

数学体験館訪問記： 定理と公式に魂と命を吹き込む

秋山仁¹, Jude Buot^{2*} and Mark Anthony Tolentino³

¹Tokyo University of Science, Tokyo, Japan. ^{2,3} Department of Mathematics, Ateneo de Manila University, Quezon City, Philippines.

§ 1. はじめに

本稿の第 1 著者である秋山は 1997 年以来、JCDCG^{^3}（日本離散・計算幾何学国際会議）を毎年（ほぼ毎年 9 月に）、主催している。共著者の 2 人（Jude と Mark）は 2024 年 9 月に、東京理科大学（TUS）神楽坂キャンパスで開催された第 25 回 JCDCG^{^3}に参加した。その際、TUS には世界でもユニークな数学体験館があることを知り、数学体験館を訪問することになった。また、この数学体験館の創立者である秋山に数学や数学文化の楽しみ方についてインタビューして、この記事을共同して執筆することになった。

神楽坂エリア

東京は、さまざまなタイプの旅行者にとって魅力的なスポットがたくさんある賑やかな都市です。その中には、渋谷のスクランブル交差点、浅草の繁華街にある浅草寺、高級ショッピング街の銀座、文化的な活動の本拠地である新宿、ファッションや流行の先端を行く原宿、アニメの街である秋葉原などがあります。これらのスポットの多くは、山手線の環状線で行くことができます。総武線はこれらの路線の中央を走り、山手線の新宿と秋葉原を結んでいます。（図 1）。



図 1 東京の JR 山手線、中央線、総武線

神楽坂は東京の中心に位置する飯田橋駅の北側に位置し、旧江戸城（現在の皇居）のお堀の外側にあります。神楽坂は1867年まで徳川幕府に仕える武士が住んでいました。それ以来、多くの有名な小説家、詩人、画家、芸能人、科学者、音楽家がこのエリアに住み、第二次世界大戦中には劇場、演芸場、芸者で賑わう料亭が立ち並ぶ娯楽の中心地としての評判を築いてきました。『羅生門』（1950年）や『七人の侍』（1954年）で知られる映画監督の黒澤明は、若い頃に神楽坂の映画館や演芸場によく通っていたことを懐かしそうに語っています。今日の観光客は、ミシュランの星やビブグルマンを獲得したレストランが30軒以上あり、グルメや芸者文化を求めて神楽坂を訪れます。それ以外にも、神楽坂には文化的な雰囲気が漂っています。このエリアには、アンスティチュ・フランセ東京やブリティッシュ・カウンシルのほか、東京理科大学、法政大学などの多くの学校や大学が集まっています。



図 2. 毘沙門天 ©持田晃



図 3. 阿波踊り ©神楽坂まつり実行委員会

神楽坂は、メインストリートは一見すると何の変哲もない街ですが、一歩路地裏に入ると、徳川幕府の時代を彷彿とさせる下町の雰囲気が漂います。古い文化と新しいものが共存しているのがこの街の魅力です（図2、3）。

数学体験館への道順



図 4. 坊っちゃんタワー



図 5. 数学体験館の入り口はブリティッシュ・カウンシルのすぐ横にあります。

東京理科大学は総武中央線と平行に走る外堀通り沿いにあるので、見つけるのは簡単です。外堀通りを歩いていると、高さ 6.5 メートルの坊っちゃん塔に気づくでしょう（図 4）。ペンタドロンと呼ばれる五面体（5 つの面を持つ立体で、平行多面体の元素）を積み重ねて作られた、不思議な銀色の構造物です [4]。数学体験館は、東京理科大学の近代科学博物館の地下にあり、ブリティッシュ・カウンシルの隣に位置します（図 5）。数学体験館は、東京理科大学の秋山仁によって 2013 年に創設されました。

第一印象

数学体験館に足を踏み入るとすぐに、魅力的な手作りの芸術作品、数学的模型、実験装置などが数多く目に飛び込んできます（図 6）。各展示には説明書があり、体験館の展示品を解説・演示してくれるインストラクター（ほとんどは TUS の学生ですが、時には秋山自身）もいます。秋山の著書「数学ワンダーランドの一日冒険旅行」[10]や「直観幾何学への長旅」[9]、または NHK で放映されたテレビ番組を彷彿とさせるこの体験館では、楽しく快適な環境で数学を五感を通して楽しむことができます。



図 6（左）美術館を訪れた子供たちにインストラクターが展示品を解説している様子。（右）着物姿の学生インストラクターが等身大の五角錐体鏡の中でポーズをとっています。



