

なるほど納得ゼミナール

本センターで制作された新作品をひとつずつ本コラムにて紹介します。

その43

双六(すごろく) 必勝法

数学の醍醐味のひとつに“先を見て対策を講じることができ”があります。その一例を、今回はゲームで紹介しまし

よう。迷路から脱出する方法を考えるとときに、「今いる地点から出口までの経路」を考えるよりも、逆に「出口から今いる地点までの経路」を考える方が考えやすいことが多い。それと同じように、ゲームの攻略法を考える時の常套手段は、“最後に勝つ状態”から逆に、その状態に辿り着くためには、その前の状態はどういう状態だったらいいか、さらにその状態に辿り着くためには、どうい状態だったらいいか…と、ゲームの流れとは逆に考えていくことです。今回は、名付けて『逆辿り戦略』で、ゲームを攻略する方法を考えてみましょう。

すごろくゲーム

図1のように、全部で28マス(27~0の番号のついたマス)進めるすごろく盤があり、そのスタートの位置(たとえば“27”の手前の位置)に駒が1つ置かれています。

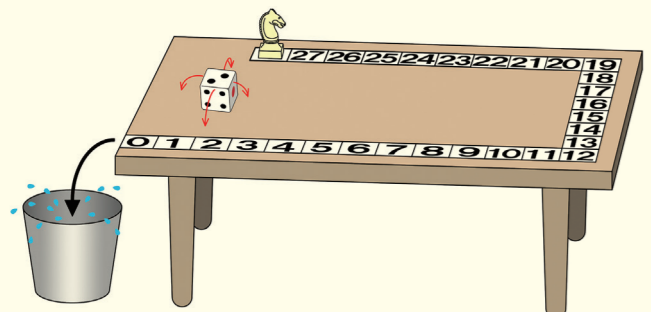


図1

サイコロを勝手な向きに置き、その状態から次の要領で先手、後手が交互にプレーします。サイコロを90°だけ倒し、新しく上面に出たサイコロの目の数だけ駒を(すごろく上で)進めます。つまり、サイコロを90°倒す前に、側面の目を調べて、どの目を選べば良いか戦略を練りながらサイコロを倒すことができます。このようにして、駒を交互に進めていき、進むマスがなくなり、マス番号0を超えて、駒を机の下に落とした方が負けです。

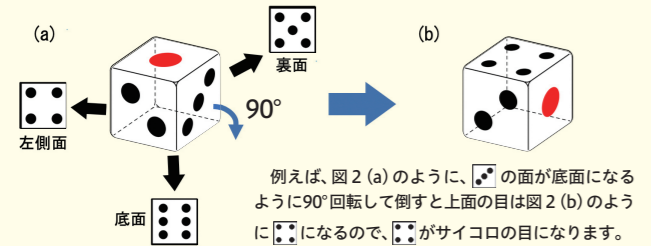


図2

さて、どのような戦略を立てれば、勝つことができるでしょうか？

Step 1:

駒があるマスの番号と、今出ているサイコロの目をペアにして、各状態を表(表1)にして表すことにしましょう。例えば、現在、すごろくの図のマスの駒があり、サイコロの上面に「2」が出ている状態を(26、「2」)と表すことにする。

Step 2:

各状態で自分の順番が回ってきたとき、その状態から勝ちに持ち込めるか、あるいは、どうやっても相手に負かされてしまうかを調べる。このとき、スタートの状態から考えるのではなく、最初に、マス0にいる状態、次に、1にいる状態、……という具合に逆から順に調べ、表1の空欄を埋めていきます。

Table 1: A grid representing game states with columns for die faces (0-6) and rows for board positions (0-27).

表1

向かい合う面の目の合計が7になるというサイコロの性質から、「2」の裏は「5」、「3」の裏は「4」、「4」の裏は「3」なので、例えば、「2」が上面に出ているとき、次に「5」または「5」を出すことはできないことに注意しましょう(図3)。

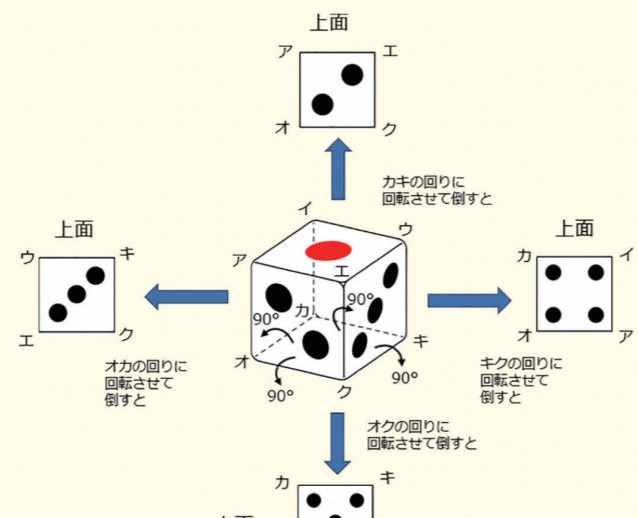


図3

Step 3:

