なるほど納得ゼミナール

その12

本センターで制作された新作品をひとつずつ本コラムにて紹介します。

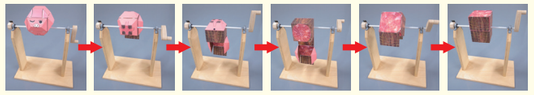
変身立体（表裏逆転変身立体）

今回は変身立体について解説しましょう。

ある凸立体をいくつかの断片に分割し、それらを全体がひとつながりになるように辺と辺を自由に動くヒンジ（蝶つがい）でつなぎます。そして表面全体が内部に隠れるように裏返すと、新しい形の凸立体が得られ、かつ、その表面は元の立体の内部から構成されているとき、この立体を"**表裏逆転変身立体**"と呼びます。

このとき、変身する前の立体と、変身した後の立体は、当然、体積が等しくなります。

下の写真の作品は、切頂八面体と直方体の間の変身立体に絵を描いたものです。鉄棒の上の豚（切頂八面体）が1回転すると、ハム（直方体）に変身します。



それでは、どのようにすれば、このように切頂八面体から直方体に変身させることができるのでしょうか?

まずは、分かりやすくするために、立体ではなく平面で考えてみましょう。

図1

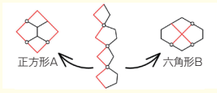
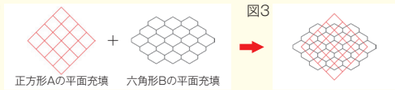


図1のように、正方形Aと六角形Bが内外逆転変身ができるとき、AとBは面積が等しく、かつ、図2のように、タイル張り（平面充填）が可能な図形であることが必要になります。そして、図3のように、2つのタイル張りを上手い位置で（格子が一致するように）重ね合わせることができれば、正方形のタイル張りが六角形のタイルを切り、また、その逆も成り立ち、内外逆転変身図形にするための切り方が見つかります。

図2　図3



立体のときも同様に考えると、表裏逆転変身立体にするための切り方が見つかります。上記の内外逆転変身が可能な平面図形のときの条件に対し、表裏逆転変身立体になるための条件は、変身前と後の立体それぞれが**体積が等しく**、かつ、**デーンの不変量が一致する**ことが必要です。

つまり、上の写真のように、切頂八面体と直方体の間で、表裏逆転変身が可能であるということは、切頂八面体も直方体も上記の条件を満たしているということになります。

図4

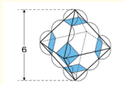
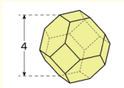


図5



切頂八面体は、図4のように正八面体の6個の各頂点について、各辺の3等分点を含む平面で切り落とした立体です（図5）。

図6

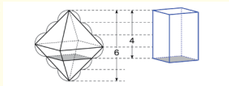


図4の正八面体の高さを6とすると、図6の正八面体の断面（灰色の正方形）を底面とする高さ4の直方体を作ります。

図7　図8

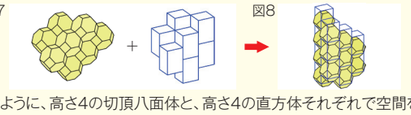


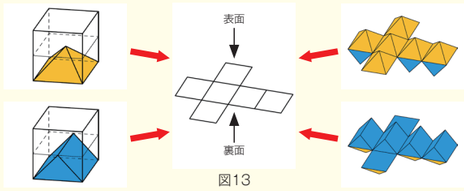
図7のように、高さ4の切頂八面体と、高さ4の直方体それぞれで空間を埋め尽くします。これらの2つの空間充填を図8のように上手く重ね合わせます。

図9　図10

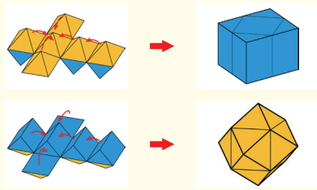
空間充填を重ね合わせたものから、一部分を取り出すと図9のようになっています。青い直方体の面で切頂八面体を切断します。すると6個の断片に分かれるので、図10のように、赤線の部分を自由に動くヒンジ（蝶つがい）でつないで表裏逆転変身立体が完成します。

