



なるほど納得ゼミナール

本センターで制作された新作品をひとつずつ本コラムにて紹介します。

その5

五度円の数理

音楽理論でよく登場してくる「円」があります。それは、図1に示す円で「五度円」と呼ばれています。

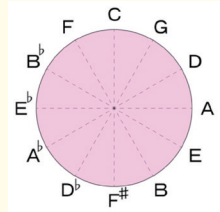


図1

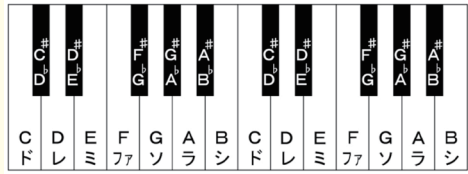


図2

この五度円を見ると、円の中央上(時計の12時の位置)から時計回りに見ていくと、**C(ド)→G(ソ)→D(レ)→A(ラ)→E(シ)→…**と並んでいて、1オクターブ12個すべての音をひと通りたどって、また**C(ド)**に戻ります。これはどのような規則で並んでいるのでしょうか？

図2の鍵盤を見ながら、最初の **C → G** の隔たりについて考えてみましょう。

CとGの音は、白い鍵盤を **C、D、E、F、G** と数えて5つ分の音の高さの隔たりがあります。因みに「2つの音の高さの隔たり」のことを「**音程**」と言います。つまり、**CとG**の音程は、「**度**」という単位で表すと、「5度」になります。そして「2つの音の間に半音が7つある音程」を「**完全5度**」と呼びます。上記の **G → D、D → A、A → E、…**はすべて、完全5度の音程になっています。実はこの完全5度の音程がとても相性が良いのです。完全5度の音程になる2つの音を同時に鳴らすとどんな響きになるのでしょうか？

2つ以上の音の合成音のことを**和音(コード)**と言います。そして、その音と音の隔たり方によって和音の響きが変わります。きれいな響きになったり、うなりのある濁った感じの響きになったりします。どうしてそのようなのでしょうか？

音は、物体の振動によって起こされ、空気などを介して波(音波)となって伝わります。そのときの波の振動が単位時間に何回振れたかによって音の高さが決まりますが、その振動数のことを**周波数**といい、単位時間が1秒のとき**Hz(ヘルツ)**という単位で表します。

それを音階に当てはめると、ある音(基音)とその1オクターブ高い音は、周波数では2倍になり、2オクターブ高いと周波数は4倍になります。

図3のように、オクターブ違いの音同士の周波数は整数倍が比較的簡単な分数倍ですから、その2つの音を同時に鳴らせば双方の音の波の節が一

致するので、音と音が打ち消し合ったり、複雑な混ざり方もしないので、調和のとれた和音(響き)になるのです。

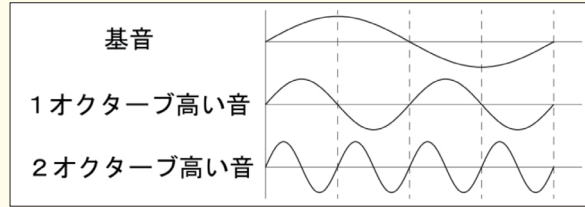


図3

では、完全5度の音程の音同士の周波数も調べてみましょう。音の周波数は半音上がるごとに掛け算をすることで計算できます。完全5度(7半音)上の音の周波数は、次のように計算できます。

$$\begin{aligned} & \text{(基音の周波数)} \times (2 \text{ の } 12 \text{ 乗根}) \text{ の } 7 \text{ 乗} \\ & = (\text{基音の周波数}) \times 1.49830 \dots \end{aligned}$$

人間の耳で聞けば、ほとんど1.5倍(3/2倍)の周波数の音になります。簡単な有理数倍です。つまり、完全5度の音程の音同士の和音も、調和のとれたきれいな和音になるのです。