図 7 数学体験館の入り口に展示されている「菖蒲」のタイル張り作品、これは黄金色の太陽を浴びる菖蒲の花の美しい景色を思い起こさせます。

次の節では、数学体験館にある数百の数学作品や工芸品の中から私たちのお気に入りの作品をリストアップしましょう。

§2. 興味深いタイル作品

「菖蒲」(図 7) はくり返し図形による作品だが、私たちがお気に入った作品は、長寿を意味する漢字「寿」と長寿の象徴としてよく使われる松の木のイメージを組み込んだ、典型的な日本風の作品「松と寿」(図 8) です。

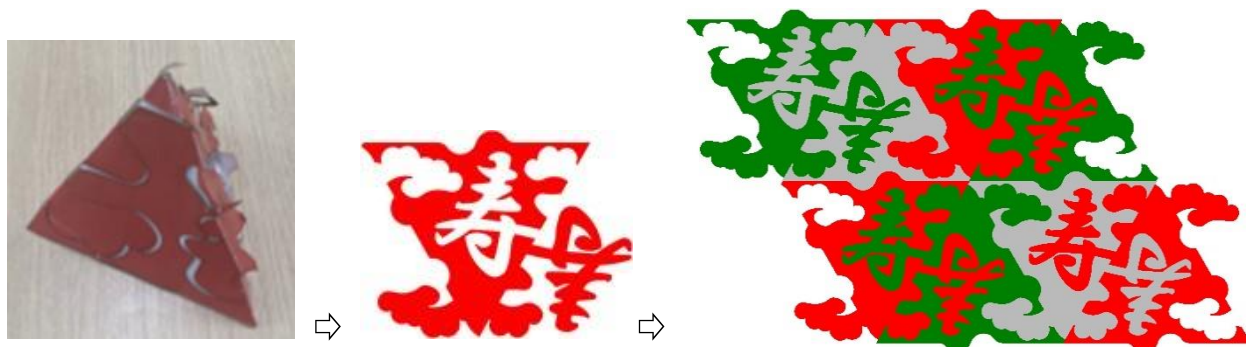


図 8. (左) 正四面体の表面を『寿』の字が現れるように切る。(中) 切られた表面を平面上に開く (これをネットと呼ぶ) (右) 赤と緑のネットをタイル張りする。

多面体 (二面体も含む) の表面を勝手に切って開いた図形をネットと呼びます。任意のネットがタイルになっている多面体をタイル製造器といいます。数学体験館には、非常に興味深い形のタイル作品が多数展示されています。これらは、タイルメーカー定理 ([1, 8, 9] を参照) を応用した作品です。タイル製造器には等面四面体 (4 つの合同な面を持つ四面体) と 4 種類の二面体があります。秋山は数学に創造性を少し加えて美しい芸術作品を創作しています。

数学体験館では、参加者がこの種のタイル作品作りを楽しめるワークショップやセミナー、展覧会を定期的に開催しています。

興味深い変身図形

ある形が別の形に変身する歯車付きの工芸品が数多く展示されていて、来館者は実際に自分の手で歯車を回して不思議を実感していました。

たとえば、鷺の形をした図形 (図 9 (a) 参照) が歯車付きの木の板に取り付けられています。右上隅のノブを時計回りに回すと、図形がいくつかの断片へ分解されます。ノブを回転し続けると、鳩に変形します。ロバからキツネへの変身図形です (図 9 (b))。これらの図形の対は変身対と呼ばれます。数多くの変身対が体験館には展示されています。

(a) 鷲↔鳩（戦争から平和へ）



(b) ロバ↔キツネ



図 9. 歯車付き 変身図形

秋山がこれらの変身可能なペア（対）について考え始めたキッカケは、ヘンリー・アーネスト・デュドニー（1857-1930）[12]による有名な「Haberdasher's Puzzle」でした。それは「正三角形をいくつかの断片に分解し、それらの断片を並べ変えて正方形を作ることは可能か？」というものです。この問題は、ほぼ 1 世紀前に提起されました。数学体験館は、デュドニーの作品の三角形と正方形の変身ペアにいくつかの興味深い絵を描いて作られたユーモア溢れる作品が多数展示されています（図 10）。

