（独立行政法人教職員支援機構委嘱事業）

平成29年度教員の資質向上のための
研修プログラム開発支援事業

ICTを活用した
RLA導入研修プログラム資料集

東京理科大学 教育支援機構
教職教育センター
理数教育研究センター
川 口 市 教 育 委 員 会

目　　次

資料① 次世代型教育の授業像 …… 1

資料② 電子黒板を利用した指導方法とメリット …… 15

資料③ デジタル教科書の機能・プロジェクターの活用 …… 23

資料④ アクティブラーニングとＲＬＡ …… 47

資料⑤－１ 教材の体験①（Noise Cancelling）…… 73

Activity Sheet …… 75

指導書…… 89

指導案…… 108

資料⑤－２ 教材の体験②（絶対値を用いたグラフ）…… 113

Activity Sheet …… 115

指導書…… 124

指導案…… 137

資料⑤－３ 教材の体験③（フィボナッチ数）…… 141

Activity Sheet …… 143

指導書…… 148

指導案…… 164

資料⑤－４ 現実と数学の関連（距離センサーを用いたグラフ）…… 169

Activity Sheet …… 171

指導書…… 180

指導案…… 205

資料①　次世代型教育の授業像

資料①　次世代型教育の授業像

次世代型教育においては、主体的・協働的で深い学びの実現が目指され、

- **十分な知識・技能**
- **それらを基盤にして答えが一つに定まらない問題に自ら解をみいだして思考力・判断力・表現力等の能力**
- **これらの元になる主体性を持って多様な人々と協働して学ぶ態度**

のいわゆる学力の３要素を実現するためのアクティブラーニング（以下　AL）の実施が期待されています。またさらに、次世代型教育では、**ICT（Information Communication Technology）の活用**が大いに期待されています。具体的には

- **電子黒板**
- **インターネット**
- **デジタル教科書**
- **各種ソフトウエア**

などを活用することによって、今までにない豊かな授業の展開が期待されています。

１－１　次世代型教育の背景

次世代型教育が推進される背景として、今回の学習指導要領の改訂で登場した「資質、能力」という言葉のもとになった 21 世紀型能力という提案があります。

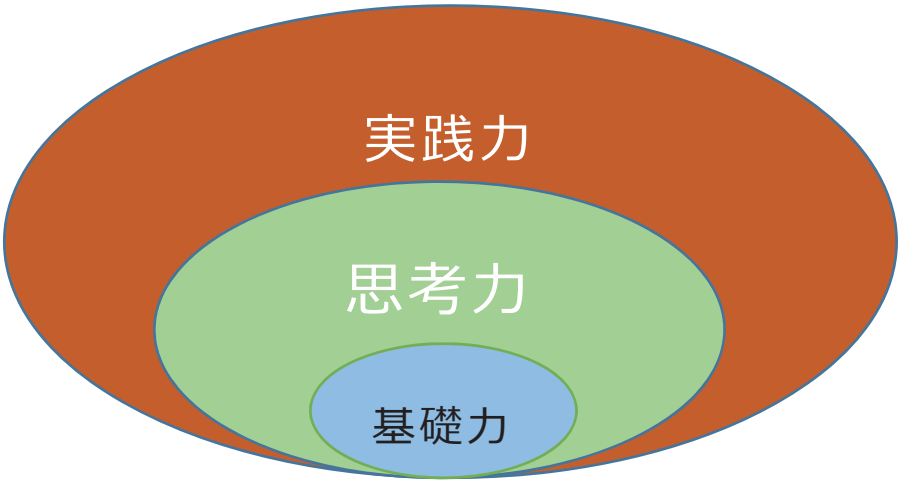


図１　21 世紀型能力(筆者が略図化)

（ https://www.nier.go.jp/05_kenkyu_seika/pf_pdf/20130627_4.pdf ）

国立教育政策研究所の資料によれば、**この２１世紀型能力が今まで強調されてきた生きる力を構成しているもの**であるといえます。

21 世紀型能力：「生きる力」としての知・徳・体を構成する資質・能力から，教科・領域横 断的に学習することが求められる能力を資質・能力として抽出し，これまで日本の学校 教育が培ってきた資質・能力を踏まえつつ，それらを「基礎」「思考」「実践」の観点で再構成した日本型資質・能力の枠組みである。

また、図１で表される能力像は

①思考力を中核とし，それを支える②基礎力と，使い方を方向づける③実践力 の三層構造

になっていると強調されています。

具体的には、下表に示した。

実践力	**・自律的活動力** **・人間関係形成力** **・社会参画力** **・持続可能な未来への責任**
思考力	**・問題解決・発見力・創造力** **・論理的・批判的思考力** **・メタ認知・適応的学習力**
基礎力	**・言語スキル** **・数量スキル** **・情報スキル**

表１ 21 世紀型能力の具体的な内容

の育成が 21 世紀型能力の支えることになると思われます。

１－２ 次世代型教育と ICT

上記の提案とは加えて、世界的な動向を見ると現在、21 世紀型スキルを提案するプロジェクト「ACT21s (Assessment & Teaching of 21st Century Skills)」を共同で進められています。そこで述べられている 21 世紀型スキルは白水始氏のまとめにもと

づき、美馬のゆり氏のまとめも参考にすると、以下のようなものです。
(http://www.nier.go.jp/shirouzu/publications/pub_20.pdf)
(http://www.nissan-zaidan.or.jp/nissan_zaidan/wp-content/uploads/2016/04/waku-waseda16-mima.pdf)

思考の方法(Ways of Thinking)
1．創造性とイノベーション(革新的な考え)
2．批判的思考、問題解決、意思決定
3．学び方の学習、メタ認知(認知過程に関する知識)
3′．計算論的思考(美馬氏のみ)
働く方法(Ways for Working)
4．コミュニケーション
5．コラボレーション（チームワーク）
働くためのツール(Tools for Working)
6．情報リテラシー(情報を読み解く力)
7．ICT リテラシー(技術を使いこなす力)
世界の中で生きる(Ways of Living in the World)
8．地域とグローバル社会でよい市民であること（シチズンシップ）
9．人生とキャリア発達
10．個人の責任と社会的責任（異文化理解と異文化適応能力を含む）

表 2　21 世紀型スキル（ACT21s 版）(下線筆者)

国立教育政策研究所が挙げる 21 世紀型能力の表 1と比較すると、働くためのツール、言い換えると学びのためのツールとして情報ツールの活用が独立して強調されていること、働く方法、言い換えると学びの方法として協働学習のためのコミュニケーションとチームワークが強調されていること、思考の方法として、創造性やイノベーションを強調している点が、特徴的であると言えるのではないでしょうか。特に、ICT の活用は、本プロジェクトでも、広い意味での次世代の教育では求められてくるものであると思われます。

このようなことをもとに、白水氏は 21 世紀型スキルを次のように定義されています。

21 世紀型スキル：他者との対話の中で、**テクノロジも駆使して、**問題に対する解や新しい物事のやり方、考え方、まとめ方、さらに深い問いなど、 私たち人類にとっての「知識」を生み出すスキル

後で述べることになりますが、本プロジェクトで導入する Researcher Like

Activity(RLA:研究者の活動を模した活動)では、このようなスキルを「疑似体験」できると思われます。また、この説明の中に含まれているように、21 世紀型スキルの育成にまた広くは次世代型教育の実現に最初に述べた ICT の活用が求められているということが含まれているということが求められていることがお分かりになると思われます。

１－３　次世代型教育(主体的・対話的で深い学び)に含まれる活動

これまでの説明では、方向性は示しているものの、次世代型教育の具体的なイメージを少しでもつかめたかと問われると、先生方はまだなんとなくしか分からないとお答えになると思われます。そこで、教員研修機構が示す主体的・対話的で深い学びの視点からの学習過程の質的改善により実現したい子供の姿をもとに説明を試みたいと思います。

まず、参考資料１を見てください。これは、次世代型教育推進センターが作成した主体的・対話的で深い学びの視点からの学習過程の質的改善により実現したい子供の姿のイメージ図です。

(http://www.nits.go.jp/jisedai/achievement/jirei/img/student_image_h29_6.pdf)

立方体の３面が「アクティブラーニング」の視点からの授業改善のために

・主体的な学び
・対話的な学び
・深い学び

によって構成されてより、資質・能力の育成を目指すことが表されています。また、この学習によって

・未知の状況にも対応できる思考力・判断力・表現力等の育成
・生きて働く知識・技能の習得
・学びを人生や社会に生かそうとする学びに向かう力・人間性の涵養

を頂点とした正三角形で組になっていることを表し、それが深まっていくようなイメージを表してします。

また、立方体の３面については、子どものイメージ例が「主体的な学び」、「対話的な学び」「深い学び」のそれぞれについて、そのプロセスが示されています。

「主体的な学び」については、教師が学びに向かう力を刺激する様々な工夫をすることによって、生徒が

「興味や関心を高め」→「見通しを持ち」→「自分と結び付け」→「粘り強く取り組み」→「振り返って次につなげる」

というプロセスを経ることによって学んだ手ごたえを得られることを目指しています。

また、「対話的な学び」については「聞く」「話す」ことによって「（自ら）考える」（括弧内筆者）を実現するために、

- **互いの考えを比較する**
- **多様な情報を収集する**
- **先哲の考え方を手掛かりとする**
- **思考を表現に置き換える**
- **協働して課題解決する**
- **共に考えを創り上げる**
- **多様な手段で説明する**

を行なえるようになることを目指しています。

さらに「深い学び」については「思考して問い続ける」ことを中心にして

- **自分の思いや考えと結びつける**
- **知識・技能を活用する**
- **知識・技能を習得する**

の三つの学習が相互に有機的に関連することが行われ、その結果として

- **知識や技能を概念化する**
- **自分の考えを形成する**
- **新たなものを創り上げる**

の学習が成立することが目指されています。

このイメージ例で挙げられている次世代型教育において目指されている学びの様相をまとめたのが、次世代教育推進センターのサイトに整理され、すでに参考資料１でも使用されているピクトグラムつきで整理されています。それを下表に示します。

http://www.nits.go.jp/jisedai/achievement/jirei/pictogram.html

主体的な学び	対話的学び	深い学び
興味や関心を高める	互いの考えを比較する	思考して問い続ける
見通しを持つ	多様な情報を収集する	知識・技能を習得する
自分と結び付ける	思考を表現に置き換える	知識・技能を活用する
粘り強く取り組む	多様な手段で説明する	自分の思いや考えと結び付ける
振り返って次へつなげる	先哲の考え方を手掛かりとする	知識や技能を概念化する
	共に考えを創り上げる	自分の考えを形成する
	協働して課題解決する	新たなものを創り上げる

表３　次世代型教育推進センターが挙げるアクティブラーニングのための活動

本プロジェクトにおいても RLA のなかで上記の活動が実現できると思われますし、それを実現することを目指していきたいと思います。しかし、表３のなかには白水氏の２１世紀型スキルの定義のなかに挙げられている「テクノロジを駆使して」の相当する活動が挙げられておらず、本プロジェクトの目指す ICT を活用する活動が含まれていません。そこで、

コンピュータを駆使する	主体的な学びや深い学びに主に関連する興味・関心を高めたり、振り返りをしたり、思考し問い続けたり、自分の考えを形成したり、新たなものを創り上げるときに利用する。
プロジェクタ等により電子黒板・デジタル教科書を提示に利用する	即時の情報に加えて、主に対話的な学びに関連する提示することで協働を促し、活動を促進するために利用する。

表４　テクノロジー系のピクトグラム

上記の２つのピクトグラムを新しく加えることにしました。

１－４　研究者の活動を模した活動(Reseacher　Like　Activity)と主体的で・対話的で・深い学び（アクティブラーニング）

市川(1996)によれば、RLA は「研究者の縮図的活動」という意味であり、猪俣はさらに「研究者的活動を学習者のレベルに合わせて行う教育方法」の総称をいうとしています。市川(1996)は「RLA では,学習を,内発的であれ外発的であれ,「勉強」として行わせるのではなく「探求活動」として行わせることによって目的的な学習を成立させようと考える。」と述べています。この活動は、主体的な学習者を想定しており、研究者的活動ということで深い学びに繋がっていくものであると思われます。もちろん後で出てくる学会発表的な活動を考えると対話的な学びの実現も繋がっていくと思われます。

市川らが大学レベルの実践例を積み重ねたのに対して、猪俣(1996)は中学校レベルの実践を行い。青木ら(2013)は高校レベルの実践を行って、RLA が中等教育レベルにおいても実行が可能であることを示していることから、中学・高校レベルでの展開も可能であると思われます。

特に猪俣(1996)は RLA を適用した授業を「「問題を構成する活動」「解を構成する活動」「成果を論文などに表現する活動」「学会などでの相互評価や批判的検討によって問題を共有していく活動」を数学者の活動の「醍醐味」と捉えた。」というプロセスとして捉え、活動を展開しようとしている点に特色があります。このプロセスは本プロジェクトにおいても非常に参考になる提案であると思われます。しかし、「問題を構成する活動」は、猪俣自身が参考にしている竹内・澤田(1983)も指摘するように、中高生にとって難易度が高い活動であるので、問題は教師のほうから与えることでも猪俣のいう「醍醐味」を実現できるのではないでしょうか。

また、ICT の導入によって RLA が活発に展開できる点については,市川(1996)が RLA を提唱していることとは別に、コンピュータを知識形成の場として用いたり、ネットワークコミュニティーをコンピュータ上で構築できることから「リサーチ・ライク・アクティビティ（研究のような活動）」が実現できることを Harvard Educational Review 誌でシンポジウム報告がなされていることを、清水(1998)が着目して紹介しています。特に清水(1998)が着目しているものに数学ソフトウエアを「知的な鏡(Intellectual mirror)」として用いる利用法があります。数学ソフトウエアを利用した結果を観察することによって、自分なりの推測を持ち、それが成り立つかどうか、数学ソフトウエアに入力することによって反応を考察するという利用法です。このように自分の「知的な鏡(Intellectual mirror)」として利用することによって知識形成の場としてコンピュータを利用するのです。自分の考えやみんなの考えをコンピュータで試してみて、鏡のようにかえって来た姿（結果）を観て、考察を

深めようという利用法です。現在ではこのような利用法は「数学ソフトウエアによる実験的なアプローチ」として呼ばれるようになり、数学者の間でも Experimental Mathematics と呼ばれる活動となっています。このような活動も RLA と捉えて良いと思われます。

もちろん、数学ソフトウエアのみならず電子黒板やデジタル教科書を通しての ICT の利用によって容易になると指摘されている

・思考の可視化
・情報の瞬時の共有
・試行の繰り返し

が実現されることで、次世代型教育における主体的な学び・対話的な学び・深い学びを ICT によって支援していくことを想定しています。

１－５　本プロジェクトにおける RLA のプロセス

いままで述べてきたように、本プロジェクトでは数学ソフトウエアを活用して RLA を行うアプローチを、次世代型教育を実現するアクティブラーニングと捉えることにしています。その指導のプロセスを開発するのに参考になるのが、先に述べた猪俣の RLA を適用した授業プロセスです。

Researcher Like Activity のプロセス
問題を構成する活動
解を構成する活動
成果を論文などに表現する活動
学会などでの相互評価や批判的検討によって問題を共有していく活動

表 5　猪俣の RLA のプロセス

上記の猪俣の RLA のプロセスは、本当の研究者の活動に視点をおいているために、以下の点に授業の中に組み込んでいくことに難しさがあると思われます。

・数学の問題とその解決を中心としすぎていて時間を必要とし、難しい。
・生徒自身で問題を構成することは、非常に難しい課題である。

・成果を論文に書くことは、生徒には時間も掛かり、難しい。
・学会などでの発表を想定することはない。

そこで、本プロジェクトでは猪俣の RLA の基本的な考えを尊重しながらも、授業のなかで次のような活動を取り入れることをグループ活動（1 グループ 5 名程度まで）で行う RLA（研究者の活動を模した活動）のプロセスと捉えることとしました。

本プロジェクトにおける Researcher Like Activity		
1）問題や場面を理解する活動	グループで話し合ったり、事例を見ることによって、与えられた課題を理解し、これからの活動の見通しを立てる	興味や関心を高める 見通しを持つ プロジェクタ等により電子黒板・デジタル教科書を提示に利用する
2）様々な事例にあたったりして、答えの予想を立てたり、パターンを見出したりする活動	数学ソフトウエアや様々な ICT を活用したりして、具体例をもとに、答えの予想やパターンを見出したりする。グループで様々な答えや予想を出し合う。	多様な情報を収集する 自分の考えを形成する 共に考えを創り上げる コンピュータを駆使する
3）答えを予想や見出したことを、今まで習ったことなどをもとにして、数学の言葉や式で、表したり、示したりする活動	探究した結果、今まで習ったことや、インターネットなどで調べたことなどをもとにして、見出したことをなるべく数学的に表現する。	先哲の考え方を手掛かりとする 思考を表現に置き換える 新たなものを創り上げる
4）3）までの活動や結果を、ポスター（A3、1 枚程度）にまとめる活動	3）までの活動や結果を、アクティビティ・シートの問いの順に、グラフや図なども用いて、簡潔に分かりやすくポ	多様な手段で説明する 知識や技能を概念化する

	スターに表現する。	
５）ポスターセッションを開催し、クラスで成果を共有したり、質問したりする活動 **ポスターセッション以降も教室に貼っておく**	自分達が作成したポスターを掲示し、ポスターセッションを行い質問したり、自分たちの結果と比較したりする。	振り返って次へつなげる 自分と結び付ける 互いの考えを比較する

プロセスの各フェーズに右に挙げた学びの様相のピクトグラムは、代表的と思われるもので、それぞれのフェーズで顕われるわけではないと思います。また、粘り強く取り組む、自分と結びつける、思考して問い続けるなどのものは全体的を通して顕われるものであると思われます。さらに、課題によっても、顕著に現れるべき学びに様相は代わってくることは当然であると思います。

１－６　まとめと他の教科における RLA

今回は、数学科を中心に次世代型教育の実現のための RLA について、その基礎的な部分の検討を行いました。その具体的な姿は、開発された４つの教材に顕われていることを期待します。また、研究者の活動を模した活動は、数学や理科に留まらず国語、社会などの教科においても、その基礎学問において研究が行われているのですから、その一部のプロセスを取り入れることは可能であると思われます。このような次世代型教育の一端を本プロジェクトで具現化した姿を示すことができれば幸いである。

［参考文献］
市川伸一（1996）「学びの理論と学校教育実践 ― Researcher-Like Activity をとりいれた授業づくり. 学習評価研究, No.26,pp.42-51
狩俣智(1996)「Researcher-Like Activity による授業の工夫 ―RLA の中学校の数学教育への適用―」琉球大学教育学部教育実践研究指導センター紀要,pp.1-9
青木慎恵他(2013)「数学 A の課題学習の事例研究～RLA による課題学習：「正多面体」～」,福井教育実践研究,No.38,pp.91-100
竹内芳男・沢田利夫編（1983）「問題から問題へ－問題の発展的な扱いによる算数・数学科の授業改善」,東洋館出版

