



## なるほど納得ゼミナール

本センターで制作された新作品をひとつずつ本コラムにて紹介します。

### 小雑貨の行商人パズル

1907年にカンタベリー・パズル(The Canterbury Puzzles)というパズルを主題とした本が、イギリスのヘンリー・アーネスト・デュードニー(Henry Ernest Dudeney, 1857~1930)によって著されました。14世紀の詩人ジェフリー・チョーサーによって書かれた『カンタベリー物語』の登場人物が互いにパズルを出題し合うという内容ですが、単なるとんちの利いたものから高度な数学に関連したものまで、114問の様々なパズルが紹介されていました。

その中の、第26問「小雑貨の行商人パズル」(The Haberdasher's Puzzle)は、「正三角形を4つの断片に切り分け、裏返すことなく組み合わせて正方形を作れ」という問題でした。答は以下の図1とおりです。

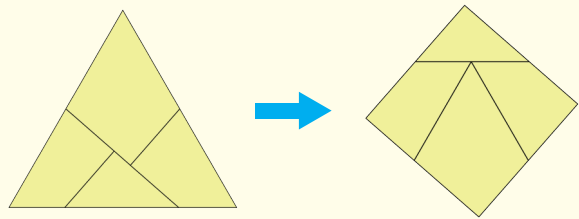


図1

この問題は、カンタベリー・パズルが出版される以前の1905年2月にデイリー・メール紙に掲載され、数百の解答が寄せられましたが、正解はひとつもありませんでした。

また、デュードニーは、1905年5月にロイヤル・ソサイエティ(王立協会)の学会において、女王陛下の前で、この問題を「重ね合わせに関する新たな問題」と題して発表を行いました。そのとき図2のような、マホガニーの板片を真鍮の丁番でつないだ模型を使って、正三角形から正方形に変身する様子を実演し、女王陛下は大いに喜んだと伝えられています。

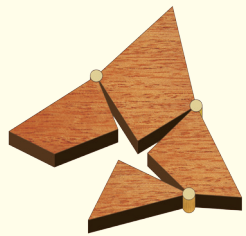


図2

その後、この問題は世界中に広く知れわたることになり、パズル愛好家や幾何学者の探究心をくすぐり続けてきました。デュードニーは、この問題の解として与えた分割法をどうやって見つけたのか、その思考過程を明かさなかったため、永遠の謎となりました。

この問題を解くために、永らくタイル貼り(平面充填)が可能な図形の考察が行われていましたが、その後、別の解釈が発見されました。

図3のように合同な平べったい等面四面体が2つあって、一方を赤い線で切って開くと展開図は正三角形になり、もう一方を青い線で切って開くと展開図は正方形になります。このことで、正三角形と正方形は変身可能であることが言えるのです。

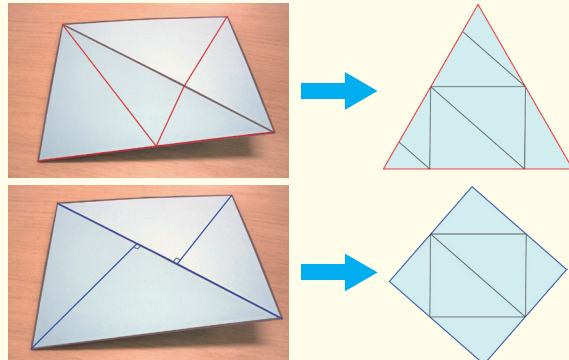


図3

母体となる定理は、

「図形Aと図形Bが、変身可能となる必要十分条件は、ある凸多面体Pが存在し、AもBもPの展開図になっている」(秋山、Demaine, Langerman) というものです。

因みにこの理論を用いれば、無数の変身対が見つかります。

例えば、図4のような直方体を、赤い線、または青い線に沿って切ると、図5のように赤線で描かれたダチョウの形、または、青線で描かれたカエルの形をした展開図ができますが、これらの図形はこの定理によって変身可能であることがわかります。図6は、実際にダチョウの図形をカエルの図形に変身させた様子です。ダチョウの形をした展開図の内部の青線を切り、内側の青線が外側に、外側の赤線が内側になるようにハトメ返しをすると、内外が逆転をして、カエルの展開図に変身します。