ところで、この表裏逆転変身立体は、『doble-reversal-plates（一人二役板）法』という方法を使っても制作できます。

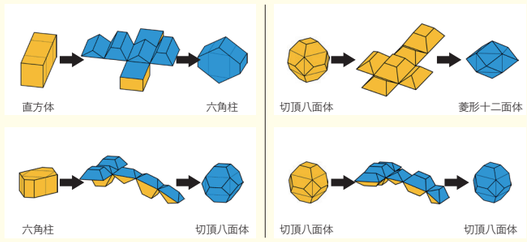
図11　図12　図13　図14　図15



doble-reversal-plates 法とは、直方体の展開図の表と裏に、立体を取り付けることで、表裏逆転変身立体を完成させる方法です。例えば、単位立方体の展開図（図13）の表（おもて）の各正方形面に、図11のような高さ1/2の**正方形錐**を、図14のように貼り付けます。また、裏面には、図12のような斜辺1の直角二等辺三角形を底面とする、高さ1の**直角二等辺三角柱**を、図15のように貼り付けます。するとこれは、直方体と菱形十二面体の間を変身する表裏逆転変身立体になります（下図）。



このようにして、様々な表裏逆転変身立体を作ることが可能です。いくつか例を挙げます。



この表裏逆転変身立体の研究は現在でも盛んに続けられていて、表裏逆転変身立体対をすべて解明される日も近いでしょう。

（文責・制作　科学啓発事務室（数学体験館）山口康之）

●お問合せ先
東京理科大学　理数教育研究センター（事務局:学務部学務課（神楽坂））
〒162-8601　東京都新宿区神楽坂1-3
TEL. 03-5228-7329　FAX. 03-5228-7330
理数教育研究センターホームページ https://oae.tus.ac.jp/mse/　数学体験館ホームページ https://oae.tus.ac.jp/mse/taikenkan/

理数教育フォーラム

Renovate Math & Science Education

第 12 号
2015.3
発行：理数教育研究センター

Contents

1 研究会「望ましい高校理科のカリキュラム」報告
2 「高校生の数学力の推移」～数学基礎学力調査結果より～
3 理科教育改革の方向性～すべての生徒のための理科
4 なるほど納得ゼミナール 変身立体（表裏逆転変身立体）

研究会「望ましい高校理科のカリキュラム」報告

理数教育研究センター
理科教育研究部門長
渡辺 正

2016年に完成予定、2020年度からの完全実施に向け、新しい学習指導要領の検討が進んでいます。何がどう変わるのか、まだ明確に見通せる段階ではありませんが、現場の高校教員にも、中学校・高校教員を目指す学生にも関心の深いテーマだと考え、本研究会を企画しました。

■ 開催日時：2014年 12月21日（日）13:30～17:30
■ 開催場所：神楽坂校舎 2号館 1階 212教室
■ 対　　象：教員志望の本学学生、本学教職員、一般
■ プログラム：

第1部　講演

基調講演：「時代が若者に求める能力とは」
秋山 仁（理数教育研究センター長）

講 演 1：「資質・能力に基づく教育課程」
後藤顕一 氏（国立教育政策研究所 教育課程研究センター 統括研究官）

講 演 2：「科学的リテラシーの教育課程」
小倉 康 氏（埼玉大学教育学部 准教授）

第2部　パネルディスカッション

パネラー：秋山 仁、小川 正賢、後藤 顕一氏、小倉 康氏
司　　会：渡辺 正

国立教育政策研究所 後藤 顕一 氏

埼玉大学 小倉 康 氏

パネルディスカッション

参加者は中学・高校教員51名、本学学生14名、本学教員7名、他大学教員7名、他大学学生1名、高校生1名、JST（科学技術振興機構）5名、本学関係者3名、他21名の計110名にのぼり、盛会でした。

まず秋山教授が、指示待ち人間が増える原因の考察などをもとに入試改革の必要性を語り、「時代の変化に応じ教育も変えていこう」との持論を展開されました。

続いて、学習指導要領改訂の現場に近い後藤氏が、中教審諮問の経緯と内容、全国規模調査が物語る児童・生徒・教員の現状、入試改革の動向、望ましい「21世紀型能力」などについて、ご自身の想いも込めてお話しになりました。

次に小倉氏が、国立教育政策研究所での長い勤務経験も踏まえ、生徒や教員に対する意識調査の結果、大学入試がゆがめている理科教育の現状などを概観され、諸外国が導入中の新機軸も紹介しつつ、科学教育の「あるべき姿」を提示されました。なお小倉氏には本号へご寄稿もいただいています。

パネルディスカッションでは、パネラー4名に補足などをいただいたあと、参加者からの質問にも答えながら熱い議論が続きました。参加者から寄せられた感想のごく一部を下に記します。