清水克彦(1998)「コンピュータ教材と子どもの学び」『情報とメディア』,岩波講座現代の教育８,pp.196-219

資料②　電子黒板を利用した指導方法とメリット

資料②　電子黒板を利用した指導方法とメリット

1.電子黒板活用の分類

電子黒板を利用する上で、生徒の学習場面ごとに活用方法を変えることができます。

・一斉学習：

挿絵や写真を拡大・縮小、画面への書き込み等を活用してわかりやすく説明することに　より、生徒の興味・関心を高めることができます。電子黒板を数学ソフトウェアと組み合わせることによって、普段プロジェクタに投影している画面等に直接書き込みが行えます。

・個に応じる学習：

インターネットを用いた情報収集や写真・動画による記録を取ることが容易になります。また、シミュレーションなどのデジタル教材を用いた思考を深める学習を行うことが可能です。情報端末を持ち帰れば、家庭学習の補助にも役立ちます。

・協働学習：

タブレット PC や電子黒板等を活用し、生徒同士による意見交換、発表などお互いを高め合う学び合いを通じて、思考力、判断力、表現力などを育成することが可能になります。電子黒板を生徒が用いて、複数の意見を整理し議論することで協働での意見整理に役立つことが期待できます。

2.電子黒板の機能

電子黒板の重要な機能として、次の機能が挙げられます。

(1).拡大機能：

画面を拡大することによって、見やすく提示することができます。また数学ソフトウェアなどと組み合わせることで、わかりやすく説明することができ、生徒の興味・関心を高めることができます。

(2).ペン（マーカ）機能：

専用のタッチペンを使用することで、画面上にリアルタイムで書き込みができます。デジタル教科書や数学ソフトウェアを活用している時にメモやマーカでリアルタイムに書き込みができるので、臨機応変に様々な情報を電子黒板上に加えることができます

(3). ホワイトボード機能：

通常の黒板と同様に画面上にホワイトボードを提示することができる。またホワイトボドと他のソフトウェアも同時に使用することができるので、ホワイトボードを残したまま違う操作ができます。

(4). 画面上での直接操作：

電子黒板の持つタッチ機能を用いて、投影している画面に直接操作することができます。図形作成ソフトなどのソフトウェアと連携することで、PC を操作することなく生徒の反応を確認しながらの授業が可能になることが期待できます。

(5). 画面への直接書き込み：

電子黒板を使用する上で、最も重要な機能の一つである。電子黒板の機能のノート機能を併用することで、黒板と同様に板書ができる。また、ソフトウェアや画面上の強調したい部分にマーカを引くことができるなど、リアルタイムに情報を画面に反映させることができる。履歴機能と併用することで、前回の授業で重要であった部分を簡単に提示することができる。

(6). 履歴（保存）機能：

電子黒板のもつ機能の中でも重要な機能の一つである。画面をデータとして保存することができるので、板書の内容を複数枚保存することができる。

これらの機能を使用することで、

・生徒自身が図を変形・回転・移動など動かしながら表現することができる。

・ソフトウェアと組み合わせることで、グラフや図形など短時間に表示ができる

などのメリットが挙げられ、ソフトウェアを活用しながら瞬時に書き込みか可能になるため、生徒の様々な意見を授業に反映することができる。また、それらの活動の記録を保存できるため、授業内の振り返りや授業間の復習が容易になる。

また、上記の機能は次の項目に分類できます。

・見やすく利用：電子黒板を使用する上で教材の説明を補助する機能

・演算で利用：生徒の演習の時間を円滑にする機能

・気がついたことの共有：生徒の発見を補助する機能

・わかりやすく説明：教師の説明や、生徒の発表を補助する機能

・今までの振り返り：記録として保存する機能

この項目をもとに書く機能を分類すると次のようにまとめることができます。

見やすく利用	演習で利用	気がついたことの共有
・拡大機能 ・ページ内移動 ・書き込み機能	・解答を隠す ・正誤比較機能 ・問題集へのジャンプ	・書き込み機能 ・メモ ・保存機能
わかりやすく説明	今までの振り返り	その他
・シミュレーション ・書き込み機能 ・ソフトウェアとの連携	・保存機能	・ページジャンプ ・カメラ

3.授業に電子黒板を活用するメリット

黒板やプロジェクタの機能と電子黒板の機能を比較すると以下のような違いがみられまる。

黒板との比較	プロジェクタとの比較
・グラフや図を動的な表現で表すことができる ・板書の保存機能 ・複数の数学ソフトウェアと連携ができる	・数学ソフトウェアをタッチ機能を用いて操作することができる ・数学ソフトウェアを操作しながらリアルタイムに書き込みができる

黒板と電子黒板を比較したとき、黒板では表現することのできない映像としての要素を電子黒板は有しています。この要素によって黒板の授業では表現することが困難な動的な表現を用いた授業が可能になります。さらに、黒板の板書はある程度書いたら消して、新しい文字を書くことになりますが、電子黒板のホワイトボード機能を用いると、板書自体を保存することができます。板書内容をそのまま保存できるため振り返りという点で非常に優れているといえます。また、数学ソフトウェアを用いる場合に、黒板ではプロジェクタを用いて投影するために生徒の視点を一点に集めにくいのが現状です。電子黒板では黒板とプロジェクタの機能を同時に使用することができるので，連携が取りやすいです。

次に、プロジェクタと電子黒板を比較すると、主にソフトウェアの活用について違いがあることがわかります。まず、使用するソフトウェアを PC 上で操作するか画面にタッチしながら操作するかの違いです。プロジェクタを使用した授業の場合、どうしても教師は PC を操作するため生徒の表情などを確認しづらい。しかし、電子黒板では直接生徒が見ている画面を操作できるので、生徒の反応を確認しながらの授業ができる。ま

た、画面に直接操作ができる点に関して直接画面に書き込みができるという大きなメリットがあります。あらかじめ資料を作り授業を行う場合、補足説明などをその画面に付与するのは困難であるが、電子黒板の書き込み機能を使用することで、画面に対して補足説明をリアルタイムに書き込みが可能になります。

これらのことから、電子黒板を活用することのメリットは次の 3 点が挙げられます。

・数学ソフトウェアとの連携が可能

デジタル教科書や数学ソフトウェアなどを併用して使用する場合に、ウィンドウの切り替えで移動できるため、生徒は活動に集中することができます。また、ホワイトボードとの切り替えも可能などで、電子黒板一台で様々なメディアを一括管理することができます。

・リアルタイムの書き込みによって広がる授業

数学ソフトウェアを用いる場合に、あらかじめ書き込む必要がなくなるため、教師の負担が軽減され、生徒はリアルタイムでソフトウェア上に書き込まれるのを視覚的に確認することによって授業に参加しやすい場がつくりやすくなることが期待できます。

・保存機能の活用による復習活動の充実

保存機能を用いることで、前回の内容の振り返りが完全に同じ板書、活動内容のまま提示することができます。要点だけを振り返るのではなく活動全体を振り返ることができるので、生徒は次の授業の内容を体系的に捉えることが期待できます。

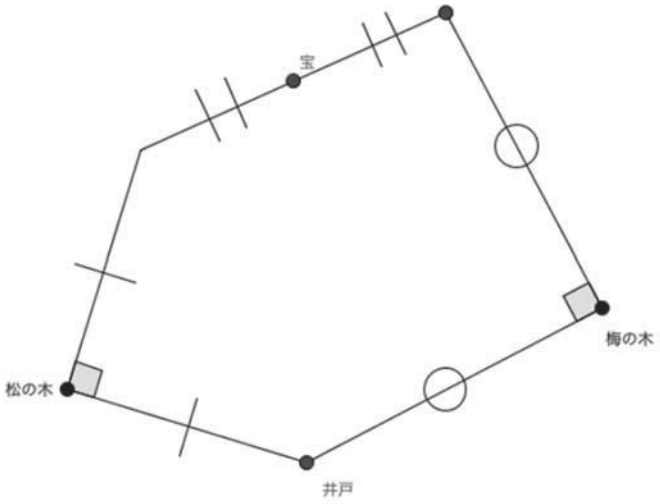
4.「ガモフの宝探し」問題

電子黒板とソフトウェアを組み合わせることで、視覚的に証明などを理解することができる。その一例として、学習指導要領に示されている「ガモフの宝探し」の指導事例を挙げてみる。

＜ガモフの宝探し＞

探検家の男が、ある島の廃小屋で、以下のような古文書を発見した。この島には、井戸と松の木、梅の木がある。井戸から松の木に向かってまっすぐ進み、そこから右に 90°曲がり同じ距離だけ進み、そこに杭を立てた。次に、井戸から梅の木に向かってまっすぐに進み、そこから左に 90°曲がり同じ距離だけ進み、そこに杭を立てた。その 2 本の杭の真ん中に宝がある。ところが、その島には松と梅の木はあったが、井戸は見当たらなかった。

どのようにすれば、宝を探すことができるか。



電子黒板を用いなくとも、いくつかの井戸の位置を仮に決め、条件に合うように作図すると、井戸の位置によらず宝の位置が変化しないことが予想できる。しかし、作図によって予想できる生徒もいれば、少ない作図であると井戸の位置によって宝の位置が変化しないことに気づくことは難しい。

