その40

なるほど納得ゼミナール

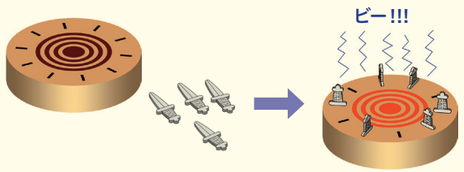
本センターで制作された新作品をひとつずつ本コラムにて紹介します。

最適停止問題

株式投資や賭け事をやっていると、次々に投資をして、時には元値を何倍にも増やすことができますが、いつまでも投資し続けて大損することもあります。そのためには、いつ手を引くのか、引き際が大事になってきますが、その引き際がいつなのか分かり難いものです。引き際の目安を数学的に決める問題を最適停止問題といいます。今回は、最適停止問題を2つ紹介し、引き際をいつにすると良いのかを理論的に考えてみましょう。

地雷ゲームで高得点を獲得する方法

次のようなゲーム機があります。円盤状の箱に10個の穴が開いていて、それぞれの穴には剣を刺すことができます。しかし、ある1つの穴に剣を刺したとき、ランプが点滅しながら、警告音が鳴り響きます。この穴を「地雷」と呼ぶことにしますが、他の穴とは見分けが付かないようになっています。



さて、このゲーム機を使って、以下のルールでゲームを行います。

① まず最初に、あなたは100ポイントの得点を持っています。
② ゲーム機の穴に剣を1本ずつ刺していきます。1本の剣を刺すごとに得点が倍になります。
③ 剣を刺す穴の順番は、どの穴からでも構いません。
④ 「地雷」に剣を刺したら、あなたが持っている得点はすべて失われ0ポイントになり、ゲームは終了します。
⑤ 「地雷」に剣を刺す前に、ゲームの終了を宣言すれば、それまでに獲得した得点は、あなたのものになります。

剣をなるべくたくさん刺せば、高得点が獲得できますが、「地雷」に剣を刺すリスクも高くなります。反対に、リスクが高くならないように、なるべく早いうちにゲームの終了を宣言すれば、高得点は期待できません。

なるべくリスクをおかさずに、高得点を獲得するには、どのようにすれば良いでしょうか？

それでは、剣を刺して獲得できる得点の期待値を考えてみましょう。

n本目の剣を刺したとき、その穴が「地雷」ではなかった場合に獲得できる得点の期待値は、

$$100\times2^{n}\times(10-n)/10$$

で求めることができます。n本目の剣を刺す前に獲得している得点と、n本目を刺したときに得られる得点の期待値を比べると以下の表のようになります。

n	n本目を刺す前の得点	n本目を刺したときに得られる得点の期待値
1	100	180
2	200	320
3	400	560
4	800	960
5	1600	1600
6	3200	2560
7	6400	3840

1本目から5本目までは、剣を刺す前に持っている得点よりも、刺したあとの得点の期待値の方が下回ることがないのでゲームを進めていきます。しかし5本目が成功すると3200ポイントを獲得できますが、6本目を刺して獲得できる得点の期待値が2560ポイントに減ってしまいます。つまり、今持っている得点が、次に剣を刺すことで、平均的に得点が減ってしまうのです。ですから、6本目は刺さずに、ここで終了を宣言するのが良いということになります。

優秀な社員を採用する判断基準

ある会社で社員1人を募集することになりました。20人の応募者があったので、1日に1人ずつ20日に亘って面接試験を行うことにしました。なるべく点数の高い人を採用したいとします。20人全員を面接した後に最高点の1人を採用するのが、勿論ベストです。しかし、お互いの時間節約のため、面接直後に採否を相手に伝えなければなりません。採用する人が決まった時点で会社は面接試験を打ち切ります。そのため、採用の戦略を上手に立てなければなりません。

