



## なるほど納得ゼミナール

本センターで制作された新作品をひとつずつ本コラムにて紹介します。

### 導関数描出器

今回は微分を視覚的に理解できる模型を紹介しましょう。微積というと、筆者がいつも思い出す高木貞治先生の逸話を矢野健太郎先生の著書「ゆかいな数学者たち」(新潮社)より抜粋して紹介しましょう。

「(前略)

皆さんは、微分、積分という言葉をご存知のことと思うが、その微分学の定理であるのに、いままでは積分学を使って証明されている一つの定理があった。

そこで高木先生は、微分学の定理ならば微分学の範囲内で証明する方が望ましいと考えられて、その証明を試みられ、ついにその定理の微分学の範囲内での証明に成功された。

これはもう立派な一つの学術論文である。

高木先生はこの論文を「高数研究」に発表されたわけであるが、数学の論文なら、証明がすめばそれで終りとすべきであるのに、先生はこの論文の最後にもう一言つけ加えられた。それは、『昔から言うてはありませんか。微分のことは微分でせよ』(p24 - p25)

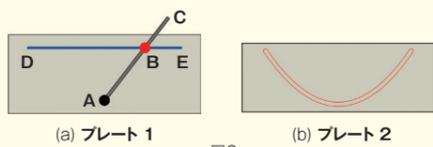
ちなみに、「高数研究」とは、物理学校でも教壇に立っていた、数学教育者の藤森良蔵先生が設立した「考へ方研究社」から出版されていた大学入試のための月刊数学誌です。

そこで、今回は、「導関数描出器」を紹介します。関数  $f(x)$  をグラフにして考えると、グラフ上の点における接線の傾き(微分係数)が連続に変化する様子を関数にしたものが導関数  $f'(x)$  になります。この装置は、実際に関数のグラフ上の点を動かしていくと、その点における接線の傾きの変化を描出することができます。つまり、導関数を描くことができます。



図1

この「導関数描出器」のカラクリは以下のようになっています。



(a) プレート1

(b) プレート2

透明なアクリル板でできたプレート1とプレート2があります。プレート1上には、図2(a)のように、点Aと点Bがあり、点Aには線分AC(棒)が取り付けられていて、点Bは線分DE上を移動可能です。また、線分ACは、点Bを通り、点Aを中心に回転します。つまり線分ACは、点Bが線分DE上にある範囲内で回転可能です。プレート2には、図2(b)のように、関数  $f(x)$  のグラフ(この場合は、2次関数)のミゾが入っています。

図3のように、プレート1上の上の点Aが、プレート2のミゾの中に入るように、プレート1とプレート2を組み合わせます。

なお、点Aがミゾ(関数  $f(x)$  のグラフ)のどの位置にあっても、線分ACはグラフの接線になるよう動きます。

座標系を図4(a)のように設定します。また、プレート1の可動する方向は、x方向(上下方向)のみにスライドするものとします。また、プレート2の可動する方向は、y方向(左右方向)のみにスライドするものとします。

図4(b)のように、点Aがプレート2の関数  $f(x)$  のグラフのミゾの端に来るようにプレート1とプレート2を設定します。この状態から、プレート1を+x方向(上)へスライドさせていきます。

図4(a)~(d)から、接線の傾きは(y方向の変位/x方向の変位)なので、 $\beta/\alpha$  になります。線分DE上にある点Bの位置は接線の傾きを数値的に表しています。

点Bの位置が、線分DEの midpoint より-y方向にあれば、傾き  $< 0$  になり(図4(b)(c))、線分DEの midpoint にあるときは、傾き  $= 0$  (図4(d))、線分DEの midpoint より+y方向にあれば、傾き  $> 0$  (図4(e))になります。

そして点Aが関数  $f(x)$  のグラフのミゾに沿って動くと、点Bの軌跡は関数  $f(x)$  の導関数を描きます。ちなみに、図4のプレート2の関数  $f(x)$  のグラフのミゾは、2次関数なので、点Bの軌跡は、1次関数の直線(図のミドリの線)を描きます。

