



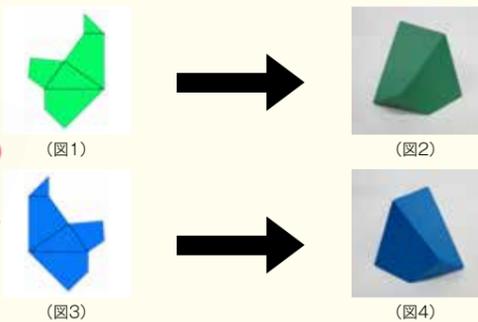
なるほど納得ゼミナール

本センターで制作された新作品をひとつずつ本コラムにて紹介します。

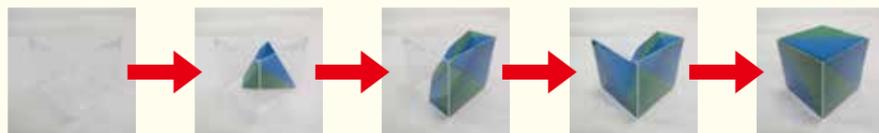
ペンタドロン

今回は、ペンタドロンという多面体についてお話しします。

図1の展開図を組み立てると、図2のような五面体ができます。また、図1の展開図を図3のように裏返しにして組み立てると、図4のような五面体ができます。図2の五面体と図4の五面体は、互いに鏡映対称(雄雌)になっていますが、同じ展開図から作られている五面体なので、これらは同一の立体とみなします。



この五面体を幾つか使って、立体を作ってみましょう。例えば、透明なアクリル板で作った立方体の箱がありますが、その箱の中にこの五面体を詰めていきます。すると、12個(雄雌6対)の五面体を入れたところでアクリルの箱の中にピッタリと納まりました。つまり、この五面体で立方体(平行六面体)の特別な形を作ることができます。



では、他にどのような多面体を作ることができるのでしょうか?

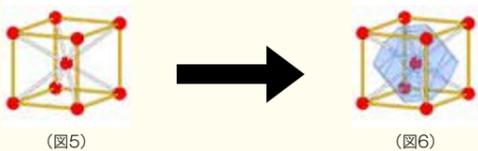
実際に作ってみると、この五面体が48個(雄雌24対)で切頂八面体、144個(雄雌72対)で斜六角柱、192個(雄雌96対)で菱形十二面体、384個(雄雌192対)で長菱形十二面体ができます。実はこれらの5種類の立体は「平行多面体」と呼ばれています。



平行多面体は、各面の中の向かい合った辺同士が全て平行になっている面のみで構成されていて、それらの面も向き合った面が全て平行になっています。さらに平行移動するだけで3次元空間を埋め尽くすことができる立体です。1885年にロシアの結晶学者であるフエードロフによって「平行多面体は、平行六面体、切頂八面体、六角柱、菱形十二面体、長菱形十二面体の5種類しかない」ということが証明されています。

結晶学とは、原子や分子の配列によってできている結晶の様々な性質を研究する学問ですが、結晶学の観点では平行多面体はとても重要です。何故なら、結晶は原子や分子が繰り返しパターンを持って配列している物質なので、その配列方法の骨格となる基本の形が平行多面体になるからです。

例えば、図5は立方体の8つの頂点それぞれと立方体の中心に原子が位置する結晶構造の一つです。このような結晶構造のことを「体心立方格子」といいます。このような構造をもつ格子の勢力圏(各格子点から最も近い点全体から成る領域)の形は切頂八面体になります(図6)。



一般的には平行多面体よりも正多面体の方が良く知られていますが、自然界においては平行多面体もとても重要なのです。

驚くべきことは、これら5種類全ての平行多面体を、上記のように、たったの1種類の五面体の面と面を貼り合わせて作ることができるということです。この五面体はつい最近発見されて、「ペンタドロン」と命名されています。平行多面体の「素(もと)」となるペンタドロンの発見は、結晶学においても何か重要な結果を導くかも知れません。

(文責・制作 学務課 山口康之)

理数教育フォーラム

Renovate Math & Science Education

第4号

2013.03

発行：理数教育研究センター

Contents

- 1 山口東京理科大学における「算数・数学おもしろランド in やまぐち」の開催
- 2 高校生の数学力 ～「理数系高校生の基礎学力調査」より～
- 4 なるほど納得ゼミナール ペンタドロン