たとえば、最初に面接に来た85点の人を採用してしまったら、じつは後から面接予定の人の中に90点以上の人が続出なんていうこともあり得るからです。逆に、面接日があとの方で面接に来る人の中に良い点数の人がいるだろうと期待し、初めの方で面接した人を次々断ってしまったら、応募者の点数がだんだん低くなり、初めの方の人を採用しておけばよかった、なんてこともあります。そこで、以下の採用方法で社員を選べば、どのようになるでしょうか？

面接試験（応募者20人の中から1人選ぶ場合）の採用戦略

① 最初の5人は点数をつけるだけで採用しない。
② 6～10番目の応募者については、そこまでの中で最高に、良いならば採用する。
③ 11、12、13番目の応募者については、そこまでの中で2位以内ならば採用する。
④ 14、15番目の応募者については、そこまでの中で3位以内ならば採用する。
⑤ 16番目の応募者は、そこまでの中で4位以内なら採用する。
⑥ 17番目の応募者は、そこまでの中で5位以内なら採用する。
⑦ 18番目の応募者は、そこまでの中で7位以内なら採用する。
⑧ 19番目の応募者は、そこまでの中で10位以内なら採用する。
⑨ とうとう最後の応募者になってしまったら、その応募者を採用せざるを得ない。

このようにすると、その期待値は3.00173なので、平均してほぼ3位以内の応募者を採用することができます。また同様の方法により応募者の人数nを大きくしていくと、n→∞ の時の極限値は3.8695になります。ということは、どんな大勢の応募者がいても、同様な戦略を立て、それに従って採用すれば平均4位以内の応募者を採用できるのです。

この戦略に従って採用するとしたとき、20人中の何位の人が選べるかを、あなたも試してみては如何ですか？まず、勝手に20個の数を選び、それらを紙に並べて書いて下さい。例えば、

45, 75, 28, −5, 85, 25, 74, −28, 62, 62
34, 24, 45, 11, 32, 27, 76, 7, 13, 120

(注)100点満点でなくてもよい。また、負の数があってもよい。

この場合は、上の戦略に従うと、17番目の応募者（76点）で、20人中3位の人が選ばれることになります。

（文責･制作　数学体験館テクニカルディレクター 山口康之）

●お問合せ先
東京理科大学　理数教育研究センター
（事務局：学務部 学務課）
〒162-8601　東京都新宿区神楽坂1-3
TEL. 03-5228-7329　FAX. 03-5228-7330

理数教育研究センターホームページ
https://www.tus.ac.jp/mse/

数学体験館ホームページ
https://www.tus.ac.jp/mse/taikenkan/

理数教育フォーラム

Renovate Math & Science Education

第 40 号
2023.1
発行：理数教育研究センター

Contents

1 「えっ、パンデミック?」「えっ、戦争?」国際生物学オリンピック議長奮闘記
2 食品の無添加表示をめぐって体験を披露し合い、活発に議論 全3回の科学コミュニケーションワークショップ開催
3 第27回ATCMに参加して
4 なるほど納得ゼミナール 最適停止問題

開会式での議長挨拶（筆者）
出典：IBO2022ホームページ

Bioinformatics試験

参加生徒たちのエクスカーション

「えっ、パンデミック?」、「えっ、戦争?」国際生物学オリンピック議長奮闘記

理数教育研究センター　教授
理科教育研究部門長
松田 良一

私は2018年8月から2022年7月までドイツにある国際生物学オリンピック（IBO）法人の議長に任命された。その任期中に起きた生物学とは無縁の諸問題に私は頭を抱えた。

国旗問題と国（領域）名の呼称問題： IBOは規約上、全ての政治的バイアスを排除している。しかし、2019年ハンガリー（セゲド）大会で中国は台湾の国名と国旗の使用に強く異議を唱えた。紆余曲折の末、台湾をChinese Taipeiという一領域とし、IBO旗を使うことで決着。台湾は落胆した。