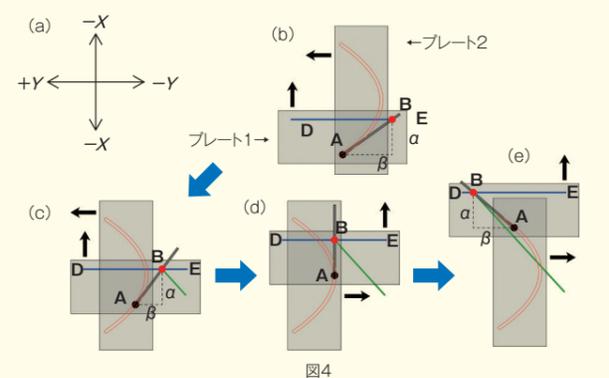


図4

なお、プレート2を図5(a)のように3次関数にすると、導関数描出器は2次関数を描きます(図5(b))。図5(c)のように、 $\sin x$  のグラフにすると、 $90^\circ$ 位相がズレた  $\cos x$  のグラフを描きます(図5(d))。

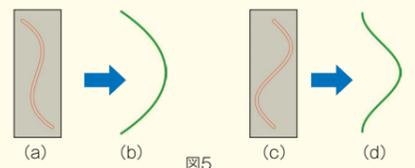


図5

(文責・制作 数学体験館テクニカルディレクター 山口康之)

●お問合せ先  
東京理科大学 理数教育研究センター  
(事務局：学務部 学務課)

〒162-8601 東京都新宿区神楽坂1-3  
TEL. 03-5228-7329 FAX. 03-5228-7330

理数教育研究センターホームページ



<https://www.tus.ac.jp/mse/>

数学体験館ホームページ



<https://www.tus.ac.jp/mse/taikenkan/>

# 理数教育フォーラム

Renovate Math & Science Education

## 第42号

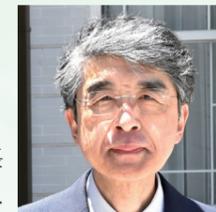
2023.6

発行：理数教育研究センター

### ごあいさつと、センター紹介

理数教育研究センター長

眞田 克典



2023年4月、理数教育研究センター長を伊藤稔先生から引き継ぎました眞田克典です。

東京理科大学には、小学生から中学高校大学生、そして一般の方々に科学のおもしろさ、楽しさ、おどろき、ワクワク感を体験できる「場」が数多くあります。実際に見たり、さわったりして体験できる施設としては、神楽坂キャンパスの「近代科学資料館」・「数学体験館」、野田キャンパスの「なるほど科学体験館」があります。これらはどれもが特色あるもので、数学・理科の教具を手にとって体験できたり、理科大学の最先端の研究を紹介するものまで多種多様です。

そして、これらの科学体験施設の他に、東京理科大学には、科学の啓発活動の「場」も多くあります。一例をあげると、最先端の科学技術のほか、理科大学の教員・研究者たちの教育研究を紹介する「科学フォーラム」を出版しています。同誌をご覧くださいと、理科大学の教員がどのような研究をしているのかがわかります。理系分野をめざす中学高校生の好奇心を誘うものがたくさんあります。

では、理数教育研究センターは何をしているのかと言いますと、中学高校大学生を主な対象とした公開講座「坊っちゃん講座」、大学での学びを体験してもらう「高校生のためのサイエンスプログラム」、高校生と高校理科教員のための「微生物実験」などの実験講座の企画・運営、また学校の先生方を対象とする「算数/数学、理科・授業の達人賞」、その他に、理系高校生の数学基礎学力調査なども行っています。そしてそれらを紹介する本誌「理数教育フォーラム」を出版しています。

理科大学は、なぜこんなにも多くの、若者を対象とした活動を行っているかと言いますと、答えは、理科大学はそれを使命として誕生した大学と言えるからです。建学の精神は「理学の普及を以て国運発展の基礎とする」です。これを今にふさわしい言葉に換えると「科学技術の進展と普及を以て、世界の平和と繁栄の基礎とする」となるでしょう。

今後、さらに理科大学は上のような取組みを通して、科学技術に関心をもつ若者を増やすことに取り組んでいきます。彼らが科学技術を専門的に学び、卒業後は今の科学技術を支え、そして新たな価値を生み出せる人になってもらいたいと思います。理数教育研究センターは、そのような理科大学の使命をかなえるための取組みをさらに進めていきたいと考えています。