これを電子黒板を用いて図形作成ソフトを利用すると、井戸の位置を自由に変化させることができ、井戸がどの位置にあっても宝の位置が変わらないことが視覚的に捉えやすい。

生徒に予想させ実際に動かして確認することで、予想するだけではなく、理由を考える活動を取り入れる時間が生まれます。

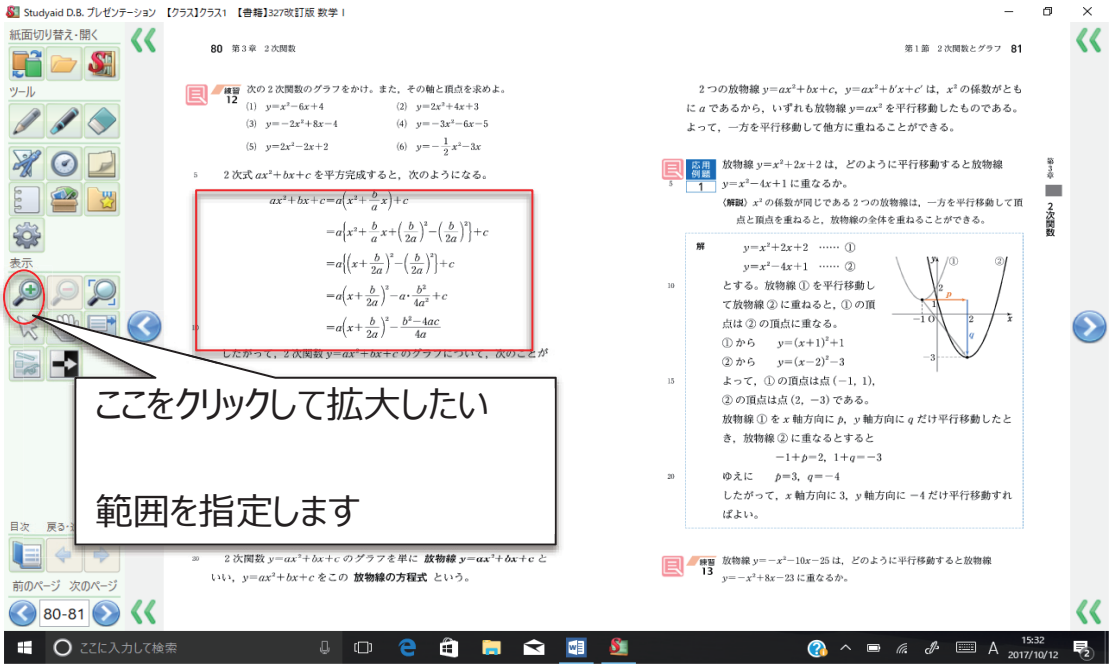
資料③　デジタル教科書の機能・プロジェクターの活用

資料③　デジタル教科書の機能・プロジェクターの活用

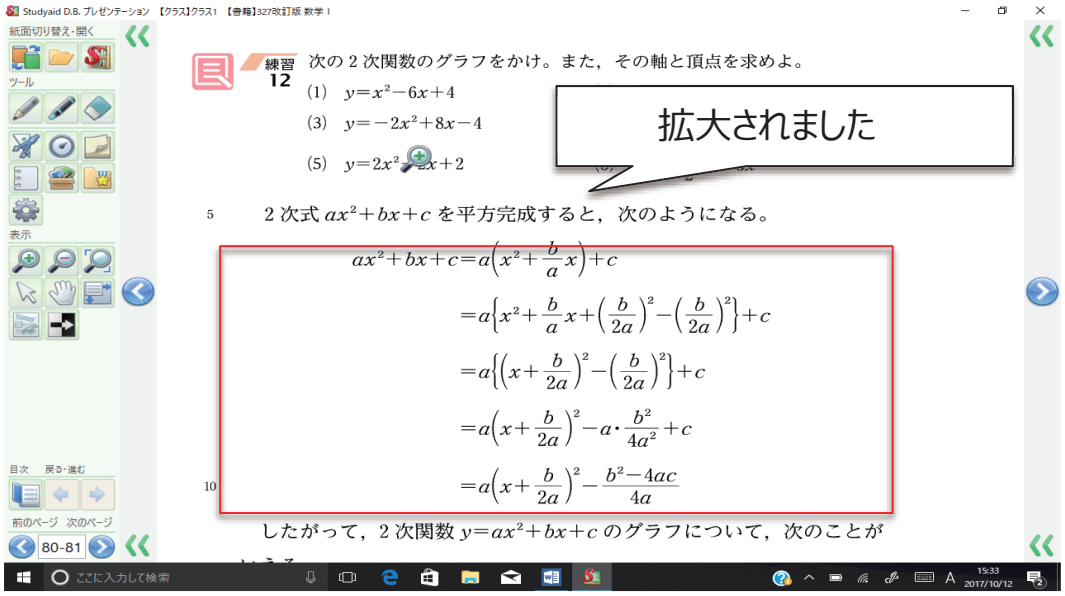
デジタル教科書の機能

デジタル教科書の機能は以下のようにまとめることができます。

(1).**拡大機能：画面を大きく拡大してみることができます。**



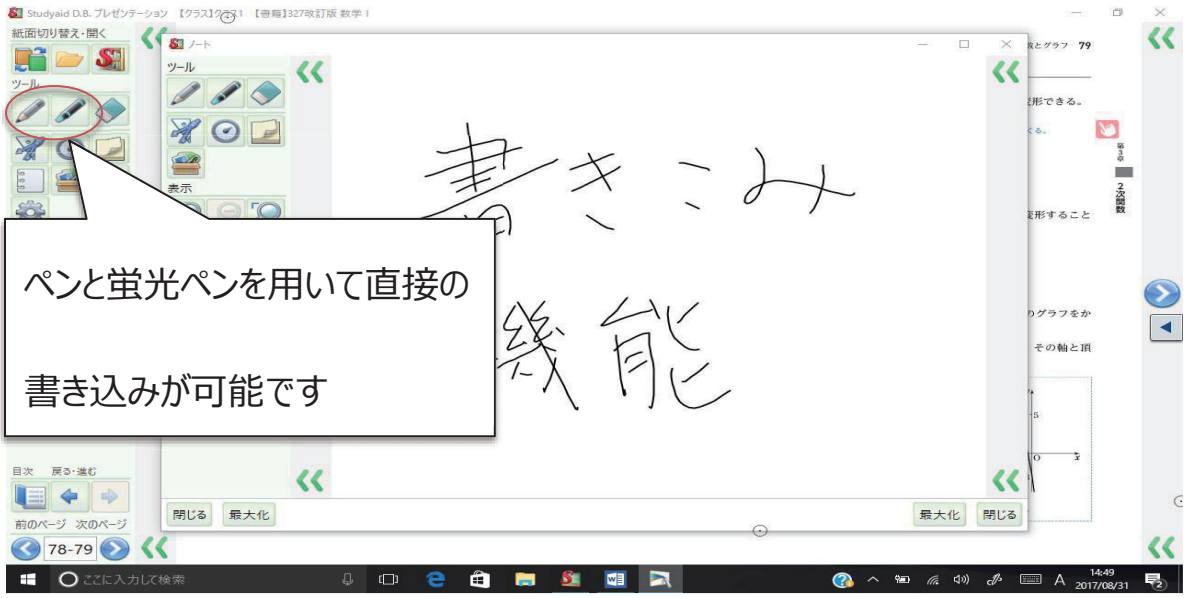
赤枠の範囲を拡大してみると、

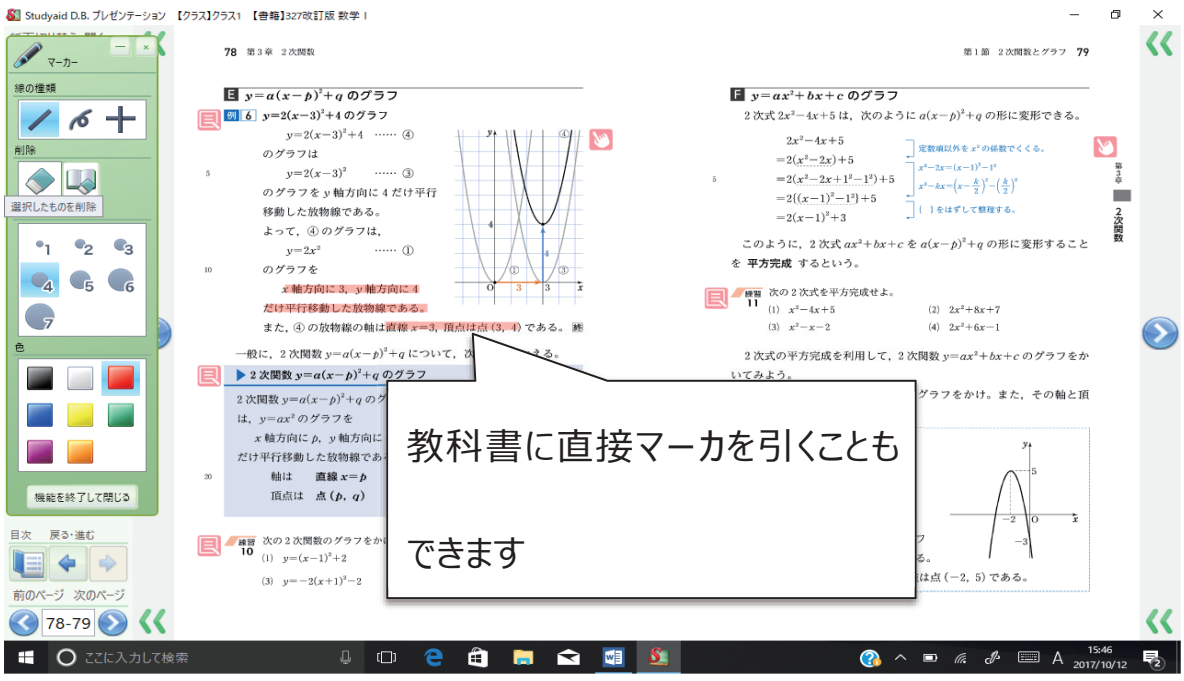


(2).**書き込み機能（ノート機能）：画面上に線や文字を書くことや付箋に考えを書くことができます。**

①ツールバーのペン又はマーカの部分をクリックします。

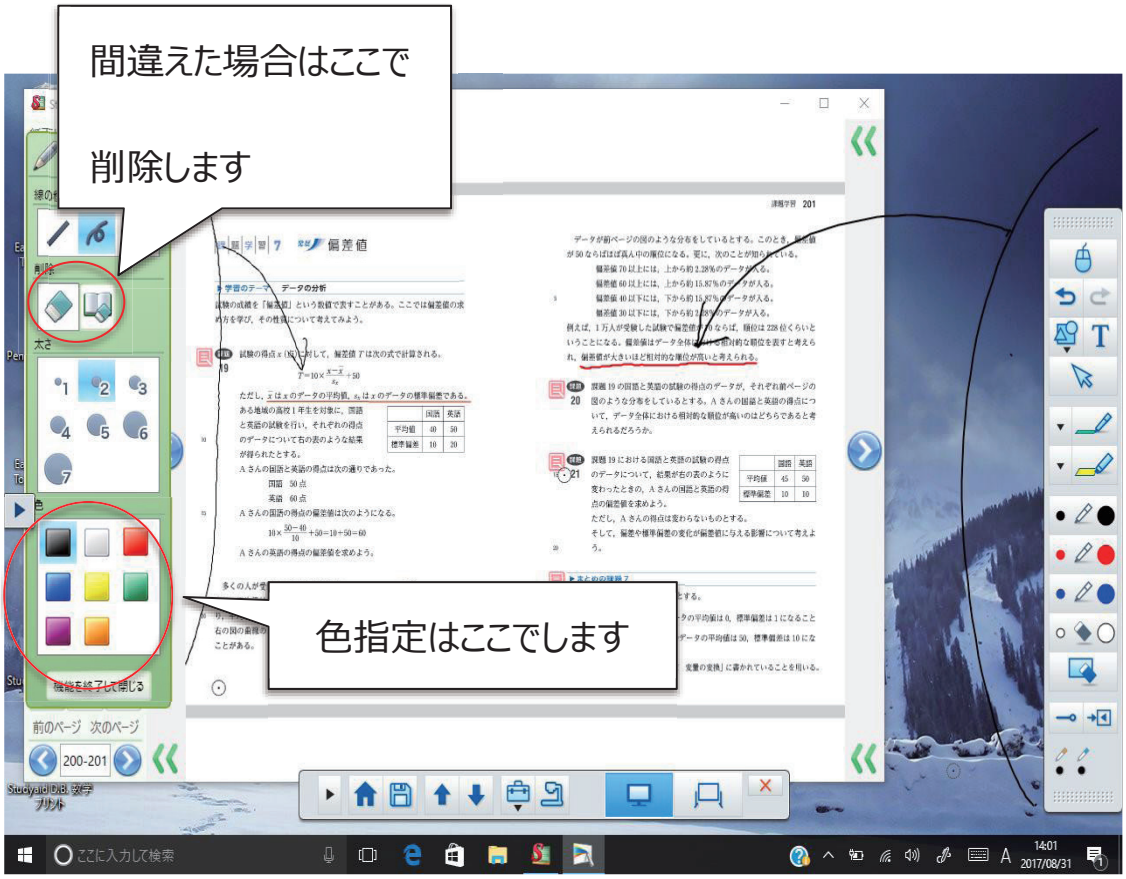
②書き直したい場合は、消しゴムをクリックして削除します。





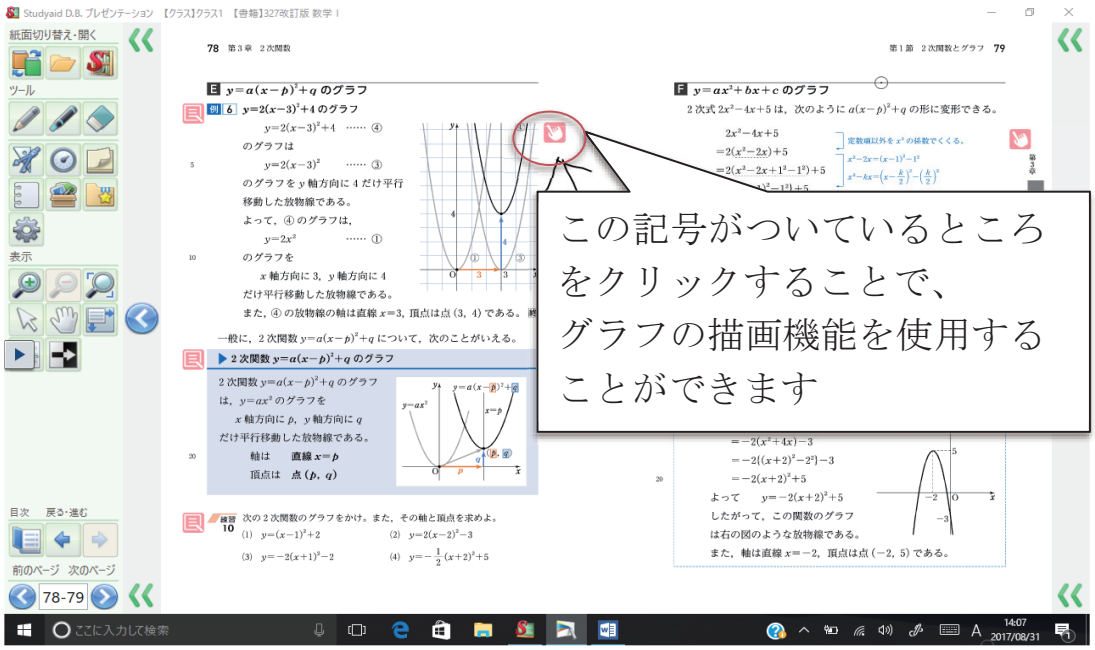
＜留意点＞

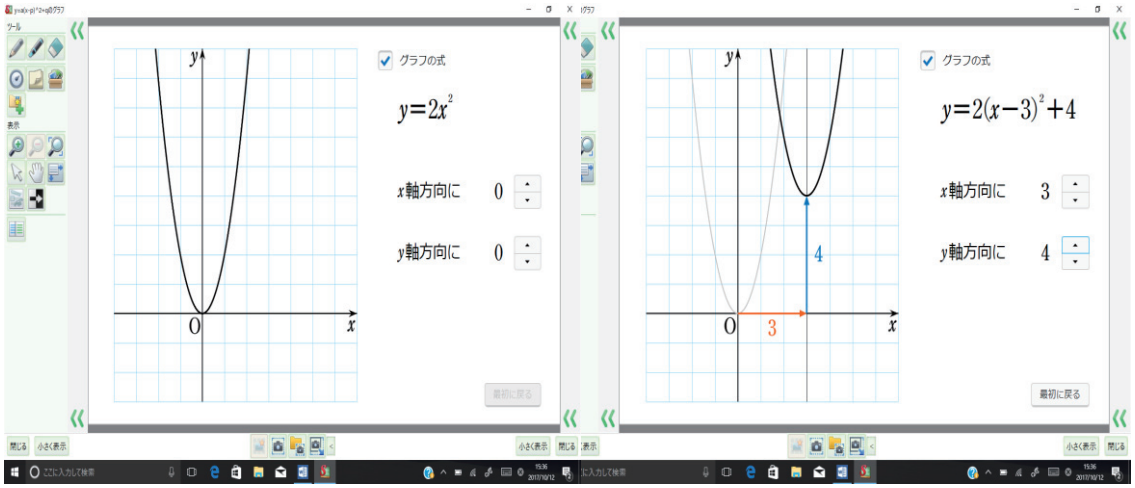
電子黒板を使用している状態でデジタル教科書の機能を使用する際、書き込み機能など重複している場合があります。デジタル教科書などのソフトウェア上に書き込みをするときは、デジタル教科書の機能を用いることでよりきれいに表示することができます。特にマーカなどを使用する際はデジタル教科書の書き込み機能を使用した方が望ましいです。



右側が電子黒板の書き込み機能で書いた線、左がデジタル教科書で書いた線になっています。デジタル教科書の機能で書いた直線の方がきれいに表示されます。

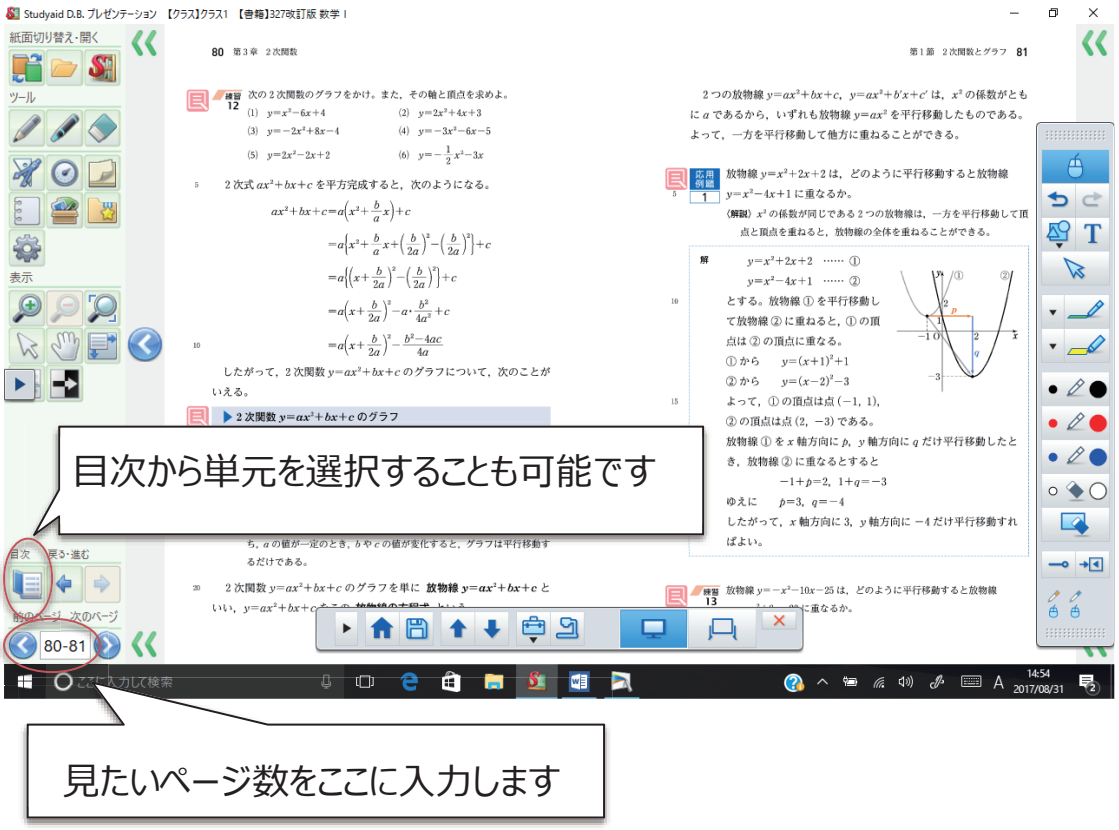
(3).**アニメーション機能：図を動かすことや、数値を変えてグラフの様子を調べることができます。**



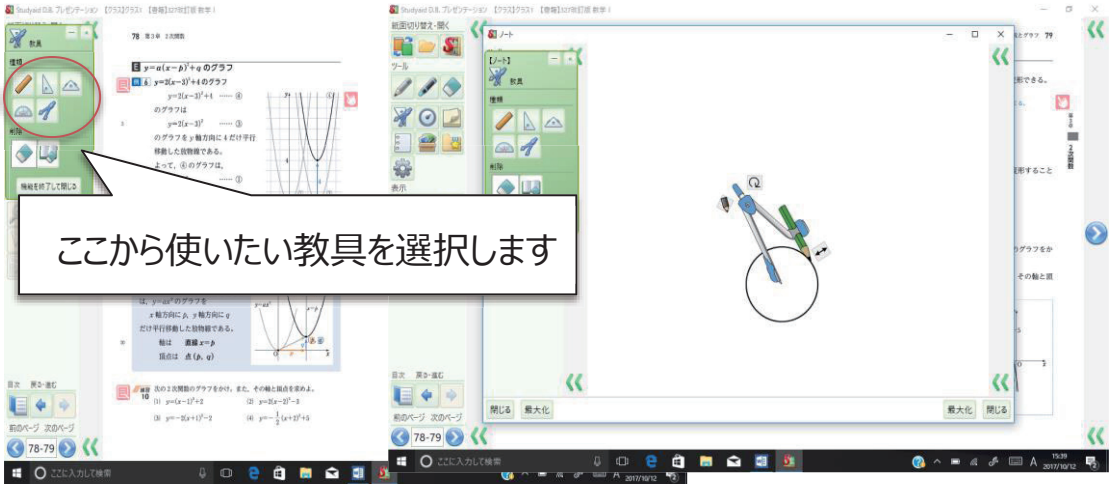


グラフのアニメーションでは、平行移動したい数値を入力することで、グラフを自由に移動することができます。実際に移動の様子を確認できるので、生徒にわかりやすく提示することができます。この機能を用いることで、平行移動の性質を視覚的に理解することができます。また、値を自由に変えることができるので、様々なパターンのグラフを短時間に複数提示することができます。また、これらのアニメーション機能と書き込み機能を組み合わせることで、よりわかりやすく授業を進めることができます。

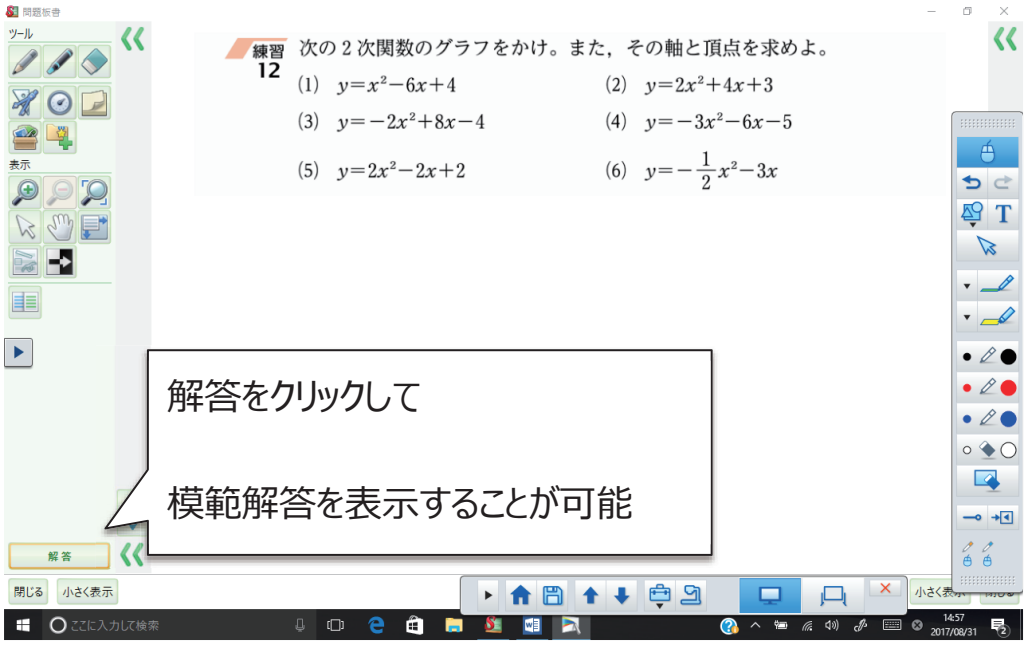
(4).**ページジャンプ機能：ページ数を入力することで、瞬時に教科書のページを表示することができます。また、単元からも選択することができるため振り返り等で別の単元にも移動することができます。**