図4

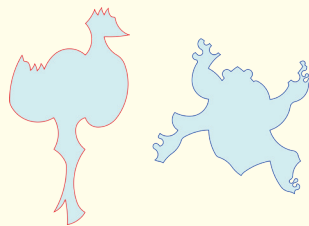


図5

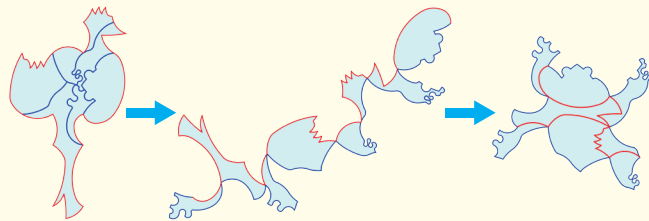


図6

(文責・制作 数学体験館 山口康之)

●お問合せ先

東京理科大学 理数教育研究センター(事務局：学務部 学務課)

〒162-8601 東京都新宿区神楽坂1-3

TEL. 03-5228-7329 FAX. 03-5228-7330

理数教育研究センターホームページ <https://oae.tus.ac.jp/mse/>

数学体験館ホームページ <https://oae.tus.ac.jp/mse/taikenkan/>

その26

# 理数教育フォーラム

Renovate Math & Science Education

## 第26号

2018.10

発行：理数教育研究センター

## Contents

### 1 理大数学体験館、オンリーワンを目指して

### 2 埼玉県「科学技術立県を支える次世代人材育成プロジェクト」の高校生研修受け入れを実施

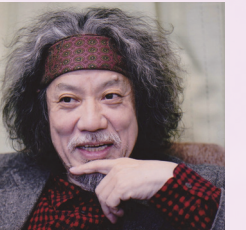
### 3 理数教育研究センターによる東京都教職員研修センターの専門性向上研修(数学Ⅲ)の開催

### 4 研究・教育活動紹介⑪

### 5 なるほど納得ゼミナール小雑貨の行商人パズル

## 理大数学体験館、オンリーワンを目指して

理数教育研究センター長  
秋山 仁



東京理科大学数学体験館(以下、体験館と記す。)は5年前に創設された。現在までに入館者は延べ6万6千人を超え、毎年、少しずつだが入館者が増加していることは嬉しい限りだ。

最近、国内だけでなく、海外からの来館者や、体験館に関する取材が増えてきた。例えば、最近では、グアム大学の数学クラブの学生たち、中国、シンガポール、韓国の数学教員たちが視察に来られ、英国大使館の科学技術部やドイツの雑誌「マセマティカル・インテリジェンサー」などからの取材があった。最近、海外にも幾つか数学博物館(Math Museum)が建設されたが、中でも大きいのはNYにあるNational Museum of Mathematicsである。そこでは、毎週のように色々な催しが行われ、例えば、Fields賞学者が来て講演したり、数学と音楽を融合させたコンサートを開いたり、数理ゲームやパズルをプロのマジシャンが披露したりと多種多様である。

それに比べて本学の体験館は小規模だが、NYの博物館に負けない魅力や特徴があると言われている。それを列举すると、以下の点である。

1. 体験館内にCAD付きの工房が付設されていて、数学の先生たちのアイデアを基に教具や模型を作る専門の技術者が配置されている。
2. 来館者が模型や実験道具などを直に触れたり、理論を確かめたりすることができるHands on Styleである。
3. 来館者の数学レベルは多種多様であるが、各人のレベルやニーズに適った解説を、インストラクターが丁寧に行っていること。これは、本学に多くの優秀な院生や学部生がいるからこそ可能なことである。
4. 教具、模型、実験装置を駆使したアクティブ・ラーニングの授業の実践例約200点がDVDに収録されていて、来館者が自由に閲覧して勉強することが出来るようになっていること。この点は、来館する数学教員から「授業の参考になる」と評判が高い。
5. 模型や教具がほとんど全て、ぬくもりのある木工の手作りであり、バーチャル・リアリティとは違った現実感が味わえる。

今後は、これらの特徴を活かしつつ、更なる発展を目指し、高等数学の分野、例えば、ガロア理論などの抽象代数学、重積分や偏微分などの解析学、確率、統計学などの理解の手助けになる模型を開発し、規模は小さくとも世界の中のオンリーワンの味を出せるユニークな体験館になるようにしていきたい。

体験館の質向上のため、皆さんからのアイデアやご助言をお待ちしております。





## 埼玉県「科学技術立県を支える次世代人材育成プロジェクト」の高校生研修受け入れを実施

教育支援機構理数教育研究センターでは、埼玉県教育委員会の委託事業として、7月23日(月)、24日(火)の2日間、本学神楽坂キャンパスにおいて埼玉県「科学技術立県を支える次世代人材育成プロジェクト」の高校生14名(男子10名、女子4名)に対して、生物、化学分野の研修を実施しました。