(1)駒が0のマスのあるとき: どの目を出しても負けなので、表1の0の横一列に“負”と書きます(表2)。

(2)駒が1のマスのあるとき:

現在、上面に「2」または「5」が出ているときは「2」が出せないで、必ず負けです。よって、表1の(1、「2」)または(1、「5」)の欄には“負”と書く。

サイコロが「2」または「5」以外の目が出ているときは「2」を出せば、相手に(0、「2」)という負けの状態を渡すことができ、必ず勝てる。そこで、該当欄に、“勝 2”と書く(表2)。

(3)(2、「2」)または(2、「5」)の状態のとき:

現在の状態(2、「2」)または(2、「5」)ならば、相手に渡せる負けの状態は、次の状態だけである:(0、「2」)。

したがって、このとき「2」を出せば勝てるので、該当欄に“勝 2”と書く。

(4)(2、「3」)または(2、「4」)の状態のとき:

この状態から相手に渡せる負けの状態は、次の状態だけである:(1、「2」)。

したがって、このときは「2」を出せば必ず勝てる“勝”の状態なので、該当欄に“勝 2”と書く。

(5)(2、「5」)または(2、「6」)の状態のとき:

このとき、「3」か「4」を出せば必ず勝てる。

Table 2: A grid showing the results of dice rolls for each board position, indicating win/loss and the winning roll.

表2

(6)たとえば、(4、「3」)の状態のとき:

「5」を出すと、駒がドボンとなって、自分の負けです。それ以外の目を出すと、この状態から相手に渡せる状態は、次の3つの状態になる。:

- (3、「2」)……勝つ状態
(1、「3」)……勝つ状態
(0、「5」)……負ける状態

よって、「5」を出せば、相手に「負けの状態」を渡せるので、「5」を出せば勝てる。

お問合せ先
東京理科大学 理数教育研究センター
(事務局:学務部 学務課)
〒162-8601 東京都新宿区神楽坂1-3
TEL. 03-5228-7329 FAX. 03-5228-7330

理数教育研究センターホームページ



https://www.tus.ac.jp/mse/

数体験館ホームページ



https://www.tus.ac.jp/mse/taikankan/

以下、同様に考察していくことにより、表3を得ることができる。

Table 3: A large grid showing the results of dice rolls for each board position, indicating win/loss and the winning roll.

表3

相相手に順番を渡すとき、いつも駒が表3の負の状況にあるようにゲームを進めていけば必ず勝てます。これが必勝法ですが、これを頭に叩き込むのは大変ですね。でも周期性(この場合は9)があるので、それほど難しくはありません。このゲームは周期性がある場合、ずーっと先まで見通すことができるという事実の一例です。

(文責:制作 数体験館テクニカルディレクター 山口康之)

理数教育フォーラム

Renovate Math & Science Education

第43号

2023.10
発行:理数教育研究センター

Contents

- 1 「伝える文章の書き方講座」から学んだ伝える文章に必要な2つの要素
2 高校生と高校理科教員のための「微生物学実験」と「細胞培養講習会」を開講
3 研究・教育活動紹介⑯ 結び目理論の研究とアウトリーチ活動
4 研究・教育活動紹介⑳ 数学教育における類推研究
5 なるほど納得ゼミナール 双六(すごろく)必勝法

「伝える文章の書き方講座」から学んだ
伝える文章に必要な2つの要素

理学研究科物理学専攻
博士後期課程2年

森 彩花



「伝える文章の書き方講座」に参加し、科学ジャーナリストとして活躍されてきた高橋真理子先生から、主張・事実などを伝える文章の書き方についてご教授いただきました。今まで、研究費の申請書や学会の予稿など様々な「伝えるための文章」を書く機会がありましたが、その書き方について学ぶ機会が少なく、文章の作成に苦勞してきました。今回の講義では、あらゆる「伝えるための文章」で共通する作文のポイントを学ぶことができました。特に、「想定される読者にとってわかりやすい」と「最も伝えたいことを主軸に文章を構成する」ことが重要であると理解できました。理解しただけでなく、これらを意識した作文ができるようになったと感じています。