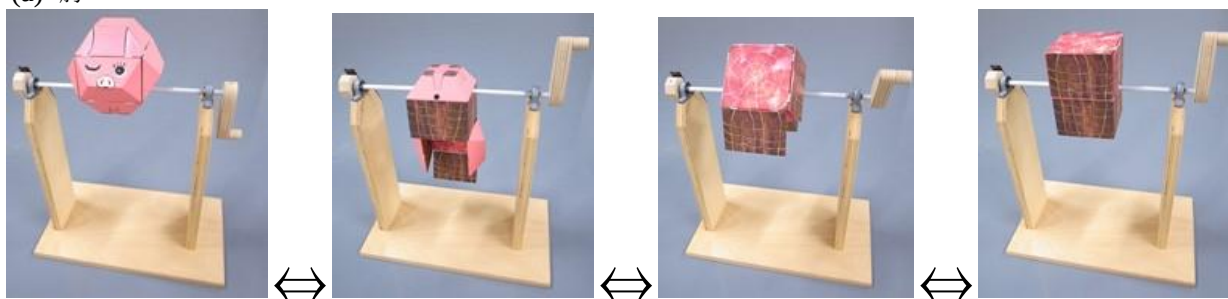
当然の疑問は、「デュドニーの変身ペア（正三角形と正方形）以外に、どのような図形が変身可能なのか？」「デュドニーのペア以外の変身可能なペアを見つけるにはどうすればよいのか？」です。これらの問題の背後にある理論はすべて、[2、6、7、8、9]で明らかにされています。



図 10. 王様（正三角形のタイル）が、かごの中の鳥（正方形のタイル）に変形します。これらの形状の変身ペアは Dudeney が発端です。

変身可能の概念を 3 次元に拡張して、作られたユーモア溢れる装置も数学体験館で体感することができます (図 12)。

(a) 豚↔ハム



(b) UFO (未確認飛行物体) ↔ エイリアン (宇宙人)

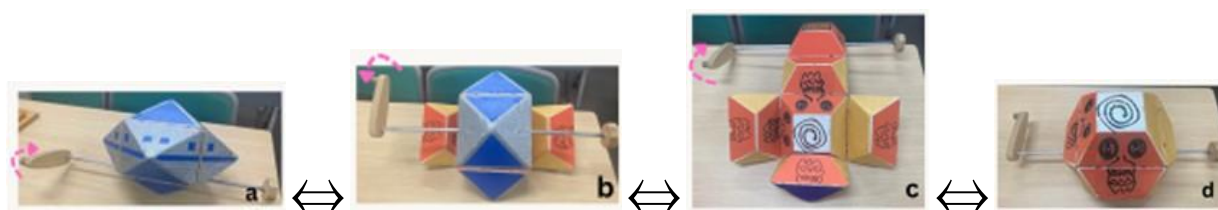
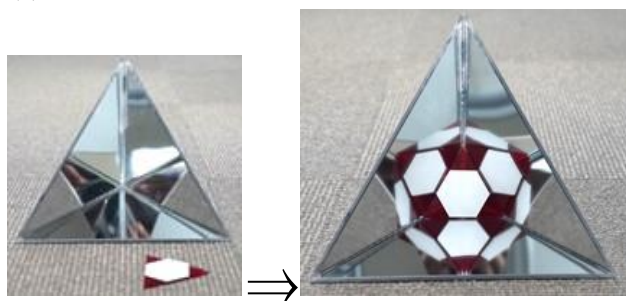


図 11 (a) 豚 (切頂八面体) を回転させるとハムの直方体になる。(b) UFO (菱形十二面体) の表面と内部をひっくり返すと、中からエイリアン (切頂八面体) が現れます。

多面体ミラー

底面が多角形の錐体で、その内壁が鏡張りになっているものを錐体鏡と呼びます。三角錐体鏡や五角錐体鏡の内部に三角形または五角形を配置すると何が起こるのでしょうか？ 体験館にいらして、是非、自分の目で確かめてください (図 12)。

(a)



(b)

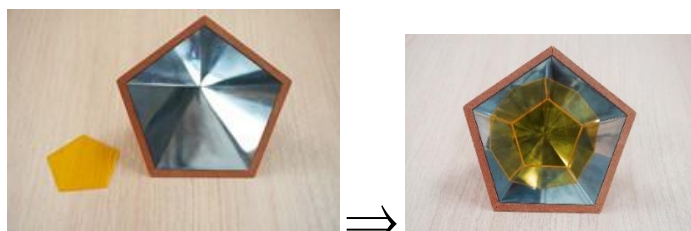


図 12 (a) 三角錐体鏡 (左) に白い六角形を入れるとサッカーボールが映し出されます (右) (b) 五角錐体鏡 (左) のピラミッド内に黄色の五角形を入れると十二面体が映し出されます (右)。