山口東京理科大学における「算数・数学おもしろランド in やまぐち」の開催



理数教育研究センター長 秋山 仁

開催概要	
開催日	I期 平成24年11月10日(土)～11月22日(木) II期 平成24年11月24日(土)～11月25日(日) (平日は休館。なお団体で事前予約頂いた場合は閲覧可能。)
開催時間	10:00～16:00
場所	I期 総合教育センター-科学交流広場 II期 5号館 5108, 5109教室
主催	山口東京理科大学
協力	山口東京理科大学 ホームカミングデー実行委員会 東京理科大学 理数教育研究センター 東京理科大学 近代科学資料館
後援	山陽小野田市教育委員会 宇部市教育委員会、山口県教育委員会 小野田商工会議所、宇部商工会議所

山口東京理科大学において、11月24日(土)～25日(日)の竜王祭、25日(日)のホームカミングデーにあわせて企画展「算数・数学おもしろランド in やまぐち」を開催しました。展示内容は、平成24年7月20日(金)～9月8日(土)まで本学の近代科学資料館で行った企画展と同様です。

来場者に教具の説明をするインストラクタとして、山口東京理科大学の学生と教職員(一般基礎教員 酒井吉雄 教授、同 見山友裕 教授、同 金田和博 准教授、山口事務部主任 八嶽忠雄氏)、合わせて13名に参加していただきました。開催日前日に、山口康之氏(学務部学務課)と東京理科大学OBの千葉智氏が教具の説明方法や扱い方のレクチャーを行いました。なお、インストラクタを行う学生や教職員の都合上、開催は期間中の土曜日と日曜日のみに限られました(ただし、団体で事前予約をした場合に限り閲覧可能)。

この企画展において、中国新聞と宇部日報の取材を受け、開催の告知に関してや、6つの教具を日替わりで紹介する計7編のコーナー記事が紙面に掲載されました。

I期の開催日数は延べ4日間で、来場者数は1日平均50人程度でしたが、II期は竜王祭とホームカミングデーの期間中であつたためI期よりも多くの来場者が訪れました。特に「ホームカミングデー記念講演会」に合わせて来場する人が多く、記念講演会が終了したあとは、企画展の会場は超満員となりました。24日(土)の来場者は約150人、25日(日)の来場者は約300人で、盛況のうちに企画展は終了しました。

I期、II期を通して、子供連れの家族が最も多かったのですが、中には研究者や教育関係者も見受けられました。また、九州や山口県以外の県からなど、遠方から訪れた熱心な方々もいました。来場者から実際に聞いた意見として、以下のものが挙げられます。

- 「実験して確かめられるから楽しい。算数が好きになる」
- 「このような教具を使うと数学の定理や公式が理解しやすくなる」
- 「算数や数学の授業でもこのような教具を取り入れて、体験型にして欲しい」
- 「山口県でこのような展示をやっているのは有り難い」



算数・数学おもしろランド in やまぐちにて

●お問合せ先

東京理科大学 理数教育研究センター(事務局:学務部学務課)

〒162-8601 東京都新宿区神楽坂1-3

TEL. 03-5228-7329 FAX. 03-5228-7330

高校生の数学力 ～「理数系高校生の基礎学力調査」より～



理数教育研究センター 客員教授
澤田 利夫

はじめに

「理数系高校生のための数学基礎学力調査」は、理数教育研究センター数学教育研究部門の研究事業の一環として、2005年度から実施しています。

学力低下が叫ばれている今日、将来理数系の大学に進学する高校生の現状を知ることが目的の一つとして、この調査が行われています。

調査は、高校3年生で「数学Ⅲ」と「数学C」を履修している生徒を対象に毎年9月下旬から10月上旬にかけて、本学入試課の所蔵しているデータをもとに任意に抽出された高校の生徒に実施しています。

