

① 正方形を4つの正方形の領域に等分します。
② それら4つの領域を通過する一筆書きの曲線（折れ線）を描きます（始点と終点を赤丸●で示しています）。これを図形1とします。
③ 図形1を1/2に縮小したものを4つ用意し、正方形状に置きます。そのとき、上2つは向きをそのまま、下二つはそれぞれ（お互い逆方向に）90°回転させた向きにします。そしてこれらの4つの図形１を一筆書きになるようにつなげます。これを図形2とします。
④ 図形2に対しても③の操作をして図形3を得ます。
⑤ 図形n-1から図形ｎを繰り返し作ります。

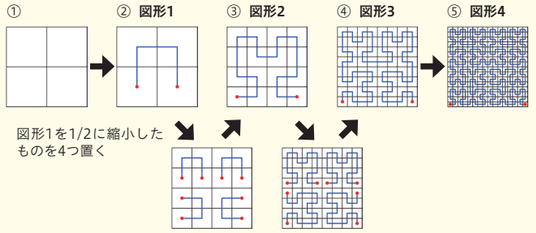


図3

このような操作を限りなく繰り返せば、曲線が正方形を充填していくことがこれでわかります。

ところで、フラクタルという幾何学の概念は、1975年に冒頭で紹介したマンデルブロが提案したもので、上記で紹介したコッホの曲線やペアノの曲線などの過去に行われていた研究もその概念の中に含むもとのとしています。

マンデルブロの研究で特に有名なのは、冒頭の著書で紹介した「マンデルブロ集合」です。漸化式：$Z_0 = 0$、$Z_{n+1} = Z_n^2 + C$（複素数C = x +yi）{n = 0 , 1 , 2 ,･･･}で定義される複素数列が、n→∞の極限で無限大に発散しないという条件を満たす複素数C全体が作る集合がマンデルブロ集合です。　この条件を満たす複素数Cを複素平面上の点で表すとフラクタル図形が現れます。

なお、この図形の作図は、膨大な量のデータを使うので、人間の手で作図するのは不可能なので、コンピュータを使って描画します。マンデルブロ集合が発表された当時のコンピュータではたくさんの時間を要していましたが、最近のコンピュータでは瞬時に描画が可能です。

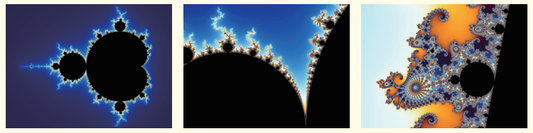


写真1　写真2　写真3

上の写真1～3は、複素平面上の点の（x , y）座標の数値を複素数C = x+yiに代入して上記の漸化式を計算した場合、複素数列が発散しない場合の点の色を黒、発散する場合の点の色を、発散する速度に応じた色でコンピュータで描画したものです。つまり黒い部分がマンデルブロ集合の図形です。

写真1の中央のハート型の図形がカージオイド（心臓形）と呼ばれる図形です。その周りには円のような形のものが積み重なってくっついていたり、ある一カ所を拡大して見ると（写真2、写真3）、螺旋のような渦巻きや、タツノオトシゴのような形など様々な図形を見ることができます。高校で習う比較的単純な漸化式から、このような神秘的なのか、怪奇的なのか、言葉では言い表せないような図形が出現したことから、数学者や技術者だけでなく、芸術家や心理学者など、多方面の人々に大きな衝撃を与えました。

（文責・制作　数学体験館テクニカルディレクター 山口康之）

●お問合せ先
東京理科大学　理数教育研究センター
（事務局：学務部 学務課）
〒162-8601　東京都新宿区神楽坂1-3
TEL. 03-5228-7329　FAX. 03-5228-7330

理数教育研究センターホームページ
https://www.tus.ac.jp/mse/

数学体験館ホームページ
https://www.tus.ac.jp/mse/taikenkan/

理数教育フォーラム

Renovate Math & Science Education

第45号
2024.3
発行：理数教育研究センター

Contents

1 ソルボンヌ大学の数学博物館（La Maison Poincaré）訪問記
2 「第16回 算数／数学・授業の達人大賞」・「第2回 理科・授業の達人大賞」開催報告
3 シンポジウム「国際科学オリンピックの主催と日本の理数教育」開催報告
4 なるほど納得ゼミナール フラクタル