このプロジェクトは、埼玉県教育委員会が県立高校(SSH校を除く)の生徒を集め実施しているプロジェクトで、新しいイノベーションを創出できる科学技術人材育成のため、大学や研究機関等と連携し、高校生のうちから本格的に研究に打ち込む機会を通じてその能力・才能の伸長を促し、将来、科学技術を支え、世界で活躍できる埼玉県人の育成を図ることを目的としているプログラムです。

2日間にわたり、本学の化学、数学、生物の教員が講義や実習を行い、化学系の2研究室の見学、数学体験館の見学を行いました。

### ◆1日目：7月23日(月)

| 実施内容、タイトル               | 担当                                                  |
|-------------------------|-----------------------------------------------------|
| 化学(科学)のチカラ<br>：定説を疑う心   | 科学教育研究科科学教育専攻 渡辺正 嘱託教授                              |
| 光と化学                    | 理学部第一部化学科 築山光一 教授<br>(理学部第一部学部長)                    |
| 化学系研究室見学<br>(本学学生による説明) | ・理学部第一部化学科 下仲研究室<br>・工学部工業化学科 杉本研究室<br>・化学系機器分析センター |

### ◆2日目：7月24日(火)

| 実施内容、タイトル                        | 担当                 |
|----------------------------------|--------------------|
| 生態系の数理モデル                        | 理学部第二部数学科 伊藤弘道 准教授 |
| 数学体験館 見学                         | 数学体験館スタッフ(本学学生)    |
| 巨大ウイルス<br>～生物と非生物をつなぐ<br>未知なる存在～ | 理学部第一部教養学科 武村政春 教授 |

受講者の感想には、「様々な研究室や設備を見学できてよかった。理系の教授の方々の話を聴くことができておもしろいと思った。」、「自分の好き得意な分野だけを勉強するのではなく様々なことを勉強すべきだということがわかりました。非常に良い影響を受けました。」、「講義内容のレベルが高く専門的でとても勉強になりました。」とあり、有意義な研修を実施することができました。

## 二十八の瞳



科学教育研究科  
科学教育専攻 嘱託教授

渡辺 正

埼玉県教育委員会の行事ということで、5校の高校生つごう14名と引率の先生方3名に、少しお話しさせていただきました。グローバルサイエンスキャンパス(GSC)が昨年度で完了したため、高校生との交流は久々のことになります。

大学に入れば学ぶような話は意味がないと思い、高校～大学(そして高校～人生)のツナギになりそうなポイントを語らせていただきました。日ごろ常識とされていることや、神聖な(?)教科書の中身、研究界で定説になっていることにも、ウソは意外に多い……といった話です。

まずはリンカーンの名高い演説「人民の人民による人民のための政治」をとり上げ、冒頭の「の」はいったいどんな意味だろう?……と訊きました。さすがにほぼ全員がキョトンとしていましたが(読者諸賢はいかがですか)、ゆっくり説明したら「の」のいかがわしさを十分に理解してくれたようです。

教科書の中身については、たとえば中学理科や高校化学にありがちな「陽イオンが陰極に、陰イオンが陽極に引かれ……」という「電気分解の説明」の虚実を解剖しました。こちら私の説明に納得してはくれましたが、なにしろ入試問題はそんな教科書を下敷きにつくられるから、「入試に受かって大学に入るまで、私の言ったことは忘れなさい」と固く申し渡してあります。生徒たちも苦笑いしつつ納得してくれました。

それにしても、若者たちのキラキラした目は、教育に関係する身の活力源になりますね。時間が来たあとの質問攻めも、高校時代の小心だった私には思いもよらない姿勢です。某大学の学生諸君は、彼らの爪の垢を煎じて飲むとよい……のかもしれませんが。

なお、題名の「二十八の瞳」にピンとくる人は、そうとうなお歳だと思えます(若い方々は「八」を「四」に変えてネット検索してみてください)。



講義「化学(科学)のチカラ:定説を疑う心」

## 理数教育研究センターによる東京都教職員研修センターの専門性向上研修(数学Ⅲ)の開催



理数教育研究センター  
数学教育研究部門長

清水 克彦

東京都教職員研修センターの依頼を受けて、8月28日(火)に専門性向上研修を本学アクティブ・ラーニング教室で行いました。数学Ⅲ(科目名ではなく、講座の名前です)の講座では、中堅教員を対象として、「数学の専門的知識・理解を深め、学習指導要領で求められる資質・能力の育成に向けて指導力の向上を図る」ことを目的としています。講座の定員を大きく超えた受講者が参加し、活発で充実した研修が進められました。