◆すぐに実現はできなくても、いい方向に変えようとする文科省の姿勢（学習指導要領改訂の方向性）がわかってよかった。
◆次期の教育改革に関心をもつ先生がたが多いという現実を認識できた。
◆いま一度、自分の授業を見直そうと思った。
◆教師を目指す自分（学生）にとって刺激的な話だった。

「高校生の数学力の推移」～数学基礎学力調査結果より～

理数教育研究センター
客員教授
澤田 利夫

理数教育研究センター数学教育研究部門では、2005年度より毎年高校3年生の理系生徒を対象に数学基礎学力調査を実施しており、それらの調査結果を『高校生の数学力NOW』シリーズ[(1)]として既に9冊刊行しています。

今年度の調査は、9月下旬～10月上旬に全国28都道府県88校6,503名で実施されました。これまでの10年間では、40都道府県延べ625校44,690名のデータを得ることができました。高校3年生の理系生徒を対象にした大規模なこのような継続調査は、学力調査として他に例をみない貴重なものと言えます。

ここでは、これまでの調査に用いた共通問題の成績で学力の推移についてふれてみます。調査は、11題をセットにして4セット計44題作成され、そのうちの1セットを生徒に50分で解答させ、各問の自信度も同時に聞いています。

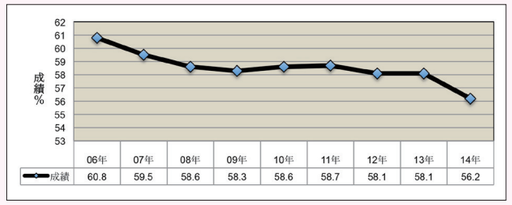
今年度の44題のうち、選択肢形式の問題の中で正答率が最も低かった問題B8は、

> B8. x、yは正の実数で、$y=4x^3$とします。$\log y$をx座標、$\log x$をy座標とする点の集合は、つぎのどれになりますか。
> (ア)1点　(イ)3次曲線　(ウ)放物線　(エ)直線
> (オ)指数関数の表す曲線

この問題の正答率は(エ)31.8%で、正答者の自信率は11%と低いものでした。過去の調査でも同じ傾向を示しており、対数の取り扱いになれていない上に、題意とその処理の仕方についての理解が不十分であったと思われます。

2006年度から2014年度の9年間の共通問題は20題で、11校が連続して受験していました。各年度の受験者は860名前後で、その平均成績(%)をグラフに表すと図1のとおりとなり、今年度の成績は過年度より下降気味だが、平均成績の有意差検定(有意水準5%)では、06年度と今年度の間に有意差が認められるが、他の年度間には有意な差が認められませんでした。

図1　平均成績の推移／20問11校



また、各問題における今年度と過年度との成績の差の検定結果は、下表のとおりとなります。

各年に比べて		13年	12年	11年	10年	09年	08年	07年	06年
今年度の成績は	よい	0	0	0	1	1	0	0	0
	不変	17	17	16	16	17	19	16	15
	わるい	3	3	4	3	2	1	4	5

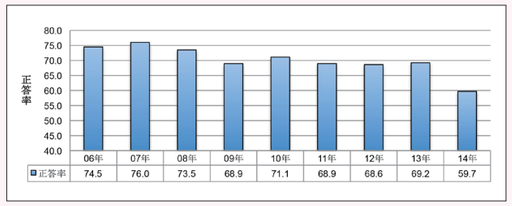
この表より、06年度以外は全体20題の8割以上が有意差無しという結果となり、07年度以降の学力には変化が見られないということが分かりました。

しかし、1つの問題(以下B3)において、今年度と過年度の間に有意差がありました。

> B3. 関数fのグラフ上で、$(a, 1)$がグラフの変曲点になるとき、次のどれが成り立ちますか。
> (ア)$f(a)=0$　(イ)$f'(a)=0$　(ウ)$f''(a)=0$　(エ)f'は、$x=a$で極大値か極小値をとる.　(オ)f'は、$x=a$で極小値をとる.