この講義は全3回あり、1回目は高橋先生の講義動画を視聴しました。指定されたテーマで文章を作成する課題が2つ出され、2回目、3回目の講義中に自分の書いた課題の文章を先生や他の受講生に読んでもらい、意見交換をしました。その後、もらった意見をもとにもう一度2つ目の課題を書き直しました。

2つの課題のどちらも「エンパシー(相手の立場になって考えること)」を意識した内容になっているかが重視されました。例えば、2つ目の課題である「中高生に自分の研究を紹介する」では、想定される読者である中高生が知らない専門用語は使えません。さらに、中高生が読み進められるように、興味を惹く話題を入れることも重要です。エンパシーを意識することは意外と難しく、他の人の文章を読んで自分が配慮できていない部分に気づくこともあり、勉強になりました。

また、「トピックセンテンス(その文章全体で最も伝えたいことを書いた文)」を意識した文章構成も勉強になりました。初めにトピックセンテンスを持つことで、主張が明確な文章を作成することができました。さらに、トピックセンテンスを意識して書くことで、読み手にとって読みやすい文章になるだけでなく、書き手にとっても入れるべき情報の取捨選択や文章の流れを考えやすくなったと感じました。

今回の講義で、エンパシーとトピックセンテンスの重要性を痛感しました。どちらも、これまでほとんど聞いたことのなかった概念です。これらを意識した「伝える文章」を、今後の研究発表などの機会には書いていきます。



講座の様子

中高生に自分の研究を紹介する

※「中高生に自分の研究を紹介する」で取り組んだ作品は理数教育研究センターホームページで公開しています。

高校生と高校理科教員のための 「微生物学実験」と「細胞培養講習会」を開講



理学研究科客員教授
松田良一



理学研究科科学教育専攻博士後期課程1年
東京学館浦南高等学校非常勤講師・
坂下 丈太

はじめに

微生物の増殖や殺菌について体験的に学ぶことは、いつパンデミックが襲ってくるか分からない世界に生きる上で大事なことです。しかし、ほとんどの高校では微生物学実験は行われていません。同様に、生きた本物の動物細胞を観察し、実験する機会はなく、教科書に載った図や写真を見て信じるだけです。生きた微生物や動物細胞を培養するには、特殊な技術と高額な実験機器が必要で高校では困難だと思われるからです。そこで、高校生物の教育現場で実施が容易で興味喚起に有効なテーマと手法を考案し、高校生と高校理科教員に実際に体験してもらう目的で「微生物学実験」と「細胞培養講習会」を開講しました。

「微生物学実験」

8月23日と25日の2日間開講し、高校生27名と教員4名が参加しました。

・乳酸菌に対する太陽光線の影響

3名で1班として実験を行い、予め市販乳酸菌飲料を希釈し、スプレーで噴霧植菌した細菌培養用寒天プレートに配布し、そのプレート半分をアルミ箔で覆い、さらに全体をサランラップでカバーしてから野外で太陽光線を当てました。その後、48時間37°Cで培養し、覆った部分と覆っていない部分のコロニー数を計測しました。太陽光線の殺菌作用が容易に検出できました。

・身の回りの微生物

寒天プレートを教室内や野外で一定時間、ふたを開けて空中落下微生物を捕集しました。また、自分の指紋や所持品の表面



微生物学実験に用いた乳酸菌培養用寒天培地
実験初日に2-3名でグループを作り、予め乳酸菌をスプレーした寒天培地に日光を照射、あるいはニンニクやショウガ等の香辛料片(チューブ入りの市販品)を少量載せ、37°Cで48時間培養した。その後、それらの乳酸菌の増殖に対する効果を調べた。

に粘着性シールを貼り、そのシールを寒天プレート表面にスタンプ植菌しました。これらを37°Cで48時間培養、観察し、コロニー数を計測しました。その結果、身の回りが如何に微生物であふれているかを実感できました。これらの結果を各班で議論し、さらに参加者全員の前で発表、議論しました。

参加者から「一日目でおこなった実験では予想していた結果とは異なる結果が得られましたが、その原因を考察することで、実験に対する考えと理解を深めることができました」、「初対面の3名で構成する班ごとにディスカッションし発表をすることでコミュニケーション能力も上げることができました」という感想が寄せられました。