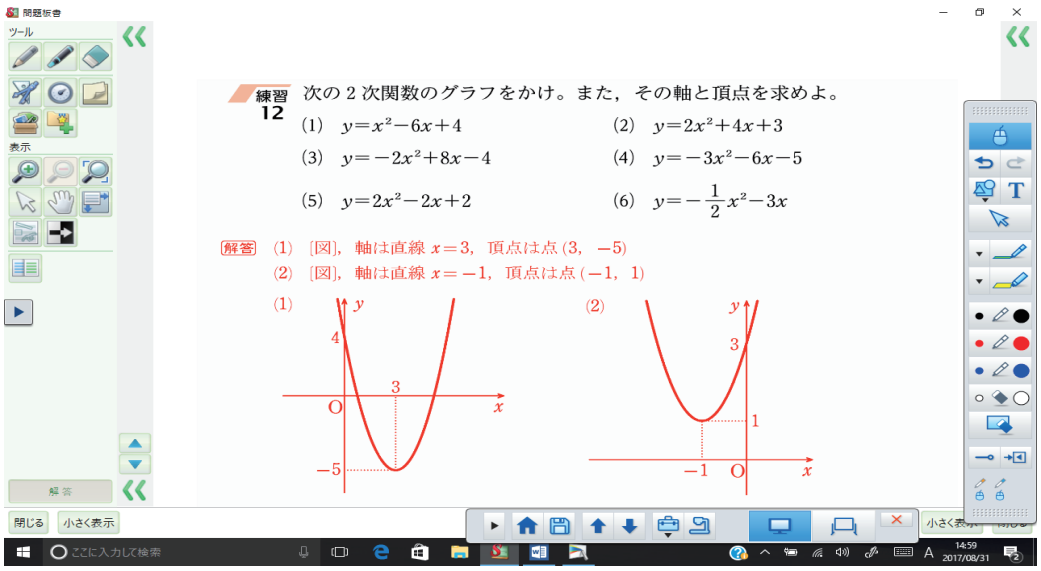
(5).**文具機能：画面上で分度器やコンパスなどを使うことができます。**



(6).**解答表示機能：問題の解答を画面に表示して、自分の解答と比較することができます。**



「解答」をクリックすることで次のような画面が表示されます。



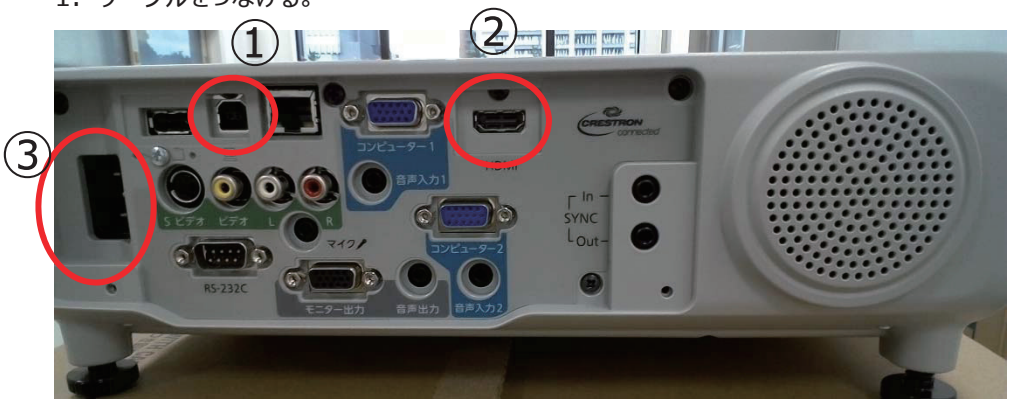
Easy Interactive Tools とは

プロジェクターから投写している画面上で描画ができるアプリケーションソフト。

プロジェクターに同梱の電子ペン（Easy Interactive Pen）を使って、描画機能を使用できる。

＜立ち上げ＞

1．ケーブルをつなげる。



① コンピュータの USB 端子とプロジェクターの USB-B 端子を接続。

② コンピュータの HDMI 端子とプロジェクターの HDMI 入力端子を接続。

③ プロジェクターとコンセントを電源コードで接続。



図 1 USB ケーブル

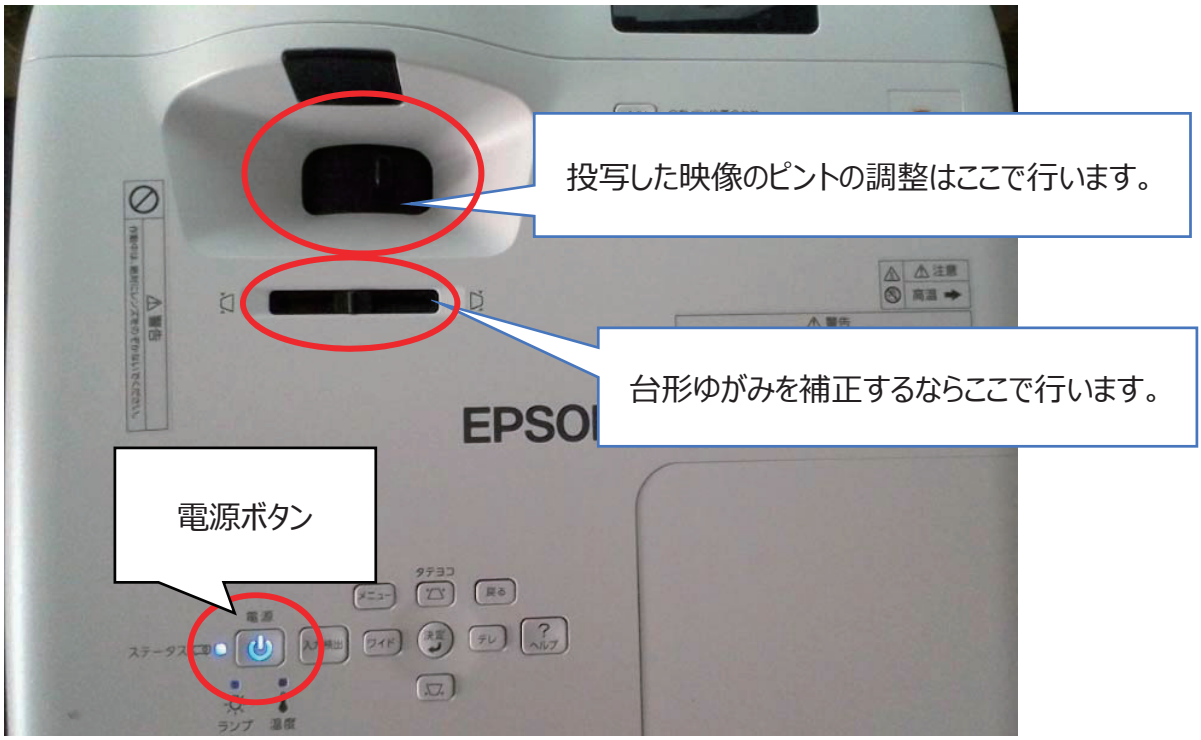


図 2 HDMI ケーブル

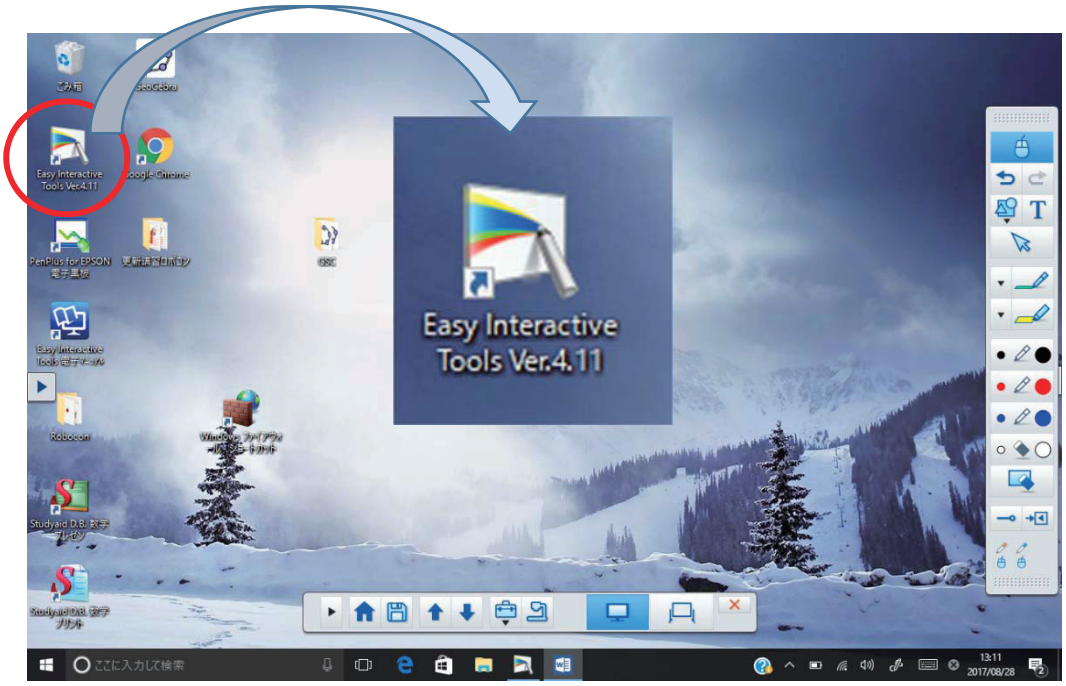


図 3 電源コード

2. プロジェクターの電源を入れ、コンピューターの映像を投写。

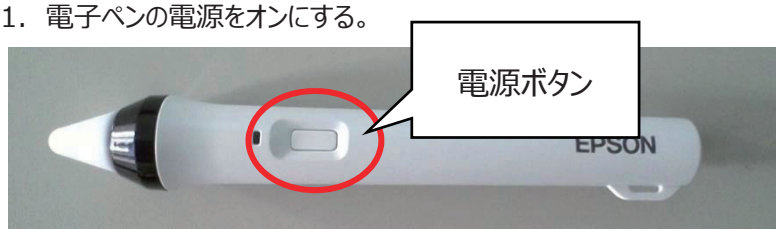


3. コンピューターで Easy Interactive Tools を起動。



＜操作＞

1．電子ペンの電源をオンにする。

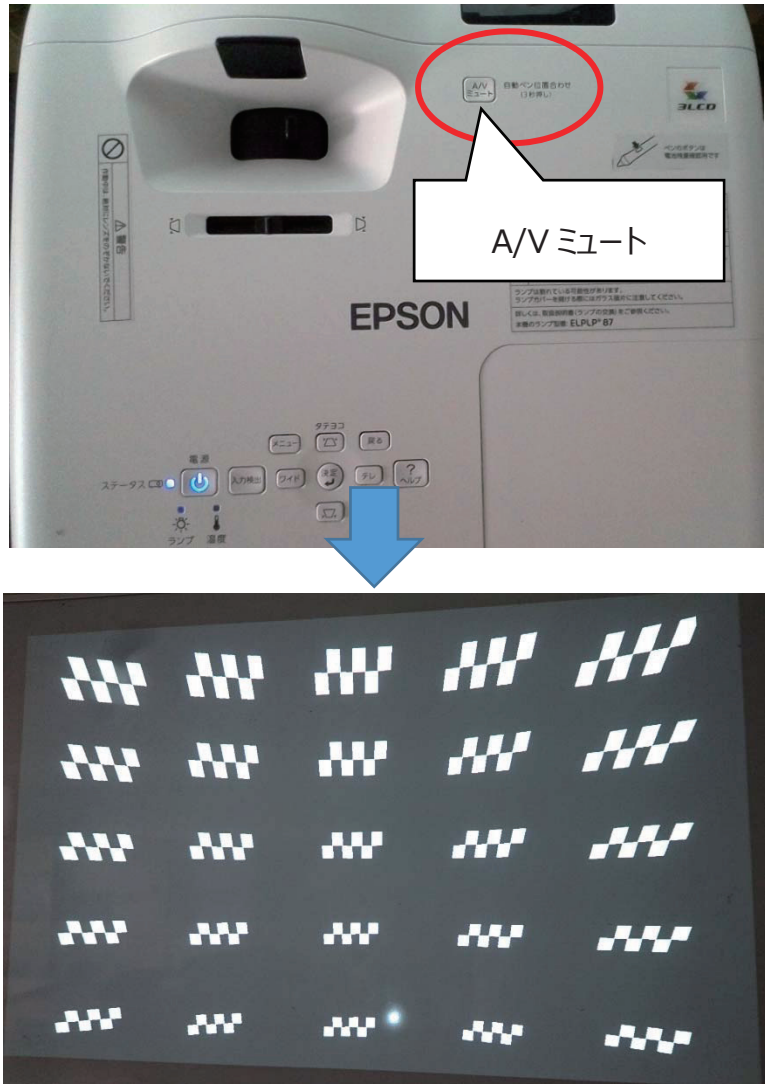


※ペン使用時の注意点

・**中央部**を持って使用してください。

・傷や汚れをつけないでください。

2．プロジェクターの[A/V ミュート]ボタンを **3 秒長押し**する。



これがプロジェクターに投影されますので、PC 画面に変化するまで、しばらくお待ちください。

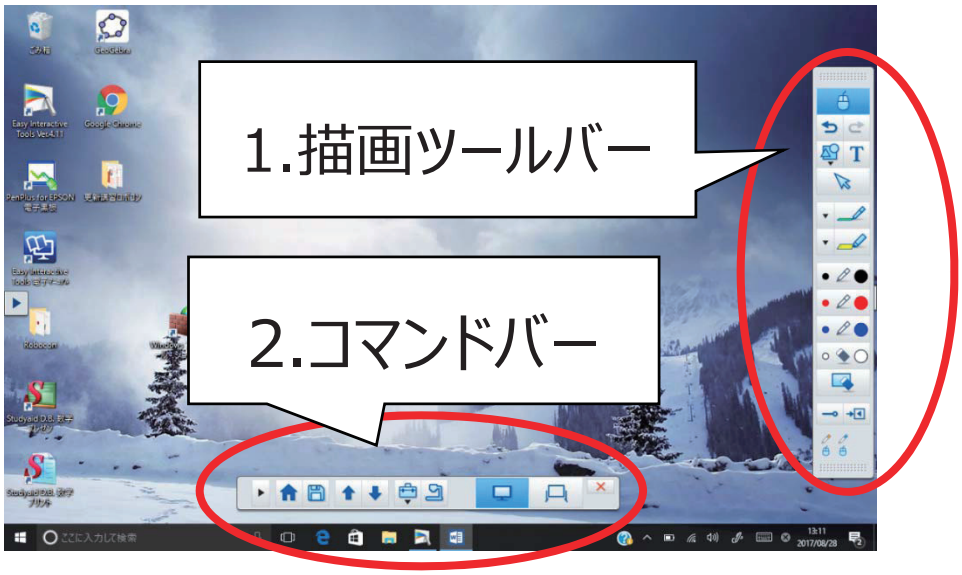
＜描画＞

1.描画ツールバー(投写画面の**左右**に表示)

描画するペンの太さや色、図形やテキストなどを選択して描画エリアに描画する。

2.コマンドバー(投写画面の**上部または下部**に表示)

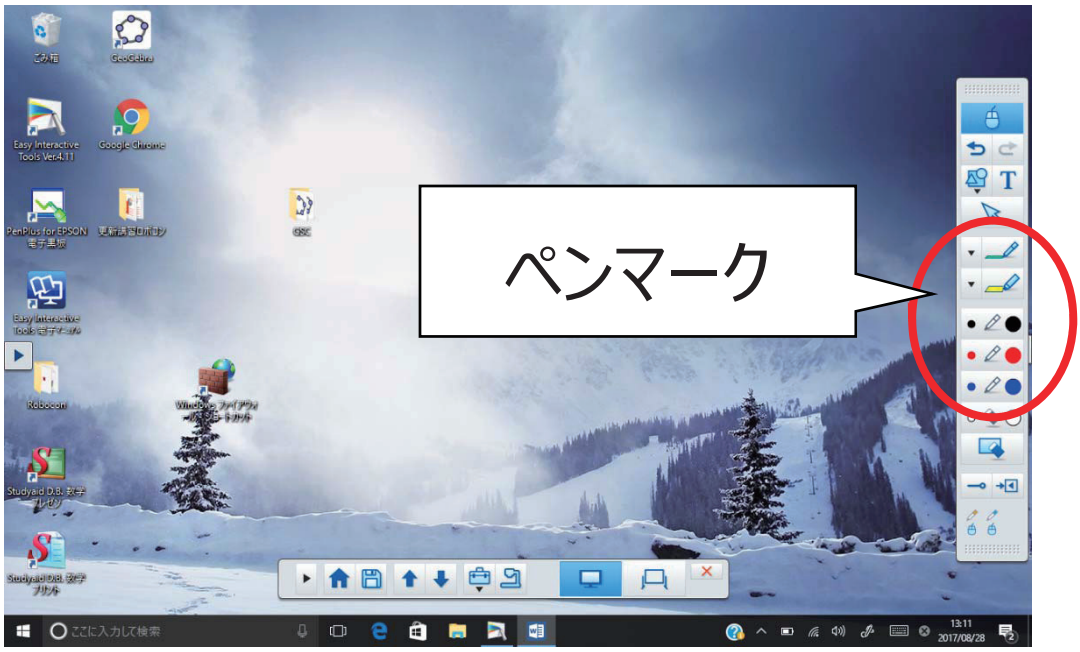
モードの切り替えやファイルの保存、接続機器の制御や各種設定を行う。



基本操作

1.書き込み

① 描画ツールバーで【**ペンマーク**】を選択。



② 投写面に書き込み。

[ペンの色や太さを変えたいとき]

① **【ペンマーク】**の横の【逆三角】を選択して、ペンパレットを表示。

② ペンの色と太さを選択。

③ 【横三角】を選択してペンパレットを閉じる。

[書き込みを取り消したいとき]

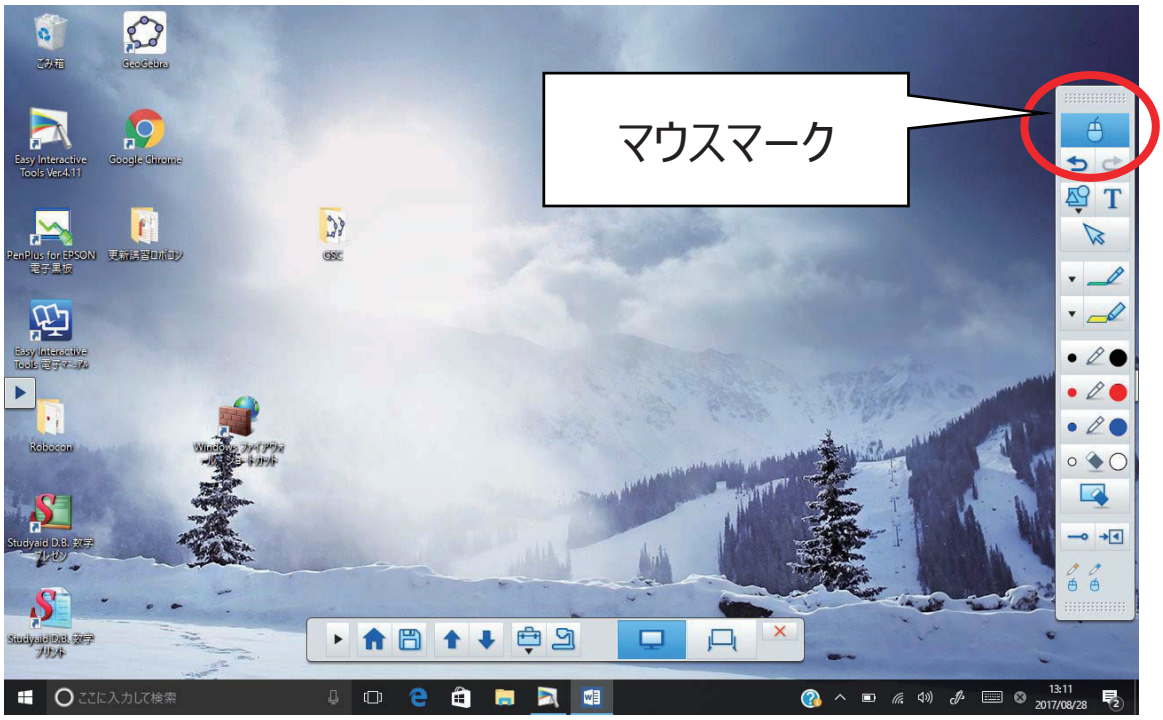
① **【消しゴム】**または **【PC 付消しゴム】**を選択。

・**【消しゴム】**を選択した場合：電子ペンが消しゴムとして使える。

・**【PC 付消しゴム】**を選択した場合：表示中の描画内容をすべて消せる。

2.マウス操作

① 描画ツールバーで**【マウスマーク】**を選択。



② 電子ペンをマウスと同じように使って、クリック、右クリック、ドラッグ&ドロップなどの操作をする。

- クリック：投写面にペン先を押し付けてすぐ離す。
- 右クリック：電子ペンの右ボタンを押す、または投写面にペン先を長く押し付けて離す。
- ドラッグ&ドロップ：移動したいアイコン等の上でペン先を押し付けて、投写面から離さずに移動し、移動先でペン先を離す。