ポアンカレ研究所付属数学博物館

キュリー博物館

ソルボンヌ大学の数学博物館（La Maison Poincaré）訪問記

理数教育研究センター　教授
事業推進部門長
伊藤 稔

世界中には様々な博物館があります。2031年に本学が創立150周年を迎えるにあたり、本学博物館運営の参考のために、2024年の１月、パリに誕生したばかりの数学博物館を見学しました。特に数学教育に特化した点では、秋山仁先生が11年前本学に創設した数学体験館は、世界中を探しても大変に珍しい貴重な博物館の１つです。フランスのソルボンヌ大学には、数学者ポアンカレの名前を冠した研究所や放射線の発見者キュリーの功績を称えた博物館が、同じ敷地内にあります。2023年9月30日、ポアンカレ研究所の付属施設として数学博物館（La Maison Poincaré）がオープンしました。ここに、パリの学生街カルチェラタンにあるポアンカレ研究所付属数学博物館の様子を簡単にご紹介させていただきます。

フランス教育大臣リテールロー氏、ポアンカレ研究所長のベンゾーニ氏らが、12年の歳月をかけてソルボンヌ大学に数学博物館を創設しました。フィールズ賞受賞者のヴィラーニ氏は、「様々な表現を通して数学を感じ、見ることができる場所」を目指したことを同施設ホームページで紹介しています。「数学を学ぶことを通して、人間の中にすでに備わっている想像力や人間の心身のバランスのとれた情緒を育むことができる」また、「数学と科学を結び付ける美しいシンボル」としての役割を期待しているそうです。日本でも、数学者 岡潔が寺田寅彦のことば「発見の鋭い喜び」を「数学を学ぶ喜び」として引用しています。

ポアンカレ研究所付属数学博物館は、数学と社会科学の様々な分野がどのように結びついているか、人類がこれまで数学を通して、自然や社会現象をモデル化し、視覚化することを通して、人びとが数学を理解できるように展示を工夫しています。所長のベンゾーニ氏は、学校の教師が数学博物館に子どもたちと一緒に訪れて、「数学を楽しんでくれること」を期待しています。「次世代を担う子どもたちが数学の学びを通して、生きる喜び、生活の中の数学を楽しむ体験から、はじめは、あいまいに見える様々な自然や社会現象も、数理的に理解して、論理的な思考ができるようになる」ことがこの数学博物館の設立趣旨の１つです。今後は、年間3万人の訪問者を予定しています。

「第16回 算数/数学・授業の達人大賞」・「第2回 理科・授業の達人大賞」開催報告

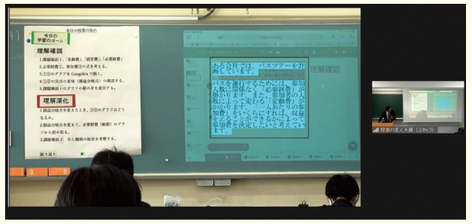
理数教育研究センター
数学教育研究部門長
渡辺 雄貴

東京理科大学 教育支援機構 理数教育研究センターでは、小・中・高等学校において、意欲的な実践・研究や創意あふれる指導により、優れた授業を実践した算数・数学科、理科の教員を顕彰しています。多くの応募の中から受賞者を決定し、2023年12月10日（日）に神楽坂キャンパスにてハイフレックス形式で授賞式・講評を行い、最優秀賞受賞者による模擬授業を行いました。また、本学教職教育センター 興治文子教授による宇宙教育プログラム特別講演も行われました。

【算数/数学部門】

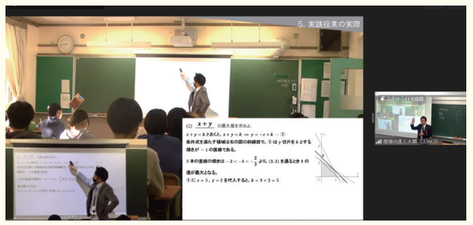
■最優秀賞 2件

●港区立港南中学校　高山 琢磨 先生
題名：**損益分岐点を求める活動を通してグラフの交点の意味を理解する**
単元：1次関数の利用



高山琢磨先生の模擬授業

●筑波大学附属高等学校　三輪 直也 先生
題名：**線形計画法**
単元：数学Ⅱ・図形と方程式



三輪直也先生の模擬授業

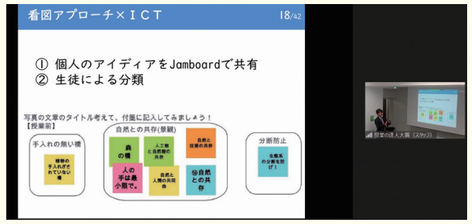
■優秀賞 1件

●北海道教育大学附属旭川中学校　菅原 大 先生
題名：**分数を含む方程式**
単元：中1・方程式

【理科部門】

■最優秀賞

●熊本県立熊本北高等学校　溝上 広樹 先生
題名：**一人一台端末を利用した高校生物における看図アプローチ授業実践**
単元：生物多様性を減少させる要因



溝上広樹先生の模擬授業

■審査員特別賞

●聖学院中学校高等学校　山本 周 先生、諸橋 陸 先生
題名：**「音」をテーマとしたSTEAM授業 ～音のかんかくストレッチとAbltonで楽曲作成～**
単元：ー