このように、5度円に記されている音は、相性の良い完全5度(7半音)の音程になるように並べられているのですが、不思議なことに、最初の**C(ド)**から1周してまた**C(ド)**に戻るまで、1度現われた音が2度出てくることなく、1オクターブ12半音すべての音をたどって一巡するのです。

今回の作品は5度円を作り出す以下の教具です。

図4の教具は、大円(白い円)と小円(青い円)から成り、大円と小円の直径の比は12:7にしてあります。小円を大円の内側に沿って転がすとき、滑らないように歯車仕掛けになっています。小円の円周上の1点Pにベンが取り付けられていて、小円を転がすと点Pが軌跡を描きます。大円の周に沿って、大円を12等分した位置に12個の半音がピアノの鍵盤の並びと同じ順に記されています。小円を大円に沿って転がすと、図4の12芒星のような内サイクロイド曲線が描かれます。内サイクロイド曲線をたどっていくと、**C → G → D → A → E → …**と、すべての音が1個ずつ現れ、五度円の並びを導びきます。すべての音が登場するのは、12と7が互いに素であることに起因します。

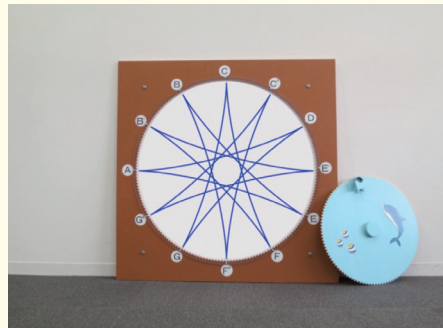


図4

(文責・制作 学務課 山口康之)

●お問合せ先

東京理科大学 理数教育研究センター(事務局:学務部学務課(神楽坂))

〒162-8601 東京都新宿区神楽坂1-3

TEL. 03-5228-7329 FAX. 03-5228-7330

理数教育フォーラム

Renovate Math & Science Education

第5号

2013.06

発行:理数教育研究センター

Contents

- 1 理大に数学体験館がオープンします!!
- 2 サイエンス・リーダーズ・キャンプ開催に向けて
- 3 理数教育研究センター 数学教育研究部門活動報告
- 4 なるほど納得ゼミナール 五度円の数理

理大に数学体験館がオープンします!!



理数教育研究センター長

秋山 仁

国内外では予測や予想のしにくい多くの事故や事件が頻発しております。これらの緊急事態に適宜対応する能力を有する若者たちの育成が急務であることが指摘されています。理科大は開校以来、長きにわたり多くの優れた科学者、技術者および理数系教員を世に輩出してまいりました。その実績をバックボーンとして、これからの時代に若者たちに求められる能力を育成することのできる体験型のテーマパーク、「数学体験館」の建設を本センターでは進めております。以下に、この事業の概略をご案内いたします。

開設の趣旨

中・高等教育の段階における数学教育の質の改善が主な目的です。具体的には、主に本学学生を対象に、高校までの理解不足を補う補習教育の強化、大学での数学の初年次教育の充実、能動的な学習意欲を促すための参加・体験型の教育活動を推進し、本学の数学教育の一層の質の改善を目指しています。

さらに、中・高校生や、将来、教員を志望する学生、現職の教員などを対象とし、算数や数学の抽象的概念を具象化し、分かりやすく伝えるための教具・教材等を開発し、それらを用いて実験、観察、もの作りなどを行います。また、多くの成果を社会一般に公開し、斬新な啓発活動をしていくことを、併せて目的とします。

数学体験館の構成

「数学体験館」は、近代科学資料館の地下1階に設置される予定で、「数学体験プラザ」、「数学工房」、及び「数学授業アーカイブス」の3つの空間から構成されます。

「数学体験プラザ」では、小学校・中学校・高校・大学初年級の各単元で学ぶ主要な概念・理論・定理・公式をハンズオン形式で学ぶ場です。現在、数百点の教具、模型、作品、実験装置が制作済みで、それらの中から、常時100点程度を展示し、年に数回の入れ替えを行う予定です。