## Contents

- 1 ごあいさつと、センター紹介
- 2 2023年度第1回 坊っちゃん講座 「ナノって何なの? ~小さな構造が機能を定める~」 開催報告
- 3 「坊っちゃん講座」 今後の開催日程
- 4 研究・教育活動紹介⑰ 数理生物モデルの数学解析
- 5 研究・教育活動紹介⑱ 統計学習向け問題解決型 シナリオ教材の開発
- 6 なるほど納得ゼミナール 導関数描出器

## 2023年度第1回坊っちゃん講座 「ナノって何なの? ~小さな構造が機能を決める~」開催報告

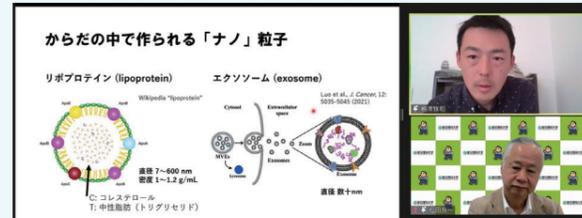


先進工学部 機能デザイン工学科  
准教授  
**梅澤 雅和**

この度、栄えある坊っちゃん講座の本年度第1回を担当させていただきました。極微小な構造体「ナノ粒子」は工学分野で設計・合成されるものばかりでなく、私たちの生きた体の中にも存在しています。生体内で作られるナノ粒子が何で構成され、どんな機能を担っているのでしょうか。油は水に溶けないのに、なぜ血液の中で分離しないのでしょうか? 新型コロナワクチンでも使われたRNAは元々体内で分解されやすいものなのに、なぜ接種後すぐに分解されずに機能したのでしょうか? そのような疑問を投げながら、油を可溶化したりRNAを安定化したりできるナノ粒子の存在を紹介しました。その上で、「そもそもナノ粒子はどのくらい小さいものなのか?」を実感してもらいました。分子や結晶を構成する原子間の距離はおおよそ0.1~0.15 nm (1~1.5Å)程度。ということは、直径10~15 nmの幅に原子は100個程度並ぶと考えられ、直径10~15 nmのナノ粒子は5×10の5乗(50万)個程度の原子から成ることになります。化学では多くの場合、例えば1 mLの液体の中に物質が何モルあるかというようにその量を考えますが、1モルはその原子や分子がおおよそ6×10の23乗個あることを表します。「10の23乗個」に対してナノ粒子を構成する原

子は「10の5乗個」。そう考えると、ナノスケールで捉えた物質がいかに少ない原子から成っているかが分かるでしょう!

当日を迎えるにあたっては、中高生の頃にどんなこと(部活動や趣味等)に興味を持っていたかについてもお話とご依頼いただきました。私自身が理科大生として箱根駅伝の予選会にも出場していたこと、今もさらにいろいろな意味で走り続けている話を内容に急速盛り込みました。中高生にとって、自分自身の好きなことを続けることが無駄にはならないことを、少しでも感じてもらえていれば幸いです。



オンライン講座の様子

## 研究・教育活動紹介⑰ 数理生物モデルの数学解析



理学部第一部 数学科  
教授  
**横田 智巳**

私の専門分野は解析学で、特に微分方程式で記述される数理生物モデルの研究を行っています。多くの生物はある種の匂いや美味しい香りなどの化学誘引物質に引き寄せられるという習性を持っています。これは「走化性」と呼ばれるもので、生物や細胞は空気中や溶液中に広がる化学誘引物質の濃度が高いほうに動き、そこに集中し集合体をつくることがあります。そのような「集中現象」を誘発する現象とは対照的に、自然と離れたランダムに運動したりする「拡散現象」があります。

数理生物学において、集中と拡散の現象が数式で記述された「走化性モデル」と呼ばれる微分方程式があり、私の研究室ではその方程式について、微分積分やその先にある解析学のさまざまな理論や手法を利用して研究しています。方程式と

いえば、「解く」ということを想像する人も多いと思いますが、身の回りの現象を記述する微分方程式は、空間方向の変化、時間の経過に伴う変化を表現しているため、求める解は複数の変数をもつ多変数関数で、ほとんどの場合、具体的に求めることはできません。そして、具体的には解けない方程式だからこそ、研究する価値があり、注目を集めることになります。