歪んだ車輪を持つ車両

この歪んだ（丸くない）車輪を持つ車両は揺れずにスムーズに走行できると思いますか？実は、できるのです！ その秘密は、車両本体に装着された4つの四角い穴とその中で回転するルーローの三角形のシャフトです（図13）[13]。

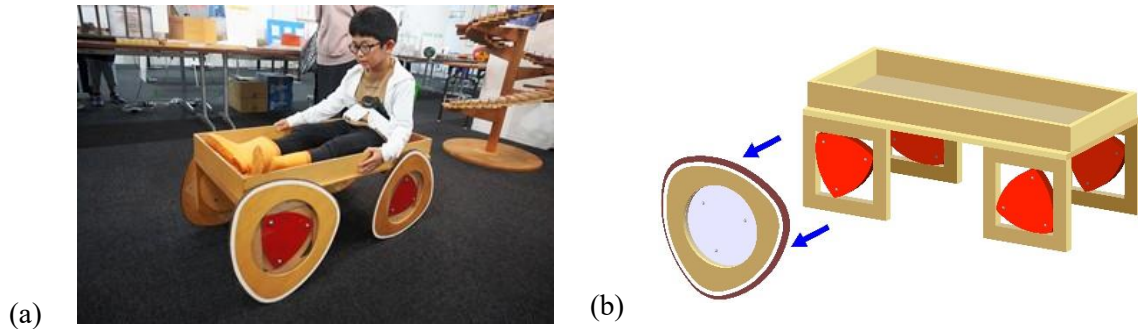


図13 (a) 歪んだ車輪の付いた乗り物 (b) ルーローの三角形の軸が乗り物のボディの四角い穴から突き出しています。

三角形と四角形の回転ドリル

回転ドリルで正三角形と四角形の穴が開けられます!!（図14）。

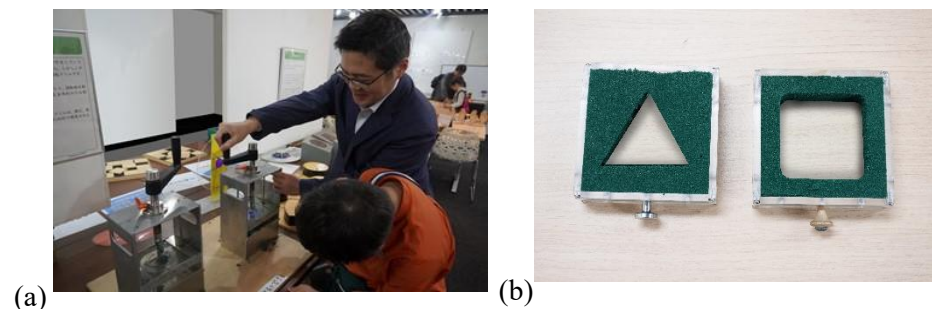


図14 (a) 数学体験館の来館者が自ら装置を操作して三角形と四角形の穴を開けています。(b) オアシス（フラワーアレンジメント用のスポンジ）に三角形と四角形の穴を開けるのです。