〇ホワイトボードモード

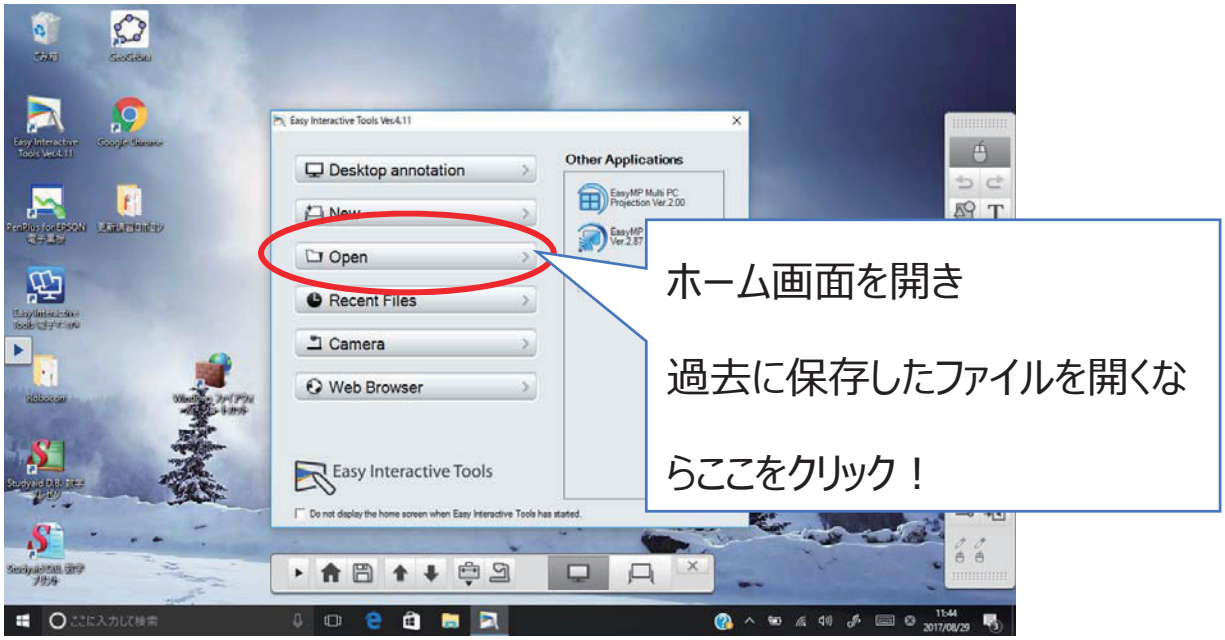
無地の画面を表示して描画する。 描画エリアをページとして扱うことができ、複数のページを作成して描画できる。

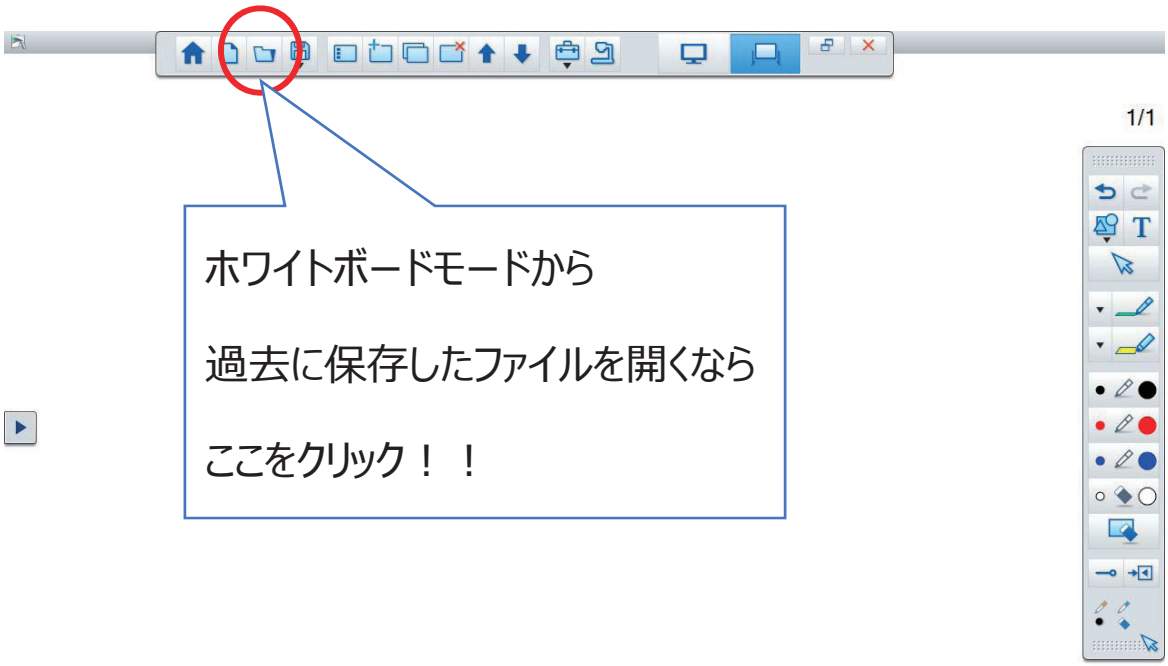
[手順]

① コマンドバーで**【ホワイトボード】**を選択するか、ホーム画面で**【新規作成】**を選択。



※過去に保存したファイルを開くときは、ホーム画面で**[開く]**を選択するか、ホワイトボードに移行した後、コマンドバーで**[ファイル]**を選択。





② 描画ツールバーで**【ペンマーク】**を選択。

③ ページに書き込む。

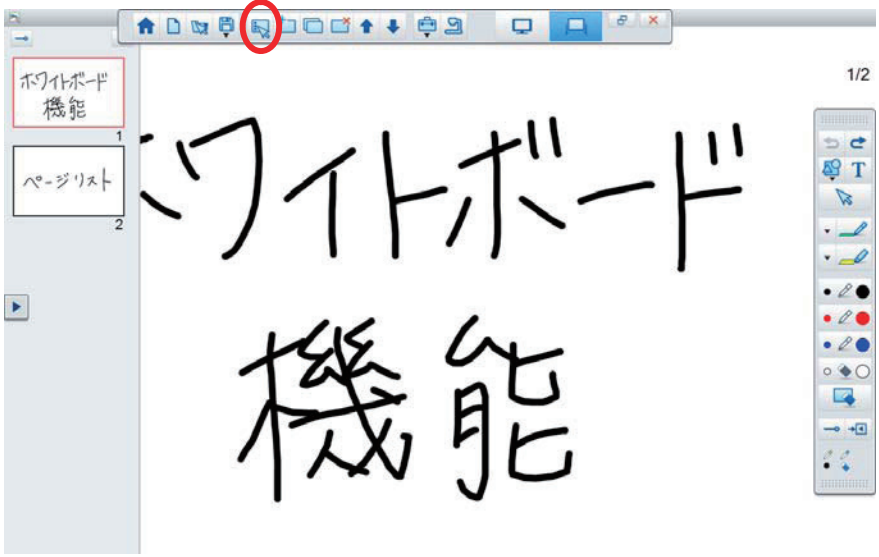
④ ページの追加/削除、複製や移動をしたいときは、コマンドバーから行う。

[機能一覧]

① ② ③ ④ ⑤ ⑥

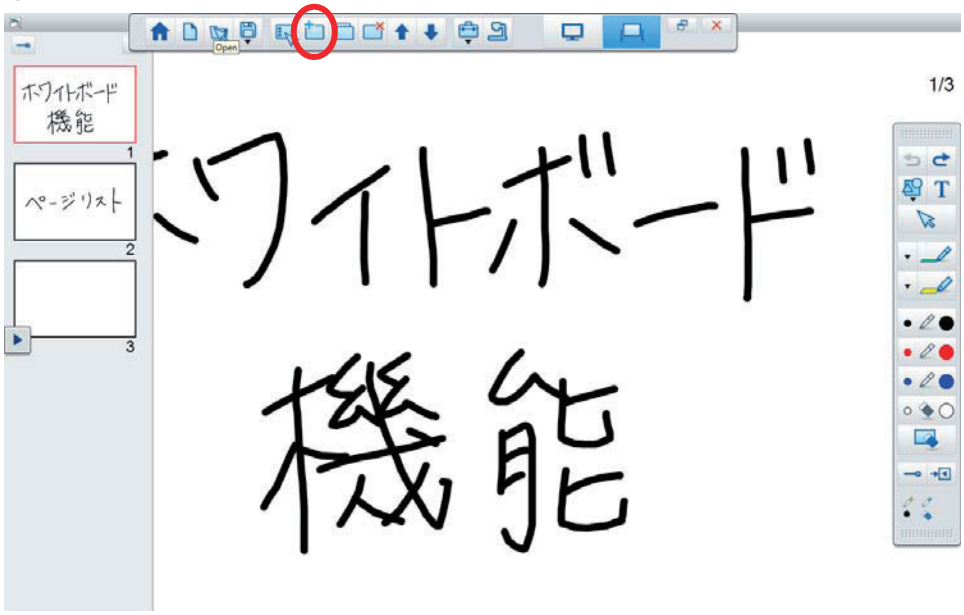


①ページ一覧画面にページのサムネイル画像を一覧表示する。

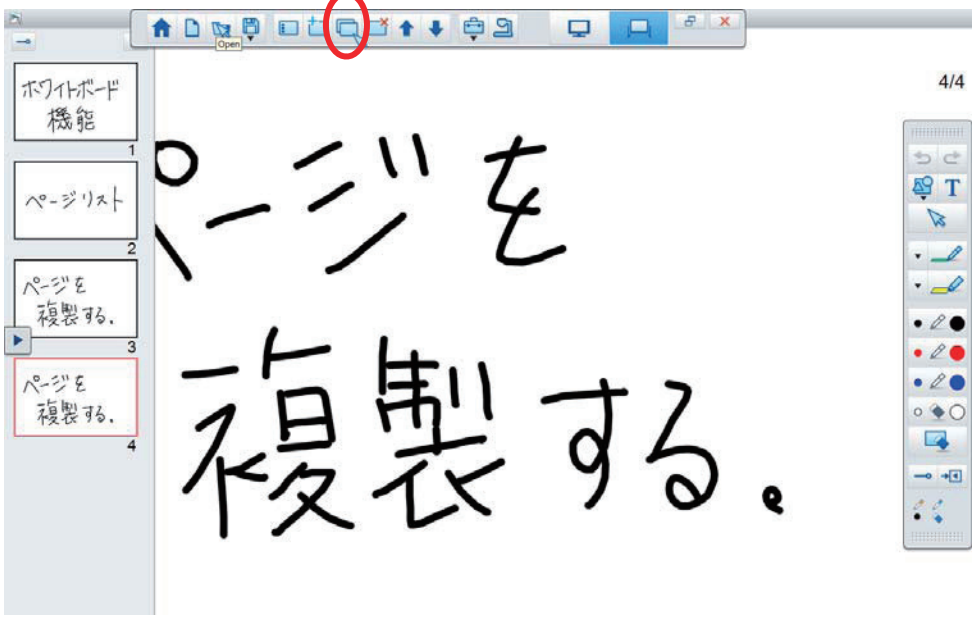


- サムネイル画像を選択：表示するページを切り替え 。
- サムネイル画像をドラッグ&ドロップ：ページの順序を入れ替え。

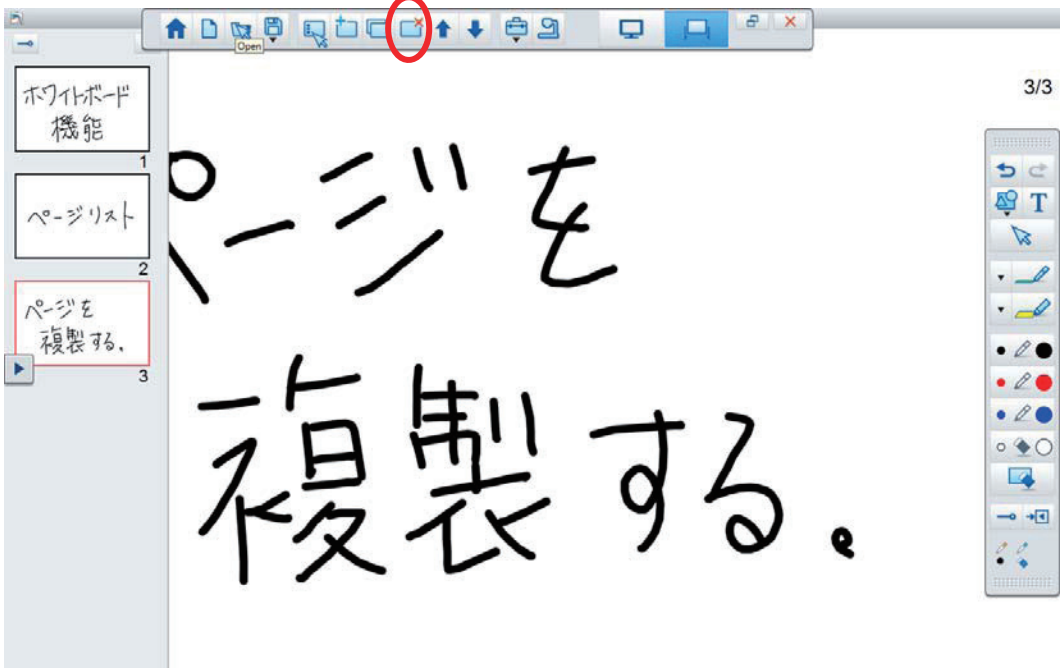
②新規ページを追加する。



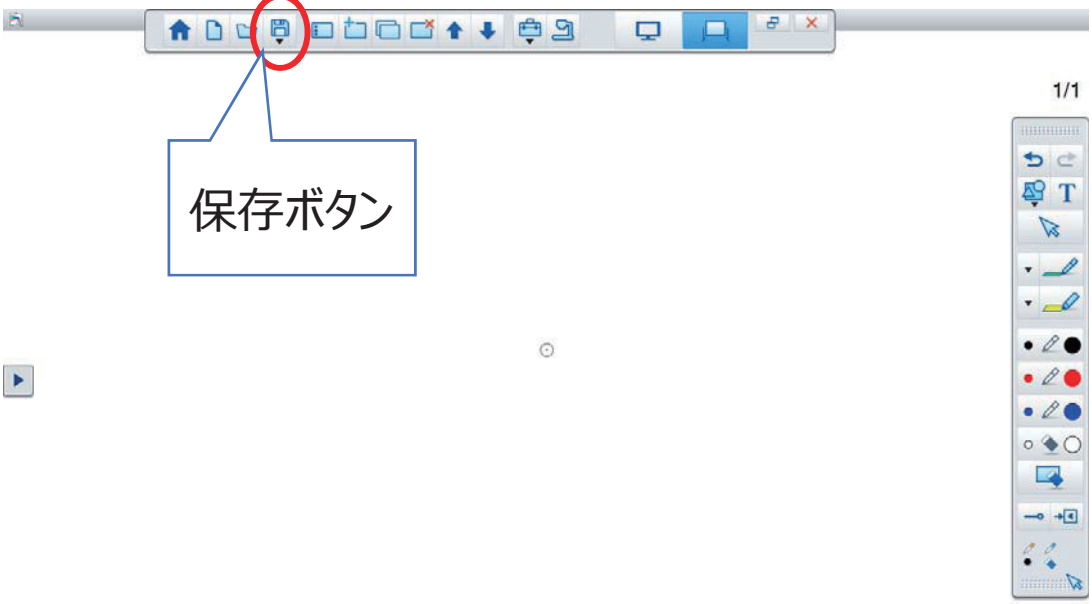
③表示中のページを複製。



④表示中のページを削除。



⑤描画内容を保存したいときは、コマンドバーで**【ディスク】**を選選択。



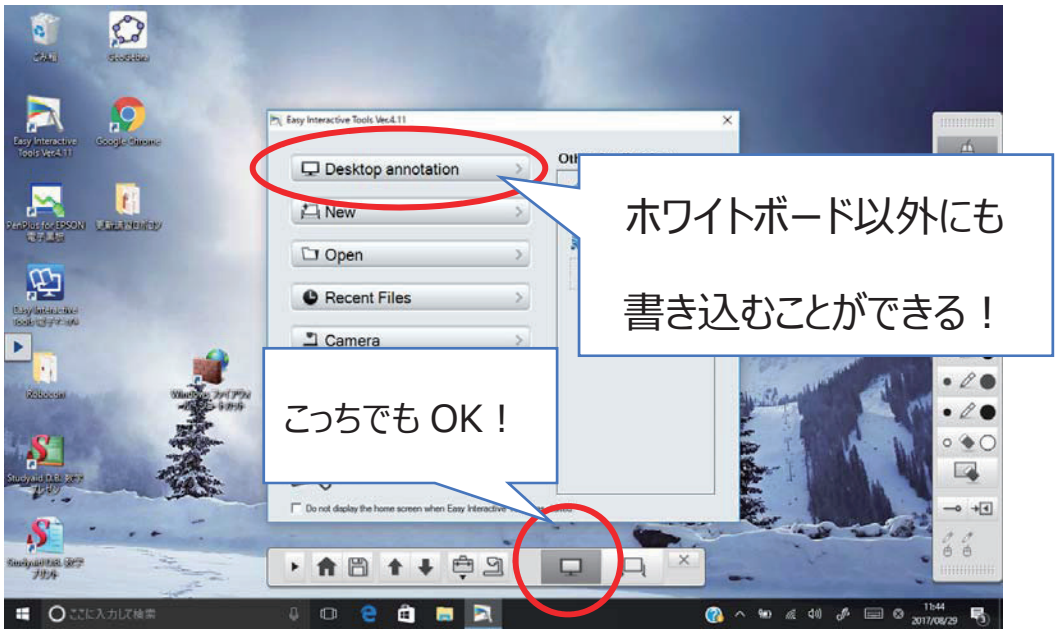
保存形式	保存単位
JPG/BMP/PMG	1 ページを 1 ファイルとして、全ページを保存する。
PDF/EIT	全ページを 1 ファイルにまとめて保存する。

○アノテーションモード

コンピューターで表示している資料に描画できる。また、書画カメラからの映像に描画することもできる。

[手順]