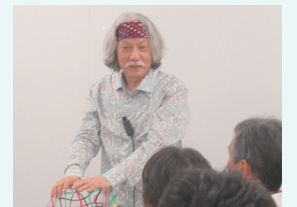
午前中は、本学特任副学長・理数教育研究センター長の秋山仁先生による「学習指導要領を踏まえた指導の充実・数学と実社会の関わりについて」と題した講義を行いました。学習指導要領の内容を踏まえて数学と社会の具体的な関わりとして、「GPSの仕組み」、「傷に強いCDの仕組み」、「結石を切らずに治す」などの様々な例が10以上と豊富に紹介されました。また、具体的な教具による演示も行われ、参加者は興味深く聞いていました。その後、本学の数学体験館の見学が眞田克典先生の案内で行われ、多くの先生が実際に体験的に数学の教具に触れ、次回は生徒を引率して見学したいとおっしゃる先生が多数いました。

午後は、佐古彰史先生、伊藤弘道先生、清水による「主体的・対話

的で深い学びに向けたICTの活用」と題したグループ実習を行いました。昨年、独立行政法人教職支援機構委託授業として開発したアクティブ・ラーニングを実現する次世代型教材である「ICTを活用したRLA(研究者の活動を模した活動教材)」を用いました。量の敷き詰め方の個数からフィボナッチ数が現れることの発見を行い、フィボナッチ数を数学ソフトウェアGeoGebraの表にまとめ、MOD関数やその他のCAS機能を使い、その中から整除性、余りの周期、現れる余りのパターンなどを発見して、その成果をポスターにし、ポスターセッションで発表しました。先生方からは、「生徒の関心を引く魅力的な教材をたくさん知り、持ち帰ることができました。生徒たちが“楽しい”と思える授業をつくっていききたいと思います。」、「学んだことを踏まえて、なぜ数学を学ぶのか、数学を学ぶとどんな良いことがあるのか、五感を総動員して教えられるように努力していきたいです。量の敷き方やフィボナッチ数列を扱ったものに関しては、アクティブ・ラーニングの一例を実際に体験できてよかった。」、「数学の勉強を、教材研究をもっとしたくなりました。普段生徒にやっているアクティブ・ラーニングを体験し、改めて難しさ楽しさを味わいました。」等の感想があり、受講者にとって、学びの多い研修となりました。



グループ実習  
「主体的・対話的で深い学びに向けたICTの活用」



秋山先生による教具の演示

## 研究・教育活動紹介⑪



教育支援機構  
教職教育センター 准教授

渡辺 雄貴

私の専門は教育工学です。聞き慣れない研究分野かもしれませんが、その定義は「教育におけるあらゆる名人芸を分析し、その秘密を明らかにし、分析された構成要素を工学的に究明して実践に移そうとする。それによって名人芸を万人のものにすると同時に、名人芸自体の改善、向上を狙うものである\*1」ということを目的にはじまった学問領域と考えて良いでしょう。教育改善のための理論、方法、環境などに関する研究が多く行われています。

今日では、数学や理科など科学教育を効果的、効率的、魅力的に行うかをテーマに研究を行っています。ご存知の通り、東京理科大学の建学の精神は「理学の普及を以て国運発展の基礎とする」です。将来教員となって理学の普及を夢見る学生たちと、授業の方法や技術について、日々楽しい議論をしています。教育は、相手(学習者)がいるものですから、そのニーズや、前提条件を知らなくては、授業は設計でき

ません。理学の普及を工学的に考察することが理科大生には求められていると考えています。授業では、主体的・対話的で深い学びを実現する、アクティブ・ラーニングに向けた授業設計をどのようにするかについて、その定義や、授業方法などを扱っています。学習者は、どのような問いかけによって深く考えるか、またその思考の過程が議論を表現することで、それを聞いた他者が、自分との差分や違いを知り、さらに思考が深くなっていくかなどの教材研究などを行っています。将来の教育実習や教員になった際、どんな学習空間でもICTを活用し、アクティブ・ラーニング型授業が実践できるようになる授業力の養成を目指し、アクティブ・ラーニング教室が神楽坂キャンパスに新規に設置されました。学生たちは、アクティブ・ラーニング型授業を受けるだけでなく、教師としてアクティブ・ラーニング型授業を実践できるようになることを学習目標として、頑張っています。

\*1 坂元昂(1979)教育工学の原理と方法、明治図書



「アクティブラーニング教室での授業の様子」