館内には数十の数学の他分野への応用を示すポスターが飾られています。その中のひとつが図15(b)で、これは楕円を利用した腎結石破碎装置を示しています。

数学の医学への応用

腎臓結石を人体から除去する方法をご存知ですか？楕円球の特性を応用したこの技術は、ESWL（体外衝撃波結石破碎術）と呼ばれています。

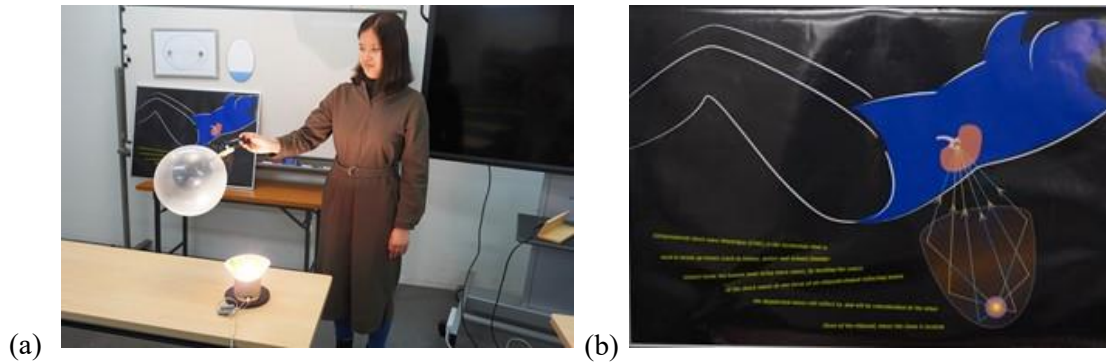


図 15 (a) インストラクターが ESWL の背後にある数学的原理を説明しています。ライトが点灯すると、2重風船の内側の黒い風船のみが影響を受け、外側の風船は影響を受けません。よって内側の風船だけが割れます。(b) 楕円の性質を応用した ESWL は人体から腎臓結石を除去する非侵襲的な治療法なのです。

螺旋木琴

音楽と数学は切っても切れない仲にあります。館内の“音楽コーナー”にはそれを示す作品が多く展示されています。その中からひとつを紹介しましょう。螺旋木琴の上から木の玉を落とすと、玉が下に落ちていくにつれて木琴の鍵をたたき、美しいメロディーを奏でます。鍵の長さ、鍵の間隔、鍵の傾きによって、それぞれ音色、音の長さが決まります（図 16）。



図 16. 螺旋状の木琴を試奏している様子。

パズル&ゲームコーナー

訪問者は独自に開発された多くのゲームやパズルを楽しむことができます。

たとえば、4つの異なる多面体ブロック α , β , γ , δ のコピーの面と面を貼り合わせ、5種類のプラトン立体（正多面体）をすべて構成することができます（図17）[3、5、11]。

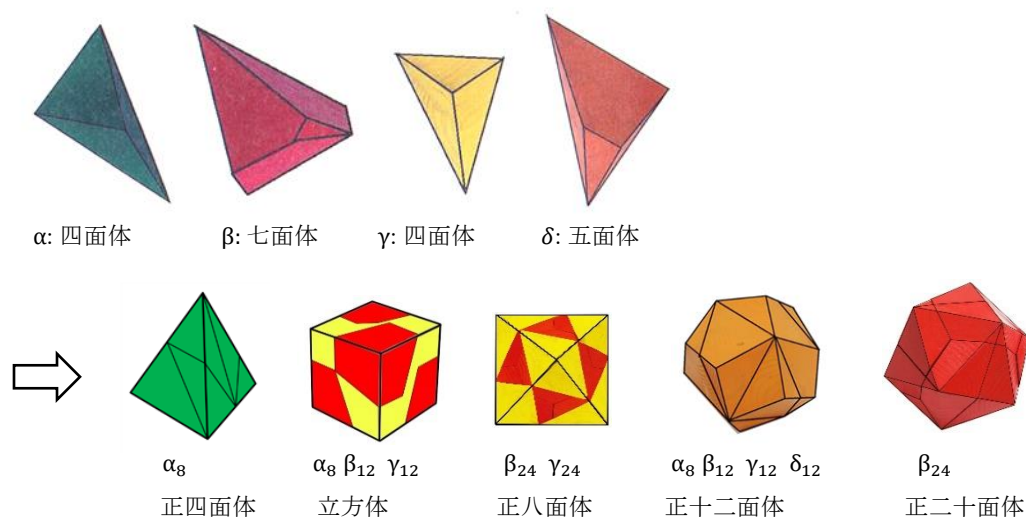


図17 4つの異なる多面体ブロック α , β , γ , δ で構成される5つのプラトン立体

§3. 有名な定理や公式に基づいた道具や工芸品

数学体験館で制作・展示されている美術作品、道具、模型、工芸品は、最先端の高度な研究の成果だけではありません。小学校、高校、大学で習う有名な定理や公式を視覚的に訴え、その本質を理解させるものも沢山あります。