関数のグラフの変曲点の意味と性質を問う問題で、正答は(ウ)です。年度ごとの正答率を図に示すと図2のとおりとなります。

図2　年度別の成績の変化



ゆとり教育の反省として、新しい学習指導要領で学習した最初の生徒達であるが、その影響がどのように現れているのかについては今後検討を行いたいと思います。

参考文献
(1)「高校生の数学力NOW」シリーズI～IX(2006.10～2014.10)、東京理科大学数学教育研究所 科学新興新社

理科教育改革の方向性 ～すべての生徒のための理科

埼玉大学 教育学部 理科教育講座
准教授
小倉 康

すべての生徒が、理科を自分にとって将来生きていく上で重要な学習だと意識して学ぶことができているだろうか。この問いに肯定的に回答した生徒は、物理分野では、中学3年生39%、高校3年生30%、化学分野では、中学3年生35%、高校3年生29%と少ない。さらに高校3年生の多数派を占める文系の生徒では、物理分野で18%、化学分野で16%に過ぎない。この数値は,中学高校の全教科を通じて著しく低い。

これまでの理科教育が、大多数の国民に、理科を学ぶことは重要でないという意識を植え付けてきたという皮肉な現実を直視しなければならない。理科を学ぶことが重要でないと意識して大人になれば、そこから自ら科学的な理解を高めようと努力するとは期待できない。科学が発展しても、それが理解できない、あるいは理解しようとしない国民が増えていく。彼らが保護者となった時、子どもたちに理科は重要でない教科だと教え、子どもたちも理科は自分の将来に関係ないと思う。科学の情報源としての科学雑誌は人気がなく廃刊となり、新聞記事も紙面が割けず、科学を扱うテレビ番組も視聴率が伸びず制作できなくなる。科学の状況が理解されていないので、それを発展させるために多額の資金を投入するなどの意思決定に支持が得られず、プロジェクトを断念させられる。経費を下げるために、強度や安全性を犠牲にしたために事故が発生する。

これらはまったくの作り話で、あり得ないことだろうか。どれも現実に起こっているように思える。理科教育は、理系に進学し、将来、科学技術を職業にしていく一部の生徒のためだけではなく、すべての生徒のためのものでなくてはならない。現在の高校理科は、大多数の生徒にとって必要性が感じられない教科となっている。大学全入時代となり、受験の縛りが緩んできた今日、すべての高校生を理科学習に引き戻すために全力を注がねば、この国の未来は暗い。

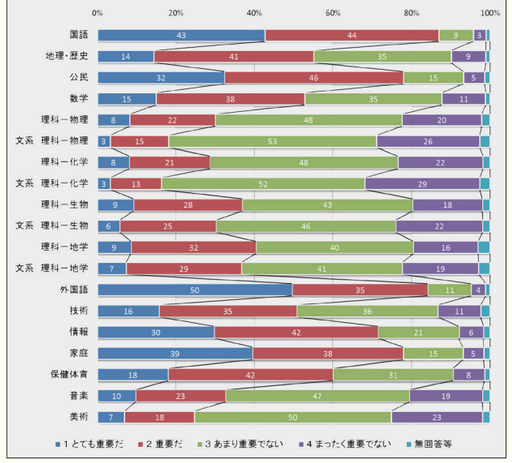
米国科学振興協会(AAAS)の「すべてのアメリカ人の科学」を契機として、1990年代以降、すべての生徒に「科学的リテラシー」を育成するカリキュラムを目指した理科教育改革が様々な国で行われてきた。OECDによるPISA調査では、科学的リテラシーについて、科学的知識、科学的能力、科学的態度を、個人的、社会的、地球的諸問題の解決に適用する力と捉えている。2006年の調査結果では、日本の生徒(高校1年生)の科学的態度に大きな課題が見られた。理科教育は、個人的、社会的、地球的諸問題の解決に学習した知識や能力を積極的に適用しようとする生徒を育てることを重視すべきである。

教育方法面では、平成24年実施の全国学力学習状況調査の中学校理科で、以下の指導(抜粋)を重視している学校の理科学力が高かった。

実生活における事象との関連を図った授業
生徒が科学的な体験や自然体験をする授業
自ら考えた仮説をもとに観察、実験の計画を立てさせる指導
観察や実験の結果を分析し解釈する指導
観察や実験のレポートの作成方法に関する指導など

高校理科がすべての生徒にとって学ぶ意義が実感できる教科となるよう、内容、方法ともに大変革に取り組まねばならない。

次の教科は,あなたが将来生きていく上で
重要な学習ですか(高校3年生)



参考文献
小倉康(2012)「理系文系進路選択に関わる意識調査ー全国値集計結果報告」埼玉大学
AAAS Project 2061(1989)「すべてのアメリカ人のための科学」(日本語訳版http://www.project2061.org/publications/sfaa/sfaajapanese.htm)
国立教育政策研究所(2007)「生きるための知識と技能3 PISA2006年調査」ぎょうせい
国立教育政策研究所(2012)「平成24年度全国学力・学習状況調査【中学校】報告書」(http://www.nier.go.jp/12chousakekkahoukoku/04chuu_houkokusho.htm)