「数学工房」では、専門的な技術員が、数学教員や学生の要望に応じて、数学的作品や教具を制作し、その成果を授業で活用できることを目指しています。なお、この事業計画は、平成24年度私立大学教育研究活性化設備整備事業に採択され、NCルーターを始めとする、約1,500万円の工作機器・備品が、既に整備されています。

「数学授業アーカイブス」は、現在までに蓄積された算数・数学の分かりやすい授業をDVD化・テープ化し、大型ディスプレイやオーディオ機器で学生たちが随時、自学自習できる場とします。

●お願い

数学の概念は抽象性が高く、それらを分かり易く表現するのは至難であり、世界でも数学に特化した「数学体験館」は殆どありません。これから試行錯誤を繰り返しながら、数学の醍醐味を実感し、好奇心に裏打ちされた能動的学びに若者たちを誘い、かつ、喜んでいただける施設になるように、本年秋のオープンを目指し準備しております。この場をお借りし、皆さま方のご意見、ご支援、ご協力をお願い申し上げます。

サイエンス・リーダーズ・キャンプ開催に向けて



理数教育研究センター
理科教育研究部門長
渡辺 正

このたび、本年度が第3回となる科学技術振興機構のサイエンス・リーダーズ・キャンプ（SLC）事業に採択されました。採択6件のうち、本学は関東で唯一、しかも全国唯一の私立大学でした。

SLCは、中高校の理数系教員に合宿形式で最先端の科学技術を体感させ、教員の指導力向上、スーパーサイエンスハイスクール（SSH）運営の資質修得、教員間ネットワーク形成などを主目的に、25名程度の教員を受け入れるものです。

本学は「SSHレベルの総合指導力養成——体験を通して身につける授業実践力」と題するプログラムを下記のとおり、8月下旬の4日間に合宿形式で実施します。

【スケジュール概要】

月日・時間帯	内容あらまし	担当者
8月21日 午後	開講式：趣旨説明など	
	講義①＋質疑・討論	秋山 仁
	参加者グループワーク① →交流会①	
8月22日 午前 午後	参加者プレゼンテーション①	
	施設見学 （先端機器＋化学系研究室）	
	実験① （物理系・化学系）理科実験室	川村 康文・ 井上 正之
8月23日 午前 午後	実験② （物理系・化学系）理科実験室	川村 康文・ 井上 正之
	講義②＋質疑・討論	北原 和夫・ 渡辺 正
	講義③＋質疑・討論	藤嶋 昭 学長
	参加者グループワーク②（1） →交流会②	
8月24日 午前 午後	施設見学（「数学体験館」体験）	眞田 克典
	参加者グループワーク②（2）	
	参加者プレゼンテーション② ＋意見交換	
	閉講式	

ご承知のとおり建学の精神に「理学の普及を以て国運発展の基礎とする」を謳う本学は、理数系教員養成の豊かな実績を誇り、物理分野や化学分野の研究を横断的・融合的に推進する環境が整っています。そうした資源をフル活用し、分野横断的な性格をもつ理

数教育研究センターと教職支援センターの共同作業として、参加教員各位に先端科学を実体験していただき、学校現場の活性化に寄与したいというのが本事業の趣旨です。

また、SSHレベルの高校現場では、創造性や課題解決力、プレゼンテーション能力の教育不足が問題になっているという現状に鑑み、参加者間の討議やグループ作業、プレゼンテーション法の指導などもプログラムに組みこみました。

運営主体になる両センターの関連教員を始め、多くの先生やTA諸君、事務方のご尽力を仰ぎつつ、成功裡に終えることを願っています。



理数教育研究センター 数学教育研究部門活動報告



理数教育研究センター
数学教育研究部門長
清水 克彦

前任の新妻弘先生を引き継いで、数学教育研究部門長を務めることになりました理学部数学科の清水克彦です。東京理科大学の伝統ある数学教育研究の中心を担う研究部門を澤田利夫先生、新妻先生の後を受けて、しっかりと発展させていただき所存でございますので、よろしくお願いいたします。