微生物学実験の授業風景
実験に先立ち、無菌操作、寒天培地および微生物の培養法について説明した。



実験で得られた結果とその考察を発表
各グループごとに培養結果を集計し、その考察を発表して参加者同士で議論した。

「細胞培養講習会」

8月22日と24日の2日間開講し、高校生19名と高校理科教員4名が参加しました。

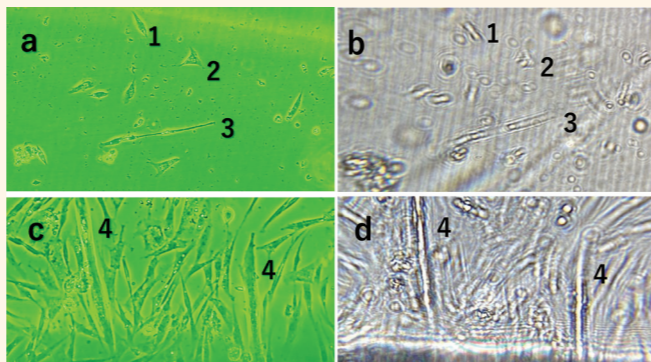
・細胞接着タンパク質の分解による細胞への影響

講習会の始めに細胞培養の環境条件(栄養、無菌状態の維持、温度、pH等)の重要性と培養方法について説明しました。次に予め2日前にニワトリ胚の骨格筋細胞を培養しておいた細胞皿を2名1組の生徒たちに配付し、倒立位顕微鏡で観察しました。次に細胞皿にタンパク質分解酵素トリプシン溶液を加え、その影響を観察し、細胞が次第にバラバラに分散し丸くなる様子を観察しました。その後、バラバラになった細胞の培養を続け、2日目に細胞の様子を倒立位顕微鏡で観察しました。なんと、バラバラになった筋細胞は細胞の接着が回復し、一部の筋細胞は融合して多核筋管細胞に分化しているのが観察できました。参加者はみな、初めて見る生きた細胞のダイナミックな変化に見入っていました。観察後、細胞を培養皿ごとアルコール固定、ギムザ染色し、永久標本を作りました。これらの標本と培養中の細胞を培養瓶で自宅に持ち帰りスマホ顕微鏡(後述)で観察を続けました。

参加者から「細胞培養をしたのは今回が初めてで、ワクワク感があったのと、今まで知らなかったことをたくさん知ることが出来ました」、「普段、高校では経験できないような実験を他校の高校生の子と協力して実験をするという新鮮な体験ができ



細胞培養講習会の授業風景
あらかじめ培養し、ギムザ染色した骨格筋細胞の顕微鏡像を投影しながら、細胞培養の方法、骨格筋細胞の分化について説明した。



位相差顕微鏡(a, c)とスマホ顕微鏡(b, d)による培養骨格筋細胞の観察
写真中の各番号はそれぞれの細胞を示す。スマホ顕微鏡でも単核細胞の観察が可能であった。
1. 細胞融合し多核化する前の未分化な単核筋細胞(筋芽細胞)
2. 骨格筋組織に含まれる結合組織を作る非筋肉細胞(繊維芽細胞)
3. 伸長して針状化した筋芽細胞
4. 筋芽細胞や融合し多核化し分化した筋細胞(筋管細胞)

とても楽しかった」、「家でもスマホ顕微鏡を使って簡単に培養細胞の様子を見ることが出来て驚きました」などの感想が寄せられました。

高校でもできる細胞培養法の提案

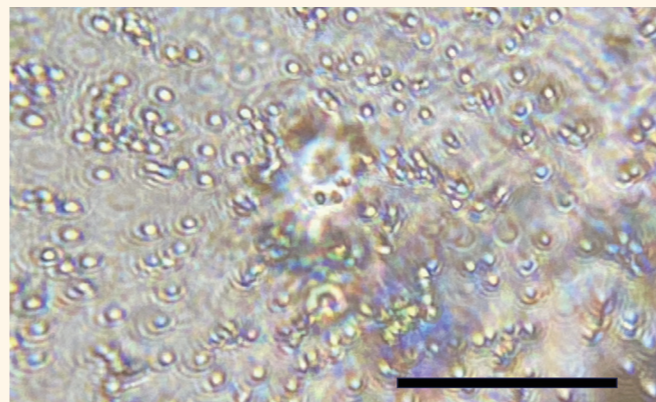
細胞培養は無菌操作と特殊な培養器や倒立位顕微鏡が必要です。これらは普通の高校の教育現場にはありません。幸い今回の講習会を準備する過程で、高校現場で実施可能な方法を見出すことが出来ました。