私の研究対象である走化性方程式は、1970年に提唱された数理生物モデルが基礎になっていて、生物の「集中」を数学的に表現した「解の爆発」やそれを否定する「解の有界性」の証明は、長い間、未解決問題として残されていました。2010年以降、飛躍的に研究が進み、最近では、解の性質を詳細に調べたり、臨床病理学における癌浸潤モデルを研究したりする方向になりつつあります。

数学は、物理・化学・生物・工学等の幅広い分野にまたがって必要とされ、発展してきた学問です。私は身の回りのさまざまな現象には、何か共通するものがあって、数学的に表現できると考えています。数学的観点からの研究が、現象の解明や改善に貢献できるかは未知数ですが、私は、数理生物モデルの数学解析を通じて、微分方程式の数学理論や方法を整備していきたいと考えています。

## 研究・教育活動紹介⑱ 統計学習向け問題解決型シナリオ教材の開発



教育支援機構 教職教育センター  
准教授  
**大浦 弘樹**

高等学校数学科の新学習指導要領では統計に関する単元が追加されました。数学I「仮説検定の考え方」の単元では、具体的な事象に関する実験や結果の考察を通して、得られた結果が「偶然」なのか「起こり得ないこと」なのかを自ら判断する主体的な学習活動への取組みが求められています。多くの教科書では二項分布を仮定した事象に関する実験結果から批判的に考察する活動が想定されています。

本Web教材は、生徒が①統計的な問題が埋め込まれたシナリオで、②母集団から無作為抽出を行い、③抽出したデータを分析して、④結果(図表)を比較できる、問題解決型のシナリオ教材です。「仮説検定の考え方」向けに作成したシナリオ\*では、自宅で母親に薦められたサプリの有効性に疑問を

抱いた生徒が、学校の先生に相談して統計的に判断する必要があることを知り、コインを使った実験から考察を行う問題が与えられます。生徒役であるプレイヤーは、コイン投げを繰り返す無作為抽出を行い、抽出したデータから集計表を作成し、結果の考察から各回の結果に違いがあることに気づきます。本教材では、この「標本間のばらつき」に関する気づきを土台にして教師が仮説検定の考え方について説明する授業の流れを想定しています。

現在、仮説検定の考え方の他に数学B「信頼区間」のシナリオ教材も公開しています。本教材が高校の先生方の授業や、高校生の統計学習に役立てば幸いです。

\*大和大学・光永文彦先生、愛知淑徳大学・吉川遼先生と共同で開発



## 「坊っちゃん講座」今後の開催日程



日程	講師	タイトル
第5回 7月22日(土) 14:00~15:30	瀬木(西田) 恵里 教授(先進工学部生命システム工学科)	脳のしくみから考える心の病気とその治療
第6回 9月16日(土) 14:00~15:30	側島 基宏 講師(創域理工学部数理科学科)	数学から現象を眺める
第7回 10月 7日(土) 14:00~15:30	堺 和光 教授(理学部第二部物理学科)	量子コンピュータって何だろう?
第8回 10月28日(土) 14:00~15:30	中野 嘉子 教授(経営学部国際デザイン経営学科)	理科大で、なぜか日本食のグローバル化を考える
第9回 11月11日(土) 14:00~15:30	澤渡 信之 教授(創域理工学部先端物理学科)	ソリトン・非線形数理の楽しみ ~スケール不変な自然現象たち~
第10回 12月16日(土) 14:00~15:30	深谷 将 助教(公立諏訪東京理科大学工学部情報応用工学科) ※理学部第一部化学科卒業生、理窓博士会第16回学術奨励賞受賞者	アメーバの健康診断アプリを開発する
第11回 1月27日(土) 14:00~15:30	磯濱 洋一郎 教授(薬学部薬学科)	漢方薬の科学 ~漢方薬にはノーベル賞テクノロジー?
第12回 3月23日(土) 14:00~15:30	中村 和晃 准教授(工学部情報工学科)	AIも攻撃される!? ~安全な運用を目指して

### 参加申込方法

理数教育研究センターホームページよりお申込みください。

<https://www.tus.ac.jp/event/entry/pr/bocchan2023/>