本学の理数教育研究センターは、日本では本学にしか存在しない特徴ある研究機関であり、本学が果たしてきた理数教員の養成に対する本学の意識の高さを示すものであります。

米国などには、Center for Research in Mathematics and Science Educationのような名称を持った研究機関が、多くの大学に設置され、政府の援助を受けて、その国の理数教育の振興のために、活発な活動を行っております。東京理科大学理数教育研究センターにおきましても、様々な補助を受けて、数学体験館やサイエンス・リーダーズ・キャンプなどを展開して、理数教育の振興に努めております。その振興を支える確固たる基盤は、やはり研究部門における研究や調査活動によってもたらされていると思います。数学教育研究部門では、東京理科大学における理数教育の振興に資するような研究活動を、これからも地道に展開していく予定です。幸いにも本学には、これも他大学にはない理数教育のみを対象とした大学院である「科学教育研究科」が設置され、修士ならびに博士の院生が活発に研究活動を展開しており、このようなマンパワーも動員して、研究活動を行っていきます。

さらに、将来は、先に述べさせていただきましたような諸外国の理数教育の研究センターとも交流を持って、広い視野に立った数学教育研究の展開、また、アジアの諸国における理数教育の展開なども視野に入れた研究活動も行っていければと考えております。研究センター長をお勤めいただいている秋山仁先生は、日本のみならずアジア、そして世界的に数学の啓発活動を展開されておられますので、本研究センターが日本のみならず、世界の研究拠点となることも机上のプランではないと思っています。

さて、数学教育研究部門の研究活動の報告ならびに研究計画をご報告させていただきます。本研究部門は、「教育・教材研究」、「数学教育に関する諸教育データの収集」、「数学力に関する長期継続研究」、「プロジェクトの企画・運営」を大きな柱として活動を展開しております。それぞれにつきまして、ご報告をさせていただきます。

1. 教育・教材研究

教育方法の研究、カリキュラムの開発研究、ITを用いた教材や教育方法の研究開発、指導と評価などについてのセミナー・講習会の開催、数学教育に関する高大の接続、サイエンス・パートナーシップやスーパーサイエンスハイスクールなどへの協力を行います。昨年度は、青森県のSSH校、都内のSPP、SSH校への協力、現職数学科教員向けのリフレッシュ講座の開講などを行いました。また、数学を楽しむ講座「∞」の開催、その成果を「数学トレッキングツアー」シリーズとして刊行することの準備を進めました。さらに、CAS電卓の教材開発やT[^]3への協賛も行いました。

2. 数学教育に関する諸教育データの収集

高校生向けの学力診断テストの開発とそのデータの収集、学生の意識調査や社会調査などのデータベースの構築と維持管理、高校と大学の数学教育についての情報交換、中学・高校基礎学力テストなどの開発を行います。

特にインターネットを利用したWeb数学テストはこれまでの開発と運用を昨年度も進めました。この研究を今年を中心に進めていく予定です。

3. 数学力に関する長期継続研究

本研究部門が開設以来取り組んでいる大きな調査研究が、理系高校生を対象とした数学の学力調査です。理系高校生のみを対象とした数学の学力調査は、他になく、大変重要な調査といえます。日本のこれからの科学力の行く末を予測するために役立てることができる調査で、東京理科大学ならではの学力調査となっています。

昨年度の報告書の刊行（「高校生の数学力」シリーズ）と、今年度の調査の実施を予定しています。

4. プロジェクトの企画・運営

本研究部門のプロジェクトの代表的なものとして、優秀な数学科教員の授業を全国に紹介する「数学・授業の達人大賞」の開催があります。優秀な数学科教員を顕彰するとともに、その授業の姿を全国の先生に紹介しています。今年度も8月から募集を開始し、東京理科大学のホームカミングデーに表彰式を実施します。

そのほかに共立出版「数学英和・和英辞典」（小松勇作編）の改訂や、数学体験館の開設に合わせたプロジェクトなどの企画も進めています。

今年度も本研究部門の研究活動にご協力とご支援をお願い申し上げます。