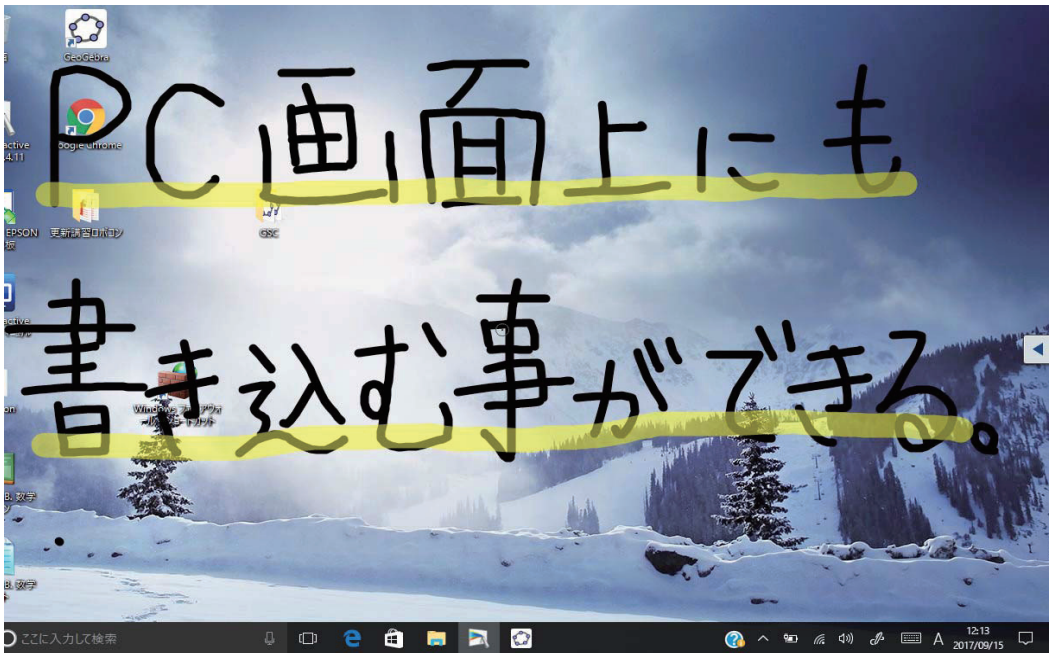
① ホーム画面で **［デスクトップに描画］** を選択するか、コマンドバー**【PC】**を選択。



※書画カメラで撮影している映像に描画するときは、ホーム画面で **［カメラ］** を選択するか、コマンドバーで**【書画カメラ】**を選択。

② 描画ツールバーで【ペンマーク】を選択。

③ 投写面に書き込み。

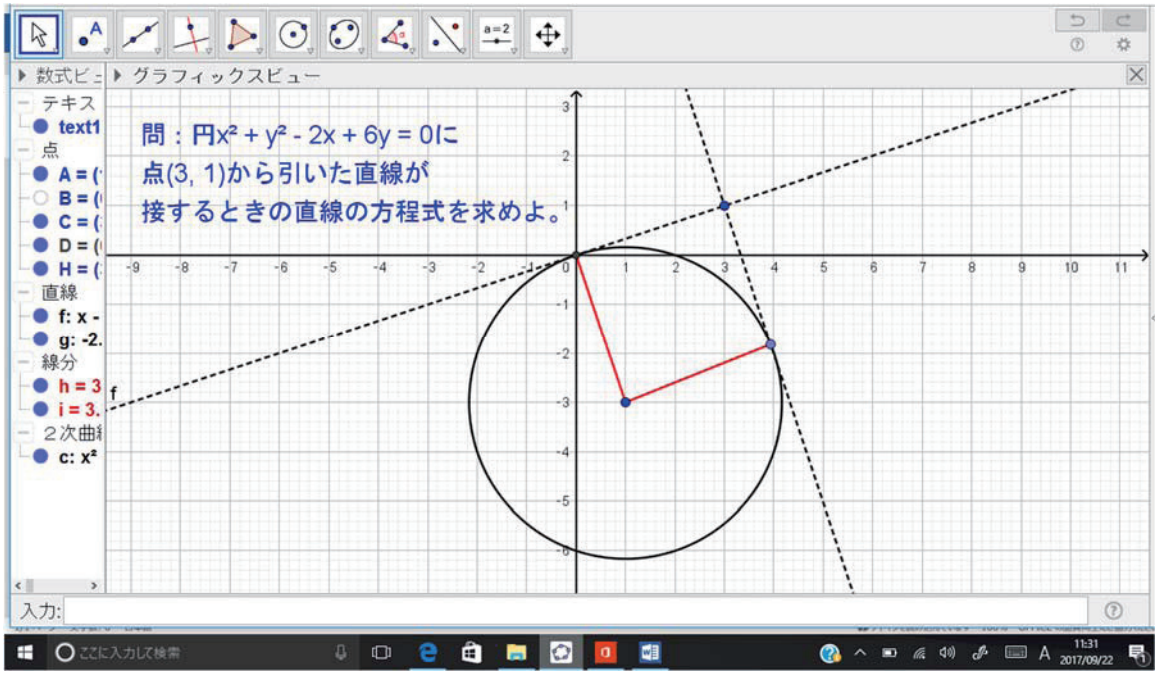


④　描画内容を保存したいときは、コマンドバーで**【ディスク】**を選択。
　　表示中の画面を、JPG、BMP、PNG、PDF、EIT のいずれかのファイル形式で保存。

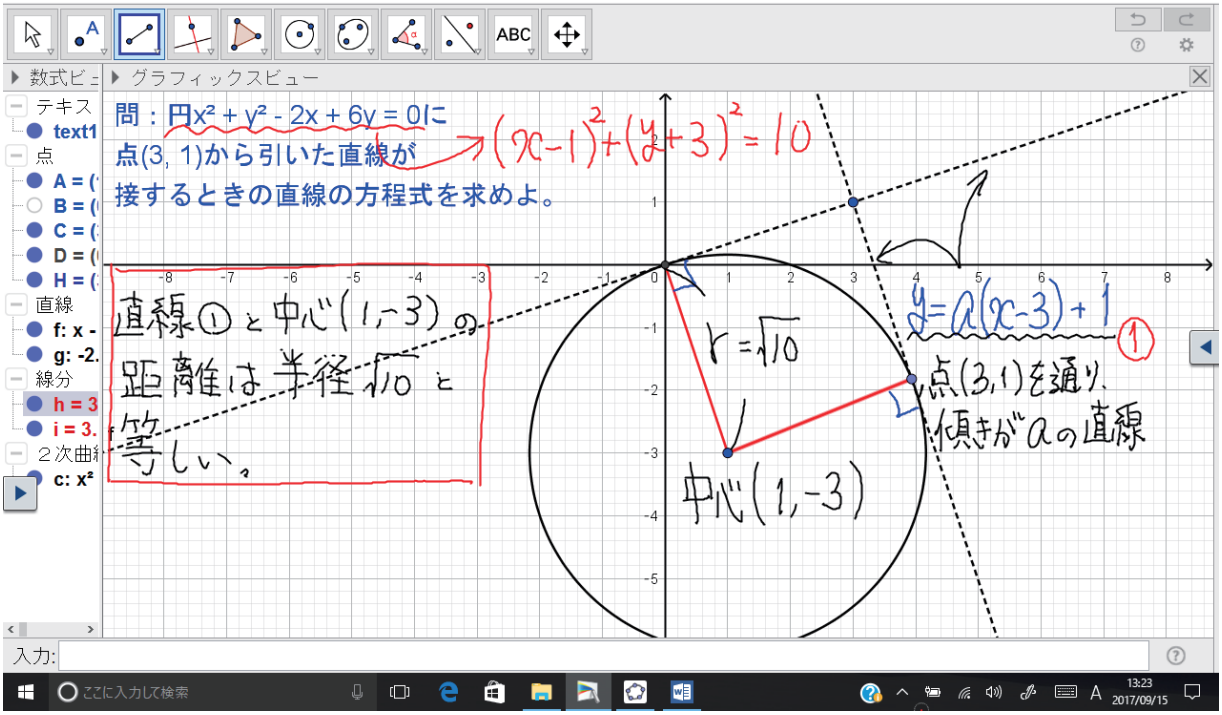
<GeoGebra での活用法>

○例示

数学Ⅱ「図形と方程式」 ―円と直線―
問:円 $x^2+y^2-2x+6y=0$ に点(3,1)から引いた直線が接するときの直線の方程式を求めよ。

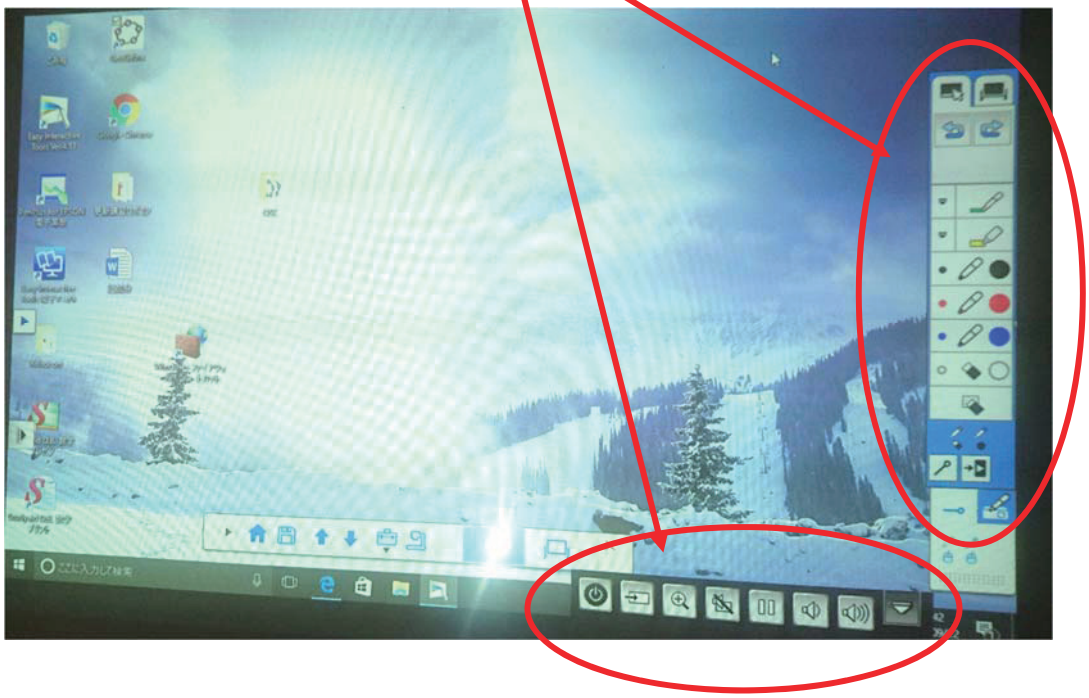


GeoGebra を利用して、円や直線を図示した上で、その上から「Easy　Interactive　Tools」を利用して書き込んでいく。



○注意点

・プロジェクターに搭載されている「**Easy　Interactive　Function**」の機能がオンになっていると、「**Easy　Interactive　Tools**」と同時に使うことが困難となります。