■副賞（受賞者に贈呈）
［算数／数学、理科両方の受賞者］
株式会社ナオコ（Naoco Inc.）
・TI-108 カバー付き電卓、DIARY ブック

科学新興新社 / フォーラム・A
「国際調査からみた日本の学力 日本の未来を切り拓け」
澤田利夫（編著）
「高校生の数学力NOW ⅩⅧ」
東京理科大学数学教育研究所（編著）

［理科の受賞者のみ］
白水社
「14歳からの生物学 学校で教えてくれない〈ヒト〉の科学」
サリー・ヒル　編集／松田良一　監訳／
岡本哲治　監訳

［宇宙教育プログラム特別講演］※

●東京理科大学 教職教育センター 興治 文子 教授
タイトル：**生徒の探究を促す宇宙を題材としたSTEAM教育**

※宇宙教育プログラムは、文部科学省の委託事業（宇宙航空科学技術推進委託費）「探究学習向け『宇宙教育プログラム』の開発と実践」によって実施されるプログラムです。

興治文子先生の特別講演

シンポジウム「国際科学オリンピックの主催と日本の理数教育」開催報告

理数教育研究センター
理科教育研究部門長
興治 文子

「国際科学オリンピックの主催と日本の理数教育」と題したシンポジウムが、2023年12月9日（土）13時から16時の日程で、神楽坂キャンパスにてハイフレックス形式で行われました。

国際科学オリンピックのうち、生物学は2020年のコロナ禍中に国際大会を日本で開催、数学と物理学は2023年に国際大会を日本で開催したことを受け、関係者にその成果を共有していただき、これからの日本の理数教育を再考することを目的としたものです。対面、オンラインともに、多くの教育関係者に参加いただき、シンポジウム終了後にも熱心に質疑応答がされる様子がうかがえました。

シンポジウムは、興治文子・東京理科大学教授の趣旨説明で始まり、北原和夫氏（東京工業大学名誉教授、国際基督教大学名誉教授、東京理科大学元教授、日本科学オリンピック委員会元運営委員長）からは、国際科学オリンピックの目的や参加の意義、日本の参加の歴史（初参加は、数学1990年、地学2002年、化学2003年、情報2004年、生物学2005年、物理2006年、地学2008年）、各科学オリンピックの国内の選抜状況について述べられました。また、2018年には7つの分野の横のつながりを強化する目的での日本科学オリンピック委員会を結成し、国内で組織的に推進していることについて紹介がありました。

秋山仁氏（東京理科大学栄誉教授）からは、数学オリンピックのメリット、デメリットの紹介があり、研究者にとって大切な能力、これからの時代が求める能力、そのために必要な教育と幅広い視点からのご講演をいただきました。

家泰弘氏（中部大学総長、東京大学名誉教授、国際物理オリンピック2023組織委員会実行委員会委員長）からはCOVID-19と共存している状況で、どのように国際物理オリンピック開催に向けて準備してきたのか、また開催中はどのような内容が行われたのかについてご紹介がありました。

渡辺一之氏（東京理科大学名誉教授、物理オリンピック日本委員会理事長）からは、国際物理オリンピックに送り出す立場から、国内選抜の様子や、2023年に日本で開催された国際大会の記録をまとめた映像資料を用いたご説明がありました。

松田良一氏（東京大学名誉教授、東京理科大学元教授、国際生物学オリンピック元議長）からは、国際生物学オリンピックの組織委員長としてコロナ禍中にどのように運営してきたのか、また会期中に行われる教育セッションでの各国の教育事情についてご紹介がありました。特に生物教育において、オランダの教科書では性感染症についての記述もあるなどヒトを対象とした教育内容の違いと、日本の今後の教育に向けたご意見がありました。

パネルディスカッションでは、ジェンダーやダイバーシティの問題、トップ層の育成と理科好きの裾野の拡大、Science Englishについてなど、幅広い内容について議論が交わされました。

家泰弘先生の講演

パネルディスカッション