新型コロナウイルス感染症（COVID-19）のパンデミックの影響： 2020年初頭から新型コロナウイルスのパンデミックが始まり、2020年に2度目のIBO大会の開催（長崎）を予定していた日本本部は4月にインターネットを用いたリモート開催を決断した。IBO大会のリモート開催は史上初めてだった。しかし、その後もパンデミックは終息せず、2021年に予定されていたポルトガル（リスボン）大会も再びリモート開催となった。2022年のアルメニア（エレバン）大会でようやく対面開催に戻った。やはり生徒どうしの国際親善には対面が圧倒的に望ましいと感じた。

地政学的問題と来年のIBO開催地の変更： 2022年2月に勃発したロシアのウクライナへの侵攻により、多くの国・領域がロシアとベラルーシチームのIBO2022年大会参加と2023年ロシア（ソチ）大会開催に反対を表明。そこで、初めてのZoomによる緊急IBO総会を開き、議論・電子投票を行った。その結果、ロシアとベラルーシの国としてのIBO2022大会参加は認めず、個人団体としてIBO旗のもとでの参加のみを可とした。さらにソチでのIBO2023年大会の開催白紙化を可決した。しかし、代替開催国はなかなか決まらず、議長である私は渋谷にあるUAE大使館を訪れ、大使に対してIBO開催の意義を説明し、2023年大会の開催を要請した。アルメニア大会の会期中、ようやく、UAE文科省からの正式受諾を受けてIBO2023 年大会のUAE（ドバイ）開催が決まった。これで私の議長職も任期満了。波乱に満ちた4年間が終わった。この間、IBO2020年長崎大会の事務局用に理事会管理スペースをご貸与くださった東京理科大学に深く感謝いたします。

国際生物学オリンピックホームページ　http://www.jbo-info.jp/ibo/index.html

食品の無添加表示をめぐって体験を披露し合い、活発に議論
全3回の科学コミュニケーションワークショップ開催

理数教育研究センター
アドバイザー
高橋 真理子

スーパーに行くと、多くの食品に「無添加」「〇〇不使用」といった表示がついているのが目に入ります。こうした「無添加表示」に対するガイドラインが2022年3月に消費者庁から発表されました。関係者からは、賛否両論の意見が出ています。現在進行形のこうした「社会の中の科学コミュニケーション」について、自分ごととして考えてもらいたいと2022年10～11月に全3回のワークショップを企画しました。

学生たちが参加しやすいようにと対面講義は野田キャンパスでは土曜午後、葛飾キャンパスでは月曜夕方に設定しましたが、実際に参加してくれたのは各キャンパス4、5人にとどまりました。ただ、参加者は活発に発言し、外部からお呼びした講師とのやりとりも大いに盛り上がり、ワークショップならではの手ごたえを感じることができました。

講座の初回は「基礎編」として、ガイドラインに対する反響や食品表示制度の概要、そして社会のルールがどのように決められるのかを私が説明し、オンライン非同期で公開しました。2回目は、実際の食品や写真を教室に持ってきてもらい、表示を見ると消費者はどのように感じるかなどを話し合いました。このとき、3回目にお呼びしている2人の講師、日本食品添加物協会顧問の上田要一さん、長年消費者運動にかかわってきたコープこうべ及び日本生活協同組合連合会の元理事の伊藤潤子さんに私がZoomインタビューした動画を見せました。

3回目に登場したお2人は、この問題の歴史や背景について大変熱のこもった講義をしてくださいました。学生たちは、前回、画面でお2人を見たことが奏功したのでしょう、臆することなく質問し、中身の濃い質疑応答になりました。

学生には「このワークショップに参加する前と後で自分にどんな変化があったか」のレポートを求めました。真っ先に届いたのが以下です。

私には二つの変化がありました。一つ目は、食品添加物に対する認識の変化です。私ははじめ、食品に「無添加」や「不使用」と書いてある食品を見ると何となく安全なのかなと思ってしまっていたり、そもそも目に留らなかったりしていましたが、今回の講座を受けて、何となく安心だと思ってしまうのは間違いであると知りました。