そのため、以下の手順を踏んで、「Easy Interactive Function」の機能を**オフ**にしてください。

1.リモコンでメニューボタンを押す。



2.拡張設定の表示設定を選択。

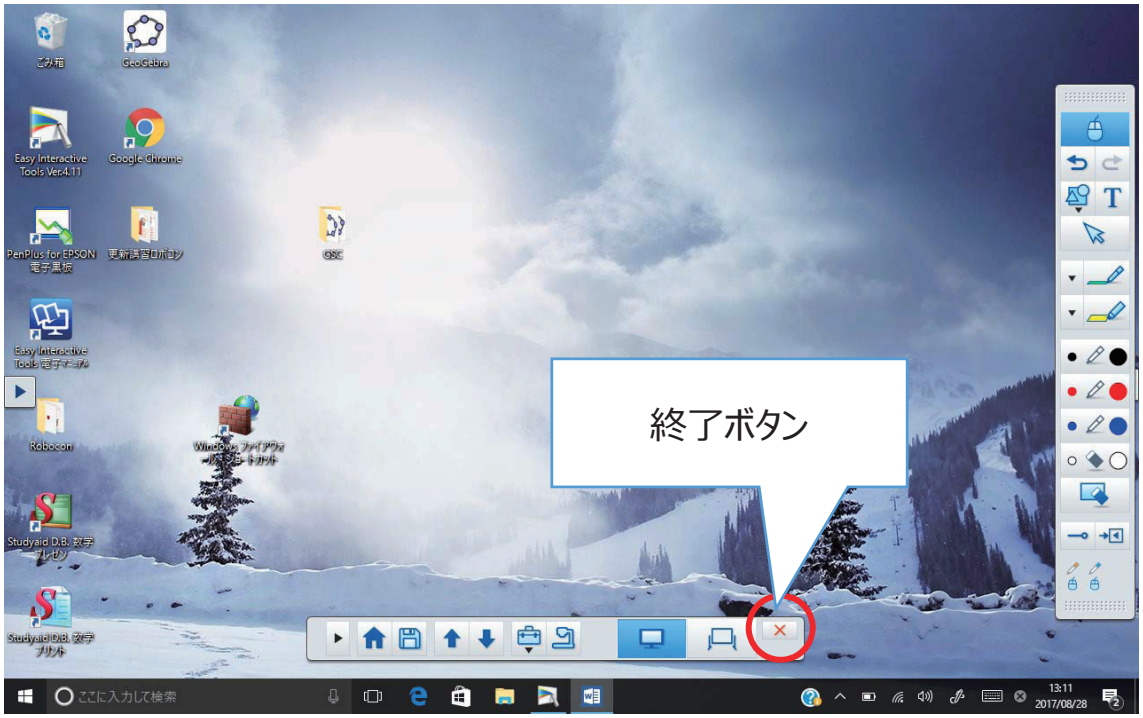


3.ペンモードアイコン・プロジェクター制御を選択し、オフにする。

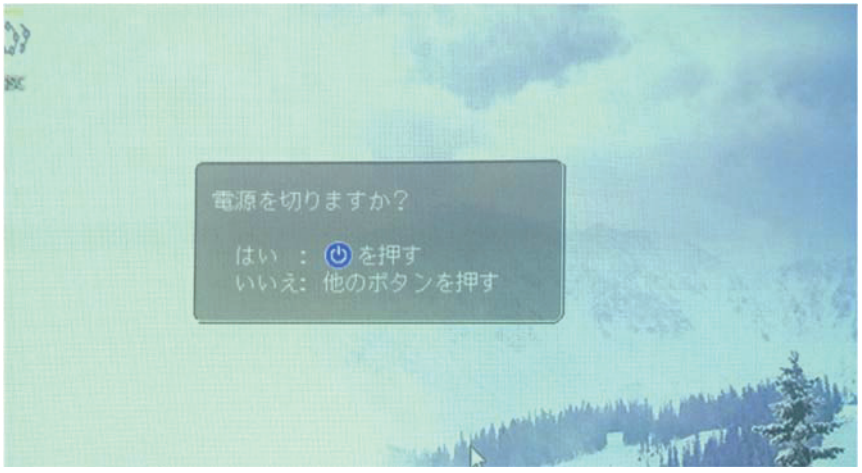


＜終了＞

1.コマンドバーの【×】をクリックして、Easy Interactive Tools を終了する。



2.プロジェクターの電源ボタンを押す。

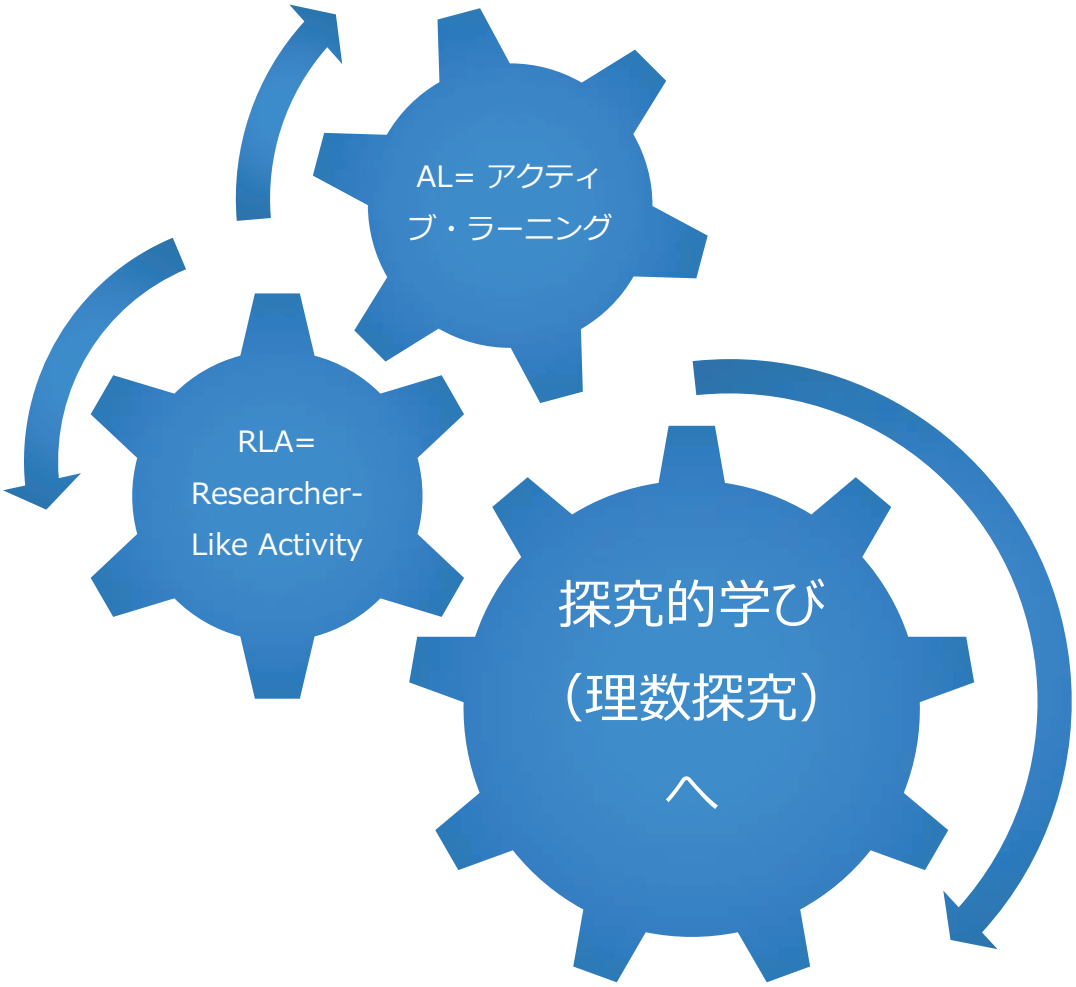


3.もう一度電源ボタンを押す。

4.これで終了となります。

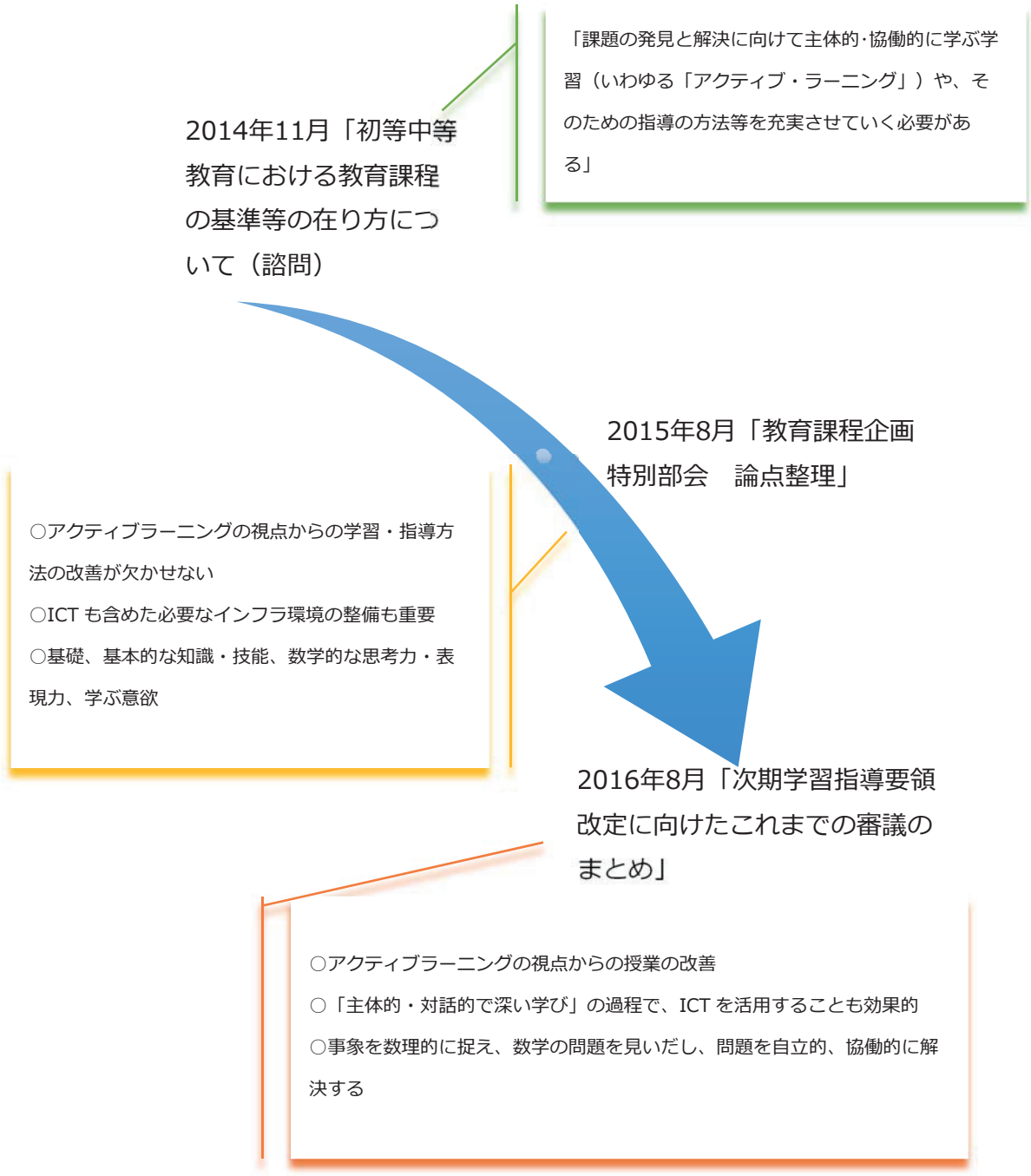
資料④　アクティブラーニングとRLA

資料④　アクティブラーニングとＲＬＡ

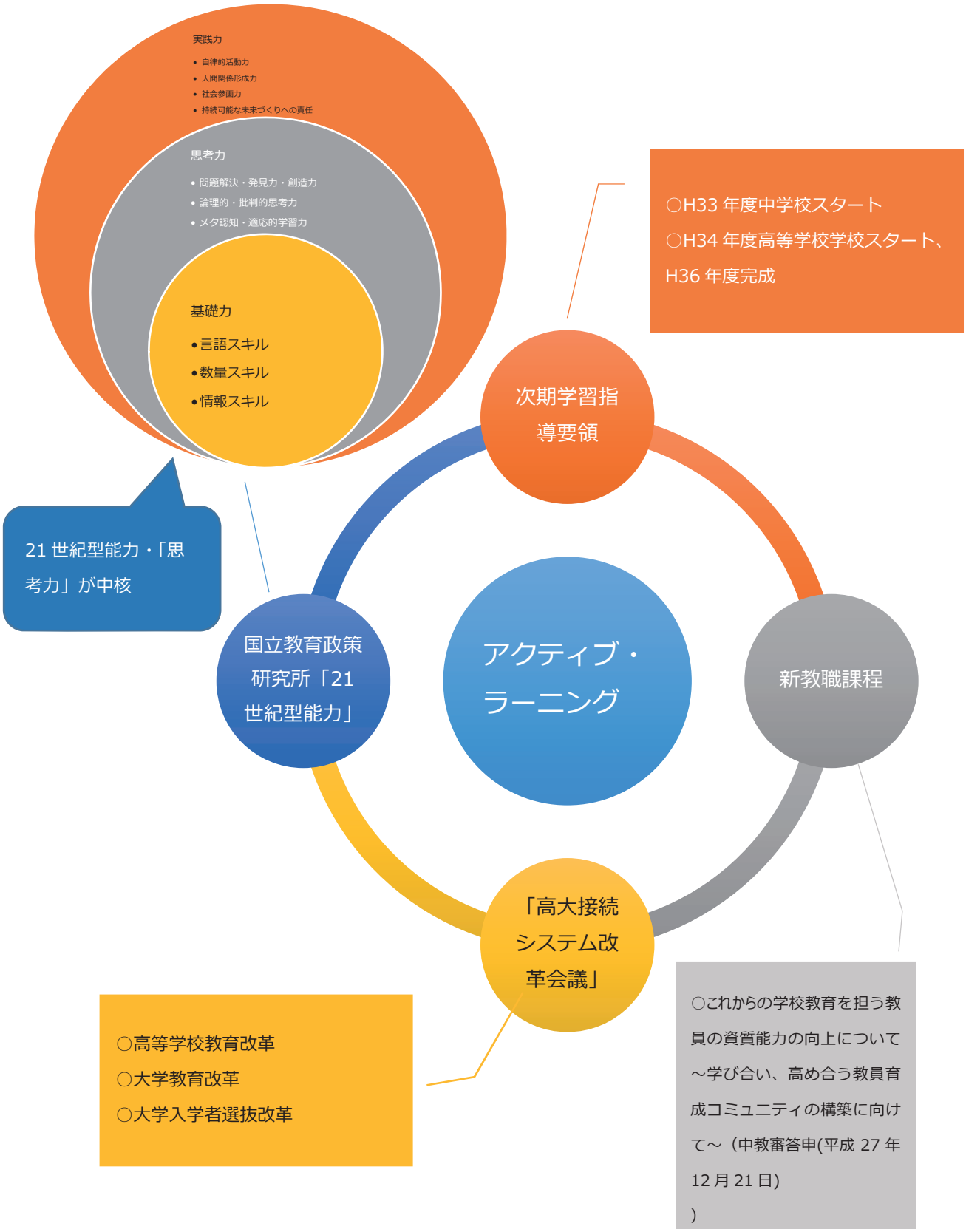


1．　「アクティブ・ラーニング」の経緯と「探究学習」

1-1.　「アクティブ・ラーニング」は次期学習指導要領の策定過程から生まれてきた



1-2. 「アクティブ・ラーニング」を取り巻く教育政策・提言



1-3. 「高大接続システム改革会議」（2016 年 3 月）最終報告と「アクティブ・ラーニング」

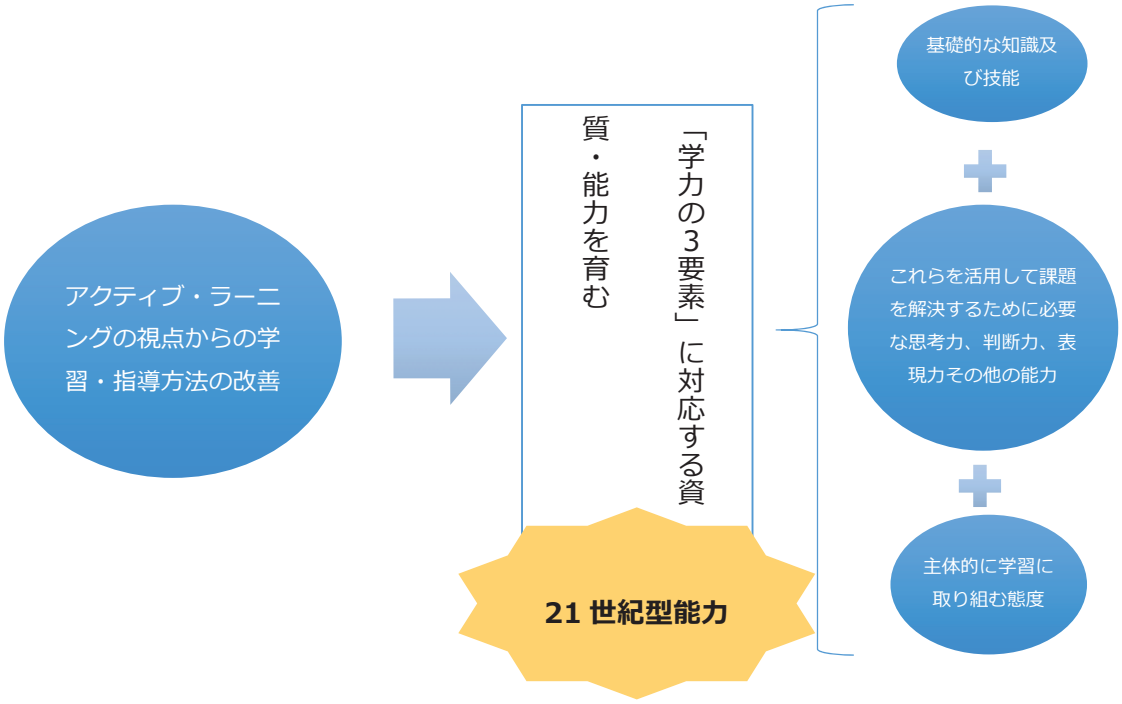
○ 協働的に学ぶ学習（いわゆる「アクティブ・ラーニング」）の視点からの学習・指導方法の抜本的充実を図るなど、学習・指導方法の改善を進める

○ 教員の資質向上に向け、教員の養成・採用・研修の各段階を通じた抜本的な改革

○ アクティブ・ラーニングの視点からの学習・指導方法の改善とは、「学力の３要素」に対応する資質・能力等を育むため

※ 「学力の３要素」とは、「基礎的な知識及び技能」、「これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力」及び「主体的に学習に取り組む態度」

その資質・能力とは、「21 世紀型能力」にほかならない

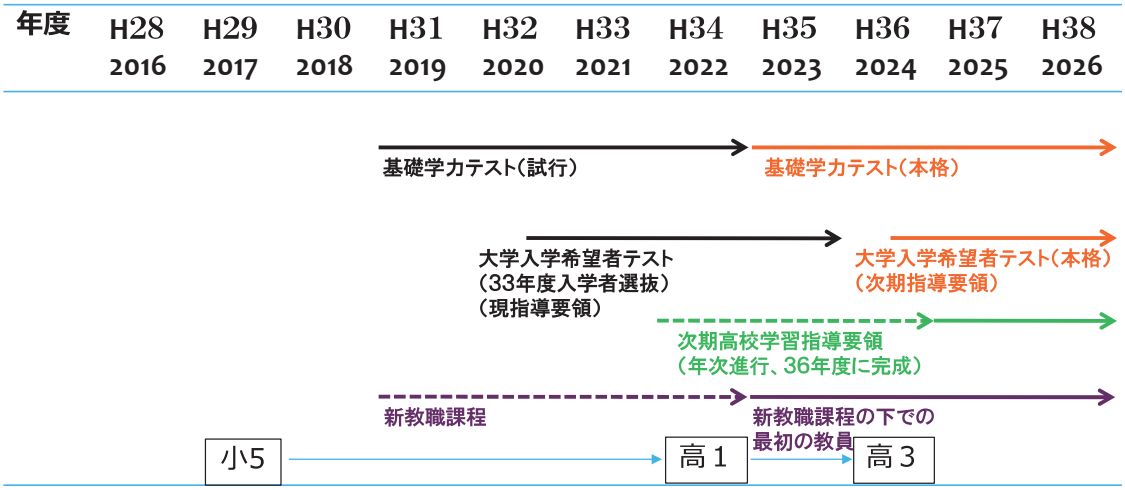


○　高等学校教育改革の「三つの観点」:

✧　育成すべき資質・能力を踏まえた教科・科目等の見直しなどの「教育課程の見直し」を図る

✧　アクティブ・ラーニングの視点からの「学習・指導方法の改善」と教員の養成・採用・研修の改善を通じた「教員の指導力の向上」

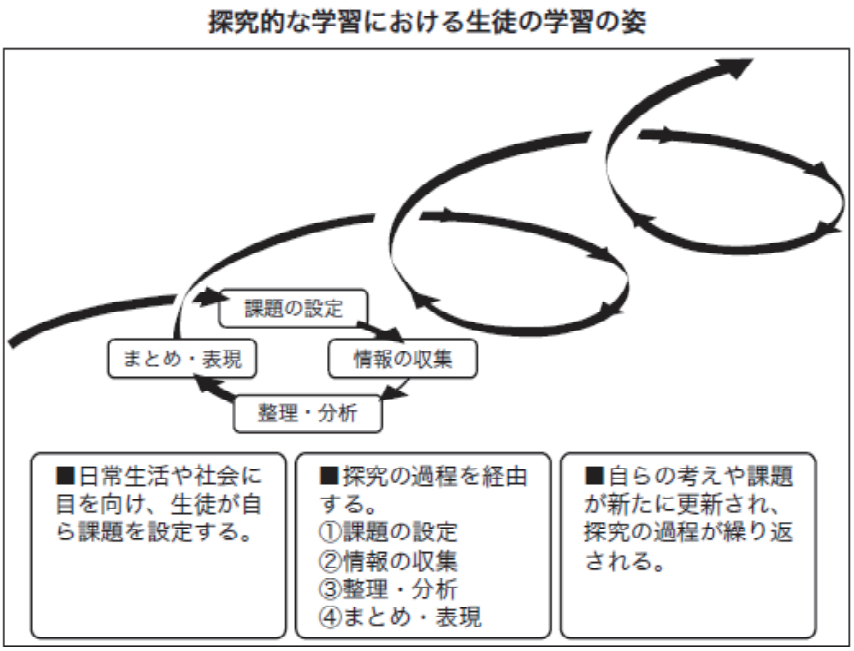
✧　学習効果のあり方の見直しや指導要録の改善などの「多面的な評価の推進」に取り組むこと



様々の教育改革のロードマップ

1-4. 「21 世紀型能力」は、「探究学習」を通して大きく育つ

○ 「探究型学習」の原型は、「総合的な学習の時間」にあり

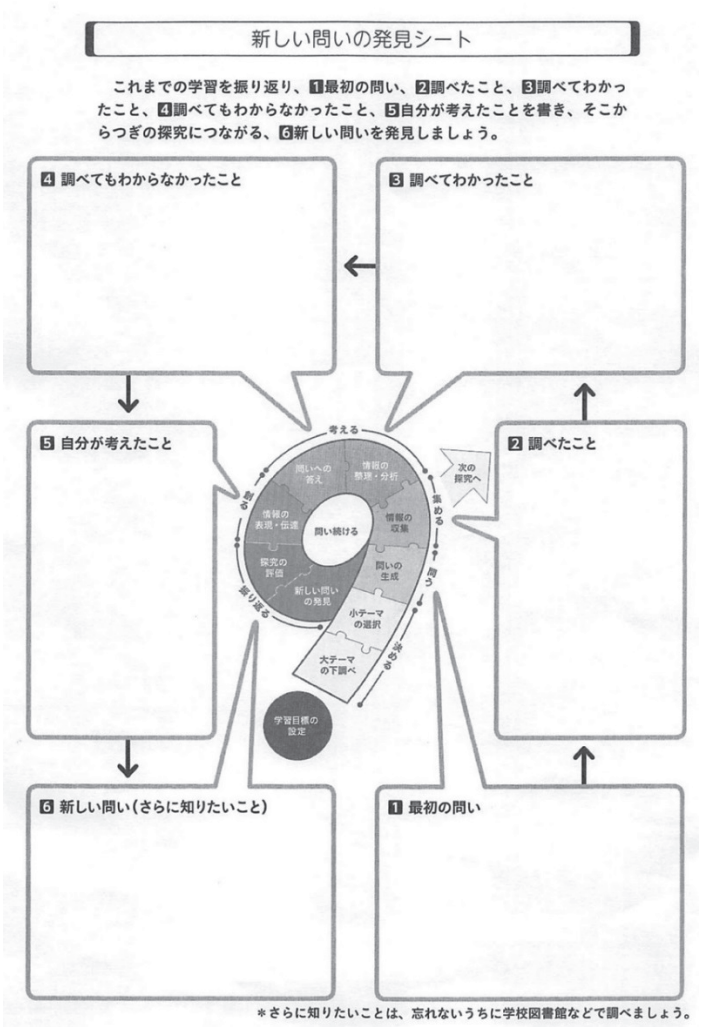


（中学校学習指導要領解説　総合的な学習の時間編（2008 年 7 月）p.13 から）

○　「探究型学習」とは

✧　「知識獲得の過程に児童・生徒が主体的に参加することによって、探求能力、科学概念、望ましい態度の形成を目指す活動」（細谷俊夫ほか「新教育学大事典」1990 第一法規出版）