ピタゴラスの定理 $a^2 + b^2 = c^2$ の証明

この数学体験館では、2種類の機械工作で15秒以内にピタゴラスの定理を視覚的に証明できます。そのうちの1つを図18に示します。

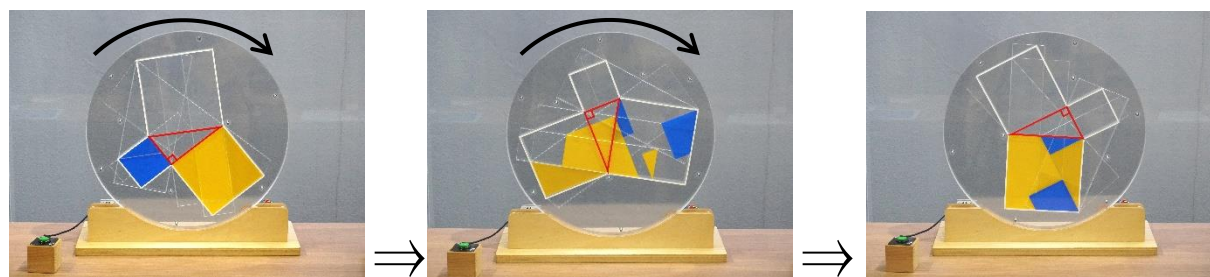


図18(a) この装置はピタゴラスの定理を視覚的に証明します。円盤が時計回りに回転すると、青と黄色のピースが赤い直角三角形の斜辺を横切ってスライドし、大きな正方形を形成します。

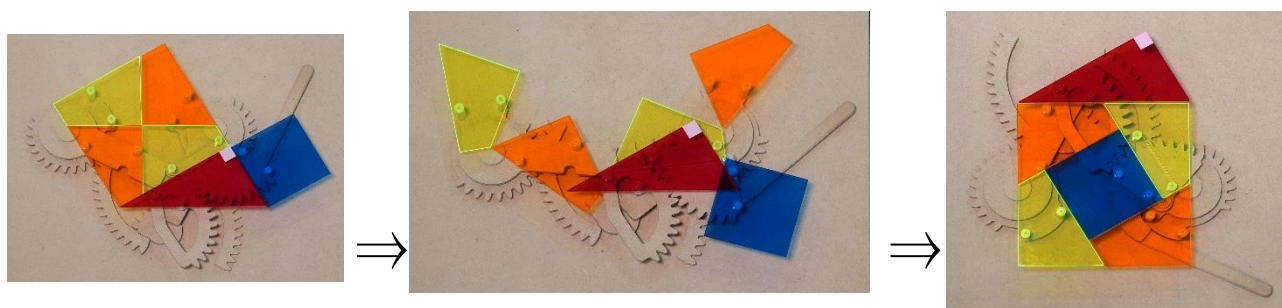


図 18 (b) この装置もピタゴラスの定理を視覚的に証明する回転歯車装置。ノブを回すと断片が集まり、大きな正方形を形成します。

半径 r の球の表面積 S を示す実験($S=4\pi r^2$)

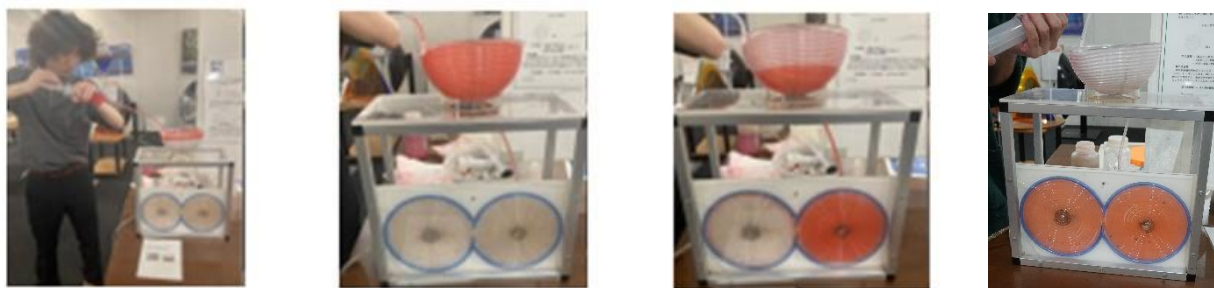


図 19. 学生インストラクターによる演示実験。半球の表面が赤い液体で満たす。その後、その液体がパイプを通じて、半球と同じ半径 r を持つ 2 つの合同な円（オニオン・スライス）に流れ込む。これは、 $S/2 = 2\pi r^2$ を意味します。

GCD（最大公約数）と LCM（最小公倍数）製造工場

GCD と LCM ファクトリーには 2 つの煙突（赤と青）があり、内部にスライド式のソーターと 3 組のシーソーが内装されています。

この装置（工場）の使い方

各素数を球で表し、素数の大きさを球の大きさで表現します。2 つの自然数 a, b を素因数分解した模型（分子模型）を準備し、この装置の 2 つの投入口のひとつに a の分子模型を、他方に b の分子模型を投入する。すると、素数はファクトリーの内部にあるスライド式ソーターによって大きさごとに分類されます。その後、球（素数）はシーソーに送られます。シーソーの下の方に入った球の表す数の積が LCM であり、上の箱に入った球の表す数の積が GCM になります！