- 1) 培養液のpHを中性に維持する緩衝剤入りの培養液に替えたところ、5%炭酸ガス培養器が不要となりました。この培養液を用い、密閉できる培養瓶を使い、高校にもあるような恒温器内で元気な細胞を2週間も培養できました。
- 2) 培養瓶をひっくり返して培養底面を上にして、高校にある普通顕微鏡で生きた細胞を日々、観察できることが分かりました。
- 3) スマホのセルフイー用のレンズの上に単球レンズを固定し、照明を工夫することで細胞を観察・記録できることが分かりました。これらの方法を組み合わせると高校では不可能だった動物細胞の培養が簡単にできるようになりました。

本当に生きている細胞を見て、理科好きになる生徒が増えることを期待します。



スマホ顕微鏡の作製
参加者に1.5mmのガラスビーズを配り、それを小さな穴を開けたプラスチック板に挟んでレーヴェンフック型の単レンズ顕微鏡を作り、これをスマートフォンのセルフイーレンズ部にテープ固定し、スマホ顕微鏡を作った。



スマホ顕微鏡によるマウスの赤血球の観察
マウスの赤血球をギムザ染色液で染色し、スマホ顕微鏡で観察したところ、円形の赤血球が多数見えた。バーは100ミクロンの長さを示す。

研究・教育活動紹介① 結び目理論の研究とアウトリーチ活動



理学部第一部数学科
准教授

大山口 菜都美

ネクタイや靴紐、絡まったイヤホンのコードなど、わたしたちの周りには「結び目」が溢れています。そんな結び目を研究対象として数学的に扱っていくのが、私の専門である結び目理論です。結び目理論では、ひもの両端をつなげて輪っかにした状態で結び目を扱います。2つの結び目が与えられたときに、一方の結び目をぐにやぐにや変形させて、もう一方の結び目と同じかたちに変形できたら同じ結び目とわかります。では、しばらく頑張っても同じ形に変形できなかった場合はどうでしょう。「多分違う結び目だと思う。」と言いたいところですが、もしかしたら、もう少し頑張ればうまく変形できるかもしれません。(実際、ペルコ対という10交点の2つの結び目は、数十年という長い間、違う結び目だと信じられてきましたが、実は同じ結び目であることが後々示されました。)

2つの結び目が異なることを数学的に示すためには「不変量」という道具が必要です。不変量は、同じ結び目に対しては同じ値や式を与えるため、それぞれの結び目から得られた不変量が異なる場合には、自信を持って異なる結び目であると言えるのです。結び目理論では、さまざまな不変量を用いて、結び目やその拡張である空間グラフの性質を明らかにする研究を行っていて、近年では、DNAや高分子など、数学以外のさまざまな分野にも応用されています。

自分が魅了された結び目理論を多くの人に知ってもらいたいと思い、ワークショップなどアウトリーチ活動も積極的に行っていました。特に、「女子中高生夏の学校」という、日本数学会が後援する合宿型プログラムには大学院生の頃からずっと関わっていて、理工系に興味のある女子生徒を少しでも後押しできたらと思い活動しています。理工系総合大学である本学の教員として、これからも、広く数学分野の魅力を伝える活動を続けていきたいと思っています。



研究・教育活動紹介② 数学教育における類推研究



理学部第一部数学科
准教授

中川 裕之

私の専門は数学教育学です。数学教育学とは、簡単に言うと算数・数学の教え方に関する学問です。そう言うと発問の仕方など指導法に関する学問と思われがちですが、数学を学ぶ生徒の発達段階や思考の様相も研究対象ですし、教える数学や数学史に関する教材研究も行いますので、研究対象は多岐にわたります。

私個人の研究対象は「類推」、つまり類題を解く思考です。数学では類題を解くことが多いですが、その難易度は様々で簡単に解ける問題がある一方でなかなか解けない問題もあります。また、優秀な生徒は簡単に解けるのにそうでない生徒は解くのに苦労することもあります。そのような問題によって、または生徒によって解ける解けないといった差がなぜ生まれるのかを研究しています。そして、多くの生徒が多くの類題をスラスラと解けるような指導法の開発を行っています。

研究手法を簡単に述べると次のようになると考えます。第一に、数学者が類推する過程を分析してその特徴を明確にします。第二に、生徒が類推する過程を分析してその特徴を明確にします。第三に、数学者と生徒の類推の相違点を明確にします。第四に、その相違をなくす指導法や授業を構想して実践し、授業を受けた生徒の変容からその効果を調べます。

このように書くと簡単に達成される研究と思われるかもしれませんが、類推には①ターゲットの表現 ②ベースの検索 ③写像 ④正当化 ⑤学習といったサブプロセスが存在し、複雑に関連しています。このため、解決すべき研究課題は多く存在し、それらを一一つつ解決・解明し、多くの生徒が多様な類題を解けるようになる指導法を開発して行っています。