2005年度から2012年度までの過去8カ年で実施された学校数、生徒数の内訳は表1の通りです。

●表1 学校数、生徒数

年度	区分	国立	公立	私立	全体
05年度	学校数	2	29	11	42
	生徒数	128	1,458	651	2,237
06年度	学校数	1	25	20	46
	生徒数	76	1,857	1,432	3,365
07年度	学校数	1	35	22	58
	生徒数	80	3,051	1,444	4,575
08年度	学校数	2	36	30	68
	生徒数	125	3,003	2,172	5,300
09年度	学校数	3	22	20	45
	生徒数	174	1,509	1,217	2,900
10年度	学校数	4	28	19	51
	生徒数	289	2,162	1,341	3,792
11年度	学校数	3	28	23	54
	生徒数	187	2,339	1,558	4,084
12年度	学校数	3	48	30	81
	生徒数	178	3,701	2,023	5,902

8年間で38都道府県延べ447校の参加校で3万2千にも及ぶ理数系高校3年生の学力調査は、近年としては稀で貴重なものとなります。

実施した問題は、05年度はA,B,C,Dの各10題の計40題、06年度以降はそれぞれA,B,C,Dの各11題の計44題を用意し、各

学校で生徒を4等分し、各問題セットのいずれかを1校時分として与えました。各問題セットのうち3題は記述式の問題で、残りの問題は選択式でSIMS(1980年実施の「第2回国際数学教育調査」)で使用した問題でした。問題は、現行の学習内容の範囲内で、基礎的・基本的な問題から成り立っています。

1980年11月実施のSIMS調査問題を利用したのは、この調査が直近の高校最終学年の理数系生徒のもので、過去の生徒の成績と比較する目的があったからです。すなわち、80年実施の高校生母集団の定義は、全日制高校3年生のうち数学Ⅲを週5時間以上履修している生徒で、当時約150万人の高校3年生の12%が対象母集団となっていました。

本稿では、各年度の報告書をもとに、8カ年にわたって参加した高校10校について、生徒の成績を取り上げました。同一校の成績であれば、各学校の年度ごとの学力が一定で安定しているデータが得られると考えたからです。これによって、年度ごとの成績比較やSIMS調査結果⁴⁾との比較などを検証してみました。

8カ年とも調査に参加した学校は、国立1校、公立4校、私立5校の計10校です。その生徒数は、05年度399名、06年度725名、07年度845名、08年度794名、09年度779名、10年度713名、11年度792名、12年度875名でした。

1. 同一問題による成績比較

8カ年とも調査に参加した学校は10校で、共通問題20題の年度別正答率の分布と平均正答率は、以下の通りです。

●表2 共通問題の成績分布

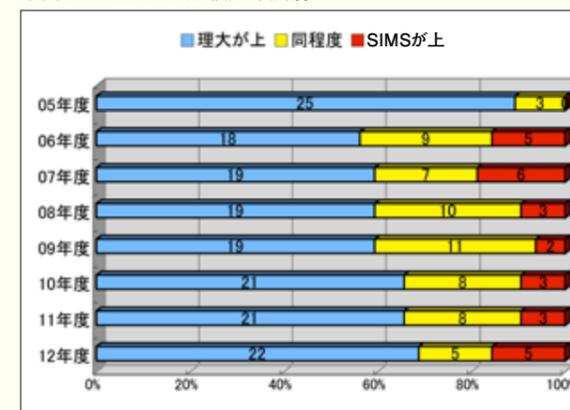
成績年度	20%～	40%～	60%～	80%～	平均正答率
05年度	2題	7題	8題	3題	61.4
06年度	3	5	10	2	60.1
07年度	3	6	10	1	59.2
08年度	3	7	9	1	58.0
09年度	3	7	9	1	56.9
10年度	3	7	9	1	57.0
11年度	3	8	8	1	56.8
12年度	3	5	10	2	58.6

20題の成績分布のうち、80%以上の成績を得たのは05年度で3題、06年度では2題、07年度～11年度では1題、12年度では2題でした。20題の平均正答率からも推測出来るように、07年度以降下降気味であった成績が今年度でやや回復傾向がみられます。

また、09年度～12年度の同一24校の共通問題37題の平均正答率でみると、09年度57.4%、10年度57.9%、11年度57.5%に対して12年度は60.1%と成績が上昇していました。

次に、各問題(05年度は28題、その他は32題)について年度ごとの成績とSIMSの成績とを比較して有意差検定した結果は、今回の成績が上、同程度(有意差なし)、SIMS成績が上に分け、問題数を図1に表しました。