例えば、右の投入口（青）へ $24 (= 2^3 \cdot 3)$ を入れ、左の投入口（赤）へ $90 (= 2 \cdot 3^2 \cdot 5)$ を入れます。すると、シーソーの下の方に入った球は 2 が 3 個、3 が 2 個、5 が 1 個になります。また、シーソーの上の方に入った球は 2 が 1 個、3 が 1 個、5 は 0 個になります。よって、

$$\text{GCM} = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^0 = 6$$

$$\text{LCM} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 360$$

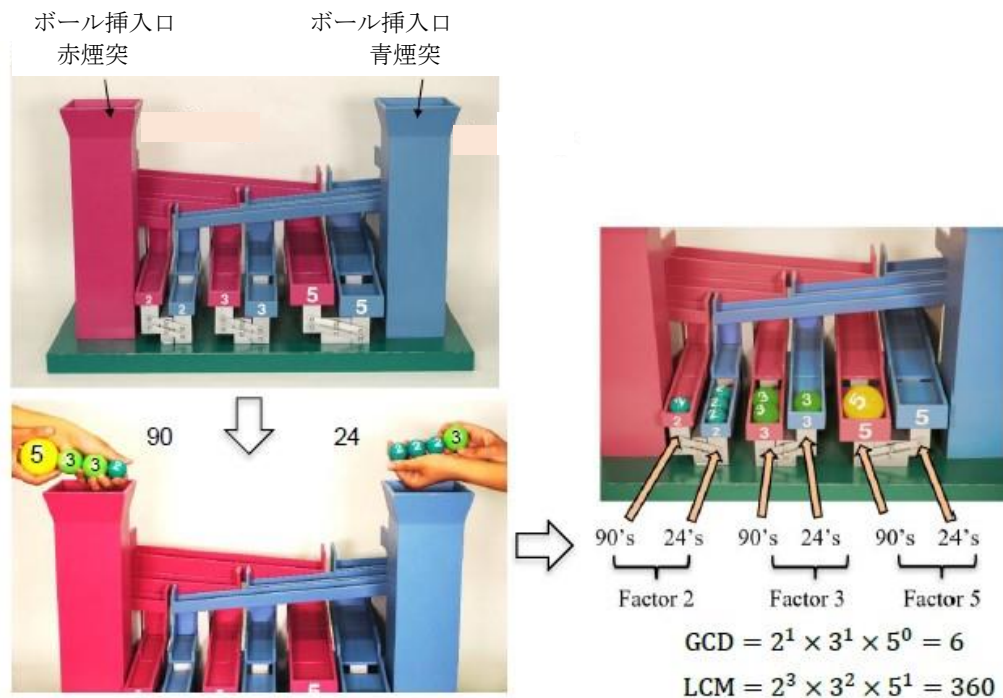


図 20. GCD および LCM 製造工場。例として、2 数 90 と 24 に対して、GCD と LCM を生成している様子

次の 2 つの章では、第一著者（秋山仁）が数学体験館の設立のきっかけ、目的、意義や抱負について語ります。

§4. 数学体験館の建設の動機と目的

数学を楽しむ

有名な楽曲の楽譜を見せられても、ほとんどの人は喜んだり感動したりしません。才能のあるミュージシャンだけが、頭の中で楽譜を再現して興奮や感動を味わいます。おいしい料理のレシピを見せられても、ほとんどの人はそれがどんな美味しい料理なのか想像できません。

同様に、美しい数学理論も、数式や専門用語だけで書かれていては多くの人は味気ないと感じます。音楽や料理は、プロのミュージシャンが演奏し、シェフがレシピを美味しいグルメを提供してくれるので、一般の人でも楽しめるのです。しかし、数学ではそうはいきません。私は数学でも同じことをするべきと考えています。すなわち、数学の教科書や黒板に書かれた数式やグラフ、図、専門用語を使った文章で、訓練された少数の人だけが感じる感動や喜びを一般の人々も楽しめるように表現できるようにしたいと。

私は 1991 年以来、毎年、NHK（日本放送協会）を通じて数学のテレビ番組を制作し、出演してきました。当初、私のテレビ番組は数学が苦手な生徒や学生を対象に意図的に制作されました。彼らの多くは、教科書で読んだりする数学の専門用語、公式をみるだけでしりごみしてしまいます。彼らに数学が楽しいものだということを体験してもらうために、多くの数学的な模型、作品、教具、装置を番組では作成しました。