二つ目は、自分の意見を持つという自分自身の変化です。この講座を受ける前は、講義を受けても疑問や自分の意見を持つことはしてこなかったので、この講座を受けることで、受身な態度で話を聞くのはもったいないなと反省しました。

これを読んだ私の気持ちが、「教師冥利」と呼ばれるものなのでしょうか。深い喜びが心に満ちました。

学務課の行き届いたサポートにこの場を借りて感謝いたします。

食品を持ち寄り、無添加表示にもさまざまなパターンがあると議論した第2回（野田キャンパス）

2人の外部講師を迎え、オンライン同時配信もした第3回（野田キャンパス）

第27回ATCM
（27th Asian Technology Conference in Mathematics）に参加して

理数教育研究センター長
伊藤　稔

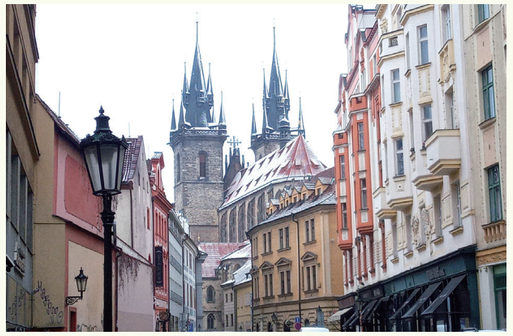
ATCMは世界中の数学教育にテクノロジーを活用することを目指した国際学術機関です。国際会議は1995年のシンガポールで始まり、毎年12月に世界各地で開催されてきました。今年は、国際会議発足27年目で、初めて東欧のプラハで開催されました。会議のホスト校は、チェコ共和国のプラハ生命科学大学（Czech University of Life Sciences Prague）でした。今年の国際会議のテーマは「すべてのアプリケーションを数学とテクノロジーに接続する（Connecting All Applications to Mathematics and Technology）」でした。

国際会議は、学校教育における数理科学分野で、世界中の子どもたちが手にしているポータブルディバイスに収められているCAS（コンピューター代数システム）ソフト、対話型および動的幾何学ソフト等のテクノロジーを活用して、子どもたちの理数教育とその学習成果、および数学とその応用に関する研究の可能性を追求しています。また、教育者、研究者、あらゆるレベルの数学の学習、教育、研究の可能性を広げるテクノロジーに関する情報交換の場として、学校の教師と大学の研究者が集う場でもあります。開催国に関係なく会議の公用語はすべて英語です。

これまでの国際会議には、アジアだけでなく、欧米を含めて世界30か国以上から毎回350人ほどが参加しています。参加者は、各自が研究用アブストラクトまたはフルペーパーを期限内に提出して、数学の研究と教育におけるテクノロジーの応用とその使用に関する幅広い課題やトピックスを取り上げて、ディスカッションを行い、理数教育の発展に貢献してきました。これまでに取り上げてきたトピックスは、以下のような分野です。STEM（Science Technology Engineering and Mathematics）への技術応用、コーディングと計算的思考、STEAM（科学、技術、工学、芸術、数学）の実例、仮想現実における数学の応用、科学と工学のアプリケーションやテクノロジーを用いた数学教材開発、テクノロジーと数学コンテンツ開発、コンピュータ・テクノロジー・ツールの革新的な数学的モデリング開発、情報通信技術を利用した数学教育等でした。

ATCM2022のチェコでの開催は、ロシアによるウクライナ侵攻以前に決定していました。私にとって、東欧諸国の都市、プラハは初めての訪問でした。プラハといえば、文学ではカフカ、音楽ではスメタナの「我が祖国」、絵画ではミュシャの大作「スラブ叙事詩」等、西洋と東洋の中間に位置する文化都市でした。一日も早く、ウクライナに明るい希望の光が届くことを願うばかりです。

ATCM2022会議風景



ティーン教会