●図1 SIMSとの比較/年度別



各年度を通して、80年のSIMS調査より一連の調査成績が優れているという傾向がわかります。標本抽出による多少のバイアスを考慮しても、最近の理数系高校生の成績が決して劣っていないことがわかります。

次の問題は、今回の調査よりSIMSの成績が良かった問題です。

(C8) x, y は正の実数で、 $y=4x^3$ とする。 $\log y$ を x 座標、 $\log x$ を y 座標とする点の集合は、次のどれか。

- (ア) 1点 (イ) 3次曲線 (ウ) 放物線
(エ) 直線 (オ) 指数関数の表す曲線

正答:(エ)

正答率

05年 36.4%	06年 31.8%	07年 30.4%
08年 34.2%	09年 33.8%	10年 31.4%
11年 26.1%	12年 29.4%	SIMS 38.1%

(C8) 指数・対数関数等の問題は、SIMS時代より指導内容の軽減によるもので成績が伸びなかったものと推定されます。

2. 成績の男女差

1980年度のSIMS調査での我が国の数学成績の男女差を概観してみます。13歳児(中1)集団について全167題の正答率の有意差検定の結果では、男子の成績が女子より良いのは38題(全体の21.6%)、女子の成績が男子より良いのは46題(26.1%)、どちらもいえないのは92題(52.3%)でした。すなわち、我が国の中学1年生の数学成績には男女差がないというものでした。その後のTIMSS(国際数学・理科動向調査)でもわが国の中学生には成績に男女差がみられないことが分かっています。

一方、SIMS高3集団では全問題136題のうち、男子の数学成績が女子のそれより良かったのは81題(全体の59.6%)、残りの55題(40.4%)は男女の成績に有意な差が認められませんでした。

今回調査で、各年度の問題別成績を男女別に比較し、有意差検定した結果を表3にまとめてみます。

●表3 問題別成績の男女差

年度	問題数	男子が上	同程度	女子が上
05年度	40	2	38	0
06年度	44	8	35	1
07年度	44	0	33	11
08年度	44	12	29	3
09年度	44	9	34	1
10年度	44	8	36	0
11年度	44	6	38	0
12年度	44	11	33	0

8カ年全体348題中では男子の成績が女子より良いのは56題(16.1%)、女子の成績が男子より良いのは18題(4.6%)、男女差なしが276題(79.3%)であり、年次別に違いはあるものの80年代と比較して最近の理数系高校生の基礎学力成績には男女差がみられないということでした。

3. 成績と自信度

この調査では、生徒にその解答に対する自信度を三肢(1. 自信あり、2. あまり自信なし、3. 全く自信なし)で答えてもらいました。正答して、自信があることは望ましいことですが、自信ありの割合(自信率/正答率)を正答者の自信度とみて調べてみました。

ここ数年間の問題のうち正答率が60%前後で、その自信度が3割にも満たない問題の一例を挙げると、

(A6) $f(x)$ は偶関数で $x=0$ で微分可能である時、 $f(x)$ はつぎのどの条件をみたすか。

- (ア) $f'(0)=1$ (イ) $f'(0)>0$
(エ) $f'(0)<0$ (オ) $f'(0)=0$

(オ) $f'(0)$ はどんな値でもとることができる

正答:(エ)

正答率(自信率)

09年 59.7%(16.6%)	10年 60.5%(19.2%)
11年 60.3%(15.3%)	12年 58.8%(15.1%)

偶関数の定義から $f(-x)=f(x)$ を用いた解答も期待したが、 $f(x)=x^2$ 等の簡単な例を考えて解決策を考えてみる事も大切な推論の方法です。

実施校へは調査後、1ヶ月以内をめどに生徒の反応や得点等の集計分析結果を送り参考にさせていただいています。また、報告書「高校生の数学力NOW」シリーズを刊行し理数系高校生の基礎学力の動向を公にしています。

参考文献

- 「高校生の数学力NOW」東京理科大学数学教育研究所 科学新興新社 2006.11
- 「高校生の数学力NOWⅡ～Ⅶ」東京理科大学数学教育研究所 科学新興新社 2007.10～2012.10
- 「理数系高校生のための数学基礎学力調査」報告書(中間)東京理科大学数学教育研究所 2013.2
- 「中学・高校生の数学の成績」国立教育研究所 第一法規 1981.10