UNESCO などの支援の下、これまでに制作した模型や機器を巡回展示会を世界各地で開催してきました。今回、理科大に常設の数学体験館を設立したことで、より幅広い視聴者や次世代の学習者に喜びと興奮の気持ちを分かち合う機会を得ることができとても嬉しく思っています。

数学体験館の特徴

数学体験館は、世界で各地にある。この小さな数学体験館の特徴は、展示されている作品の多くが秋山のアイディアや定理を具現化した作品で、かつ、それらが体験館のテクニカル・ディレクターの山口康之氏の創意と工夫の下、丁寧に制作されています（図 21）。



図 21 体験館内の工房で作業している技術者、山口康之氏

この体験館が、年齢、民族、数学の知識レベルに関係なく、誰もが自分で実験をしたり、道具、装置、作品、模型で遊んだりすることで、数学を楽しむ場になることを思い描いてきました。訪問者が、意識的であろうと無意識的であろうと、数学的なアイディアをより深く理解し、認識するようになり、それによって興味を広げ、新しいアイディアや応用を生み出す力を得る空間になることを願っています。

コメディ映画「ナイトミュージアム」では、展示作品に命が吹き込まれた瞬間から、作品の良さ（生命力、勇気、思いやり、創意工夫、創造性）が観客に伝わってきました。私も同じように、数学の定理や公式に命や魂を吹き込み、本来の輝きを放つ作品を作り続けていきたいと思っています。どうぞ、体験館で数学の世界を心ゆくまでお楽しみください（入場無料）。

Jude と Mark の感想

日本人の制作した製品は、その精密さ、頑丈さ、デザイン性の高さで世界中で高く評価されています。数学体験館を訪れたことで、これら 3 つの側面を再確認できました。この体験館は、数学と芸術は密接に関係しているという秋山教授の信念の証でもあります。体験館を一般公開することで、は誰もが自然に好奇心を抱き、子供のような驚きを持って次々に不思議を感じ、多くの人が算数や数学をもっと好きになると思います。是非、体験館に足を運んでください。

文 献

- [1] J. Akiyama: Tile-makers and semi-tile-makers. *The American Mathematical Monthly* **114**(7), 602–609 (2007), <https://doi.org/10.1080/00029890.2007.11920450>
- [2] J. Akiyama, E. D. Demaine and S. Langerman, Polyhedral Characterization of Reversible Hinged Dissections, *Graphs and Combin.* **32**(2), 25-33, (2020)
- [3] J. Akiyama, S. Hitotumatu and I. Sato, Determination of the element numbers of the convex regular polytopes, *Geom. Dedicata* **159** (2012), 89-97
- [4] J. Akiyama, et al. (2013). Atoms for Parallelohedra. In: I. Bárány, K. J. Böröczky, G.F. F. Tóth, J. Pach, (eds) *Geometry — Intuitive, Discrete, and Convex*. Bolyai Society Mathematical Studies, **24** (2013), 1-21 Springer, https://doi.org/10.1007/978-3-642-41498-5_1
- [5] J. Akiyama, H. Maehara, G. Nakamura and I. Sato, Element Number of the Platonic Solids, *Geom. Dedicata* **145**(1) (2010), 181-193
- [6] J. Akiyama and J. Matsunaga, Generalization of Haberdasher’s puzzle, *Discrete Comput. Geom.* **58** (1), 30-50, 2017
- [7] J. Akiyama and K. Matsunaga, Reversibility and Foldability of Conway tiles, *Comput. Geom.* **64**, 30-45, 2017
- [8] J. Akiyama and K. Matsunaga, Unfoldings of an envelope, *European Journal of Combinatorics*, **80**, 3-16, 2019
- [9] J. Akiyama and K. Matsunaga: *Treks Into Intuitive Geometry* (2nd Ed.), 177–263. Springer (2024)
- [10] J. Akiyama, Mari-Jo, Ruiz: *A Day’s Adventure in Math Wonderland*, World Scientific Publ. (2007)
- [11] J. Akiyama and I. Sato, The element numbers of the convex regular polytopes, *Geom. Dedicata*, **151** (2011), 269-278
- [12] H. E. Dudeney, *The Canterbury Puzzles and Other Curious Problems*, W. Heinemann (1907)
- [13] S. Mayer, and C. Masferrer Leon, Private communication through Jorge Urrutia (1998)