○　「探究型学習」モデルの一案

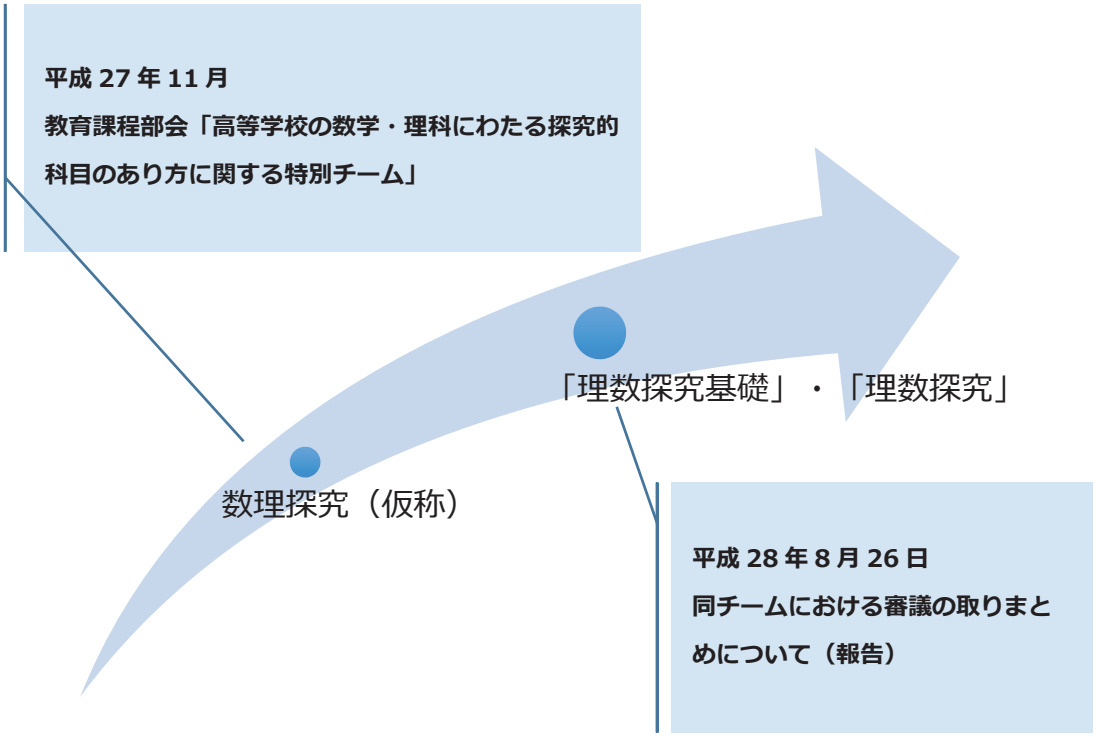


2. 新科目「理数探究基礎」「理数探究」（平成 34 年度新学習指導要領）

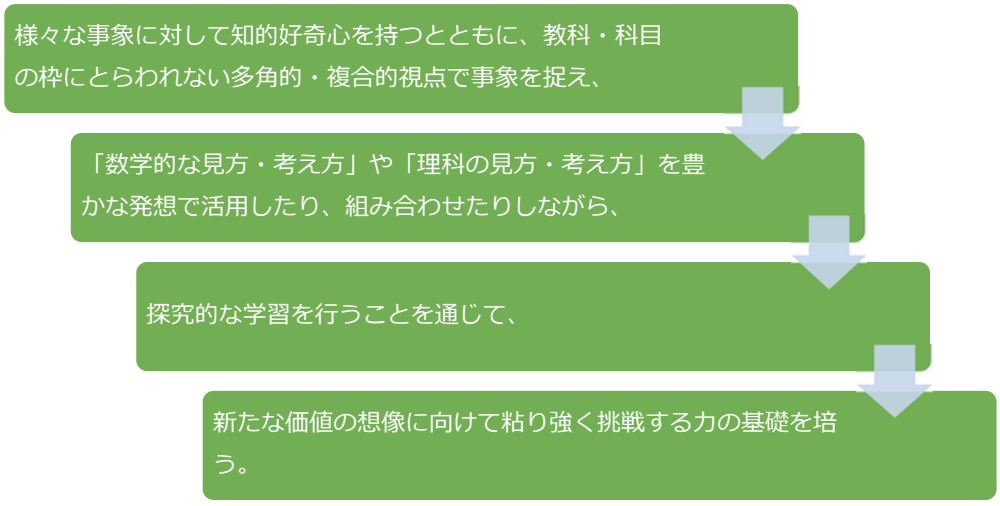
「6 プロセス 9 アクション」（桑田てるみ著「思考を深める探求学習」（全国学校図書館協議会）より「探求学習」のためのサイクル）

○平成 28 年 8 月 26 日「高等学校の数学・理科にわたる探究的科目の在り方に関する特別チームにおける審議の取りまとめについて（報告）」より

2-1. 数学・理科にわたる「理数探究」のあり方検討



2-2. 新科目の基本原理



2-3.「理数探究」のイメージ（概略）

基礎の習得段階：
○意義の理解、主体的な態度、
○基礎的研究倫理

大学・企業等からの
支援

探究を深める段階：
○課題設定
○成否よりも、試行錯誤し主体的にやり遂げる過程重視

ICT 環境の整備

SSH の成果を活用

理数探究基礎
（1単位）

理数探究
（2～5単位）

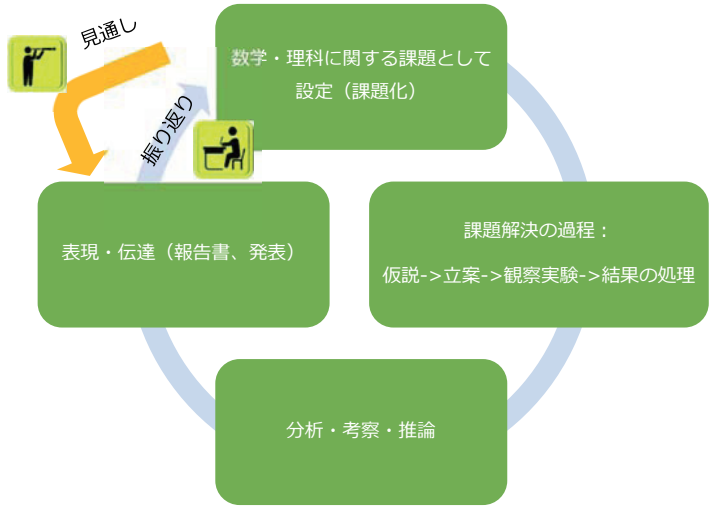
育成を目指す
資質・能力

○知識・技能
- ●活用、新しい知見を得る意義
- ●研究倫理の基本的理解

○思考力・判断力・表現力等
- ●数学や理科に関する課題として設定
- ●数学的見方考え方を活用
- ●多様な他者との議論
- ●課題解決力

○学びに向かう力・人間性等
- ●知的好奇心
- ●考え抜く
- ●主体的自律的探究への態度

探究的科目の学習過程イメージ



2-4.「大学入学希望者学力評価テスト（仮称）」において、適切に評価も

○大学における組織的な協力体制とともに、自大学への志願者に求める資質・能力の見直しにも

○個別大学における入学者選抜においても十分に評価されることを期待

2-5. 評価の観点のイメージ

○育成すべき資質・能力がどの程度身についたかを評価する



○探究の過程における観察・実験の内容や疑問、自身の思考過程を「探究ノート」に記録、評価にも用いる

3. アクティブ・ラーニングによる学習改善と実践事例

3-1. 「アクティブ・ラーニング」とは

国によるアクティブ・ラーニングの定義は以下の通りである。

> 課題の発見・解決に向けた主体的・協働的な学び
>
> (中央教育審議会　教育課程企画特別部会『論点整理』p.17)

この定義が指す実践的な意図を以下にまとめる。

アクティブ・ラーニングが、以下に示されるような視点に立って学習全体を改善し、生徒の学習への積極的関与と深い理解を促し、自信を育み、必要な資質・能力を身に付けていくことが期待される。

> （i）習得・活用・探究という学習プロセスの中で、問題発見・解決を念頭に置いた深い学びの過程が実現できているかどうか。 新しい知識や技能を習得したり、それを実際に活用して、問題解決に向けた探究活動を行ったりする中で、資質・能力の三つの柱に示す力が総合的に活用・発揮される場面が設定されることが重要である。教員はこのプロセスの中で、教える場面と、子供たちに思考・判断・表現させる場面を効果的に設計し関連させながら指導していくことが求められる。

（ii）他者との協働や外界との相互作用を通じて、自らの考えを広げ深める、対話的な学びの過程が実現できているかどうか。身に付けた知識や技能を定着させるとともに、物事の多面的で深い理解に至るためには、多様な表現を通じて、教師と子供や、子供同士が対話し、それによって思考を広げ深めていくことが求められる。こうした観点から、前回改訂における各教科等を貫く改善の視点である言語活動の充実も、引き続き重要である。

（iii）子供たちが見通しを持って粘り強く取り組み、自らの学習活動を振り返って次につなげる、主体的な学びの過程が実現できているかどうか。子供自身が興味を持って積極的に取り組むとともに、学習活動を自ら振り返り意味付けたり、獲得された知識・技能や育成された資質・能力を自覚したり、共有したりすることが重要である。子供の学びに向かう力を刺激するためには、実社会や実生活に関わる主題に関する学習を積極的に取り入れていくことや、前回改訂で重視された体験活動の充実を図り、その成果を振り返って次の学びにつなげていくことなども引き続き重要である。

(中央教育審議会　教育課程企画特別部会『論点整理』p.18)

3-2. アクティブ・ラーニングを用いた実践事例（その一）

ここでは、「高等学校におけるアクティブ・ラーニング 理論編」６章 三浦隆志から、実際にアクティブラーニングを意識して実践した岡山県立玉島商業高等学校の例を紹介する。

2015 年 2 月 23 日におこなわれたマーケティングの研究授業である。この研究授業では 1 年間学んできたことをふまえ、「ケース教材を活用したマーケティングのまとめ」という単元の最終の授業である。この時間のめあては、玉島商業高等学校の近くにある**「街並み保存地区の関係者になったつもりで、女性向けの商品を考え、提案する」**という問であった。授業での教科書以外の準備物として、

○**ミニケースを記載した補助プリント**

○**タブレット端末**

○**他グループの提案を評価するシート**

が用意された。研究授業では、初めに

教師:本時の内容とめあてを示す



生徒:

○**ワークシートを用いて、個人ワークとグループワークをそれぞれおこない**

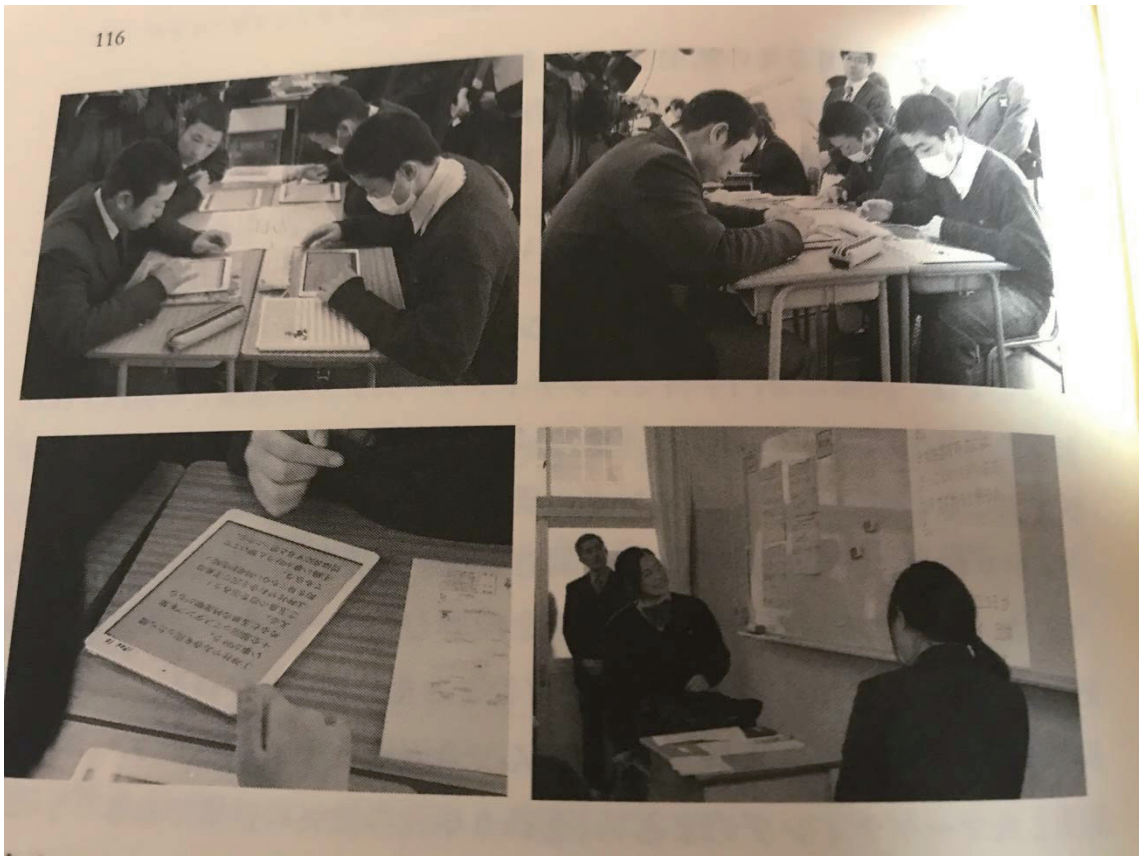
○**事前に読み込んできたケースの内容**をふまえ

○**不明な点はタブレットを使用して**

基本的な設問に解答した。めあての問いに対して、以下の写真のように

○グループで対話を繰り返し　○タブレットを使い不明な事柄を調べ

提案する内容をまとめ、各グループが成果をプレゼンテーションしていく



（出典：「高等学校におけるアクティブ・ラーニング　理論編」６章　三浦隆志　P116）

すべてのプレゼンテーションが終わった後、**この時間の振り返り**として、自分たちが得られたさまざまな知見をもとに、**新しい提案をまとめる個人ワークをおこなって、**すべての時間が終了する。

この研究授業では

Step1 これまでに学んできた内容と家庭学習としてのケースの予習をふまえての個人の活動

Step2 グループでの対話による課題の解決とプレゼンテーション

Step3 個人による振り返りとまとめ

という構成でデザインされていた。

そして、**生徒双方向のアクティブラーニング**によって、**問題の解決や新たな課題等を設定するような達成感につなげられていた。**そして、授業者がデザインした**生徒と生徒、生徒と教師とによる双方向の授業が成立していた**と考えられる。

グループワークの対話



○アイデアとプレゼンテーションによる共有化

○教師が単元全体を俯瞰

授業をデザインしていく上で、生徒たちに与える真正な「問い」が、このアクティブラーニングによる研究授業の成功に大きな役割を果たしたと考えられる。生徒が「楽しかった」や「頑張れた」といった自己満足感を得る活動のみで、知識が活用されることなく、本質的な課題の発見や課題の解決を導くことがない授業は不十分である。**生徒たちが獲得した知識を、教師が発する「問い」によって、思考を重ね、新たな知を獲得する**ことが大切なのである。

（「高等学校におけるアクティブラーニング 理論編」６章 三浦隆志）

3-3. アクティブラーニングを実施する上で気をつけるべき３つのポイント

○生徒の学びに最後に実施責任を持つのは、教育を創意工夫して成績評価の決定権を握る**教員自身**だということ。

○科目の学習目標やアクティブラーニング実施の**狙いに順ずるような「学び」**そのものがしっかりと得られることである。

○**生徒の主体的・能動的な態度・姿勢を尊重する**ことである。

逆に、アクティブラーニングの失敗として３つが考えられる。

○生徒たちが「アクティブ」でないような学びをし続けてしまうこと。

○学習活動がアクティブであっても、「ラーニング」がないこと。

○生徒たちが積極的に学んでくれないことを「教員自身の問題」として考えないこと。

これらは、アクティブラーニング失敗の基本３事例である。

（溝上慎一監修「失敗事例から学ぶ大学でのアクティブラーニング」１章 亀倉正彦）

3-4. 授業にアクティブラーニングを継続的に取り入れた事例（その二）

特別な道具や手間をかけるアクティブラーニング



大変でやり辛い

アクティブラーニングとして特別な準備をするのではなく、普段の授業の構造を変えることで取り入れた実践の例として溝上慎一監修（2016）『高等学校におけるアクティブラーニング　事例編』から久留米市立南筑高等学校で石山信幸先生の行った授業を紹介する（同書から引用）。

(1) はじめに立てられた目標

・とりあえず話し合う機会を設け数学に関する弱音を共有させ、数学に対する苦手意識を共有させる（対話的な学び）

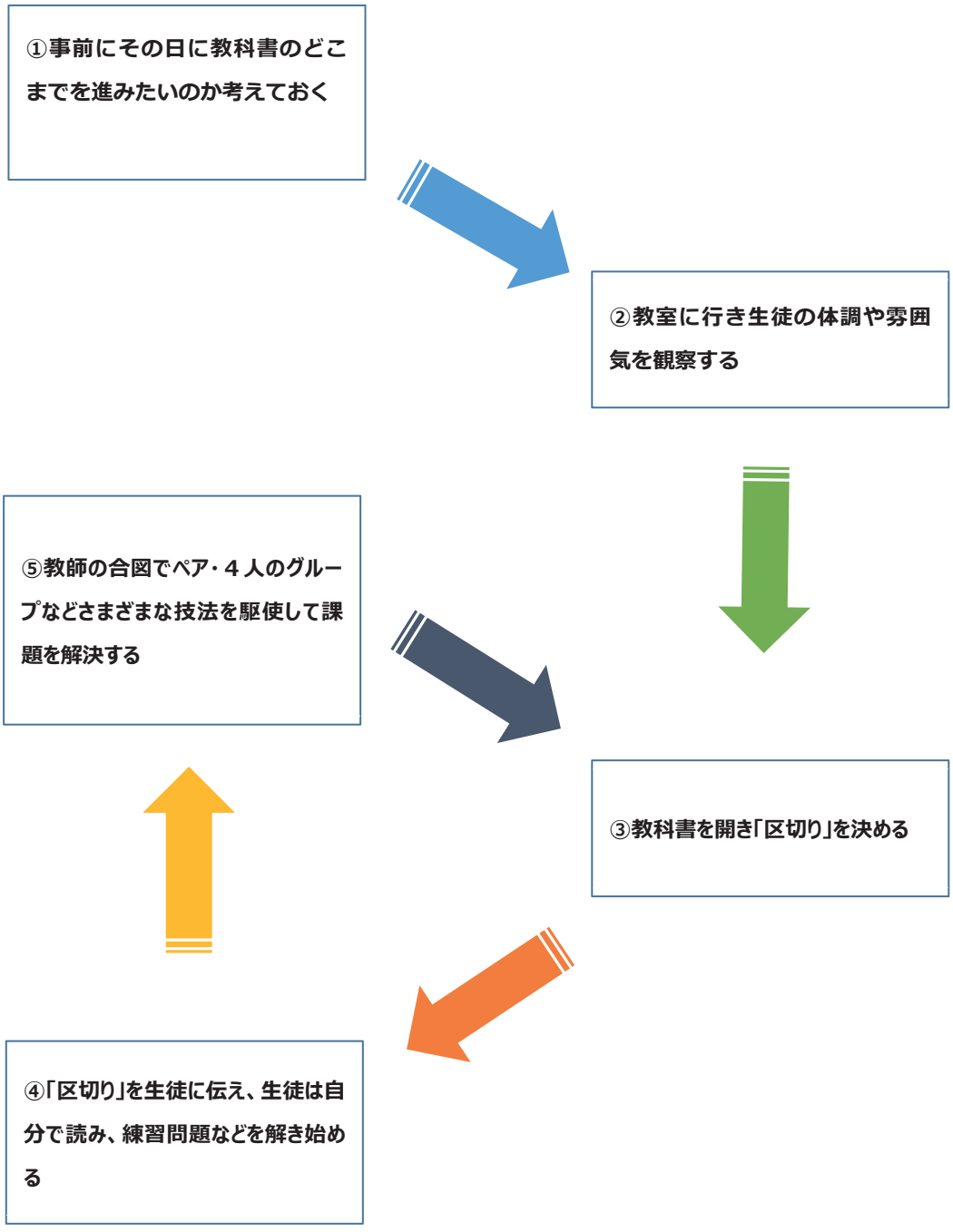
・仲間となら理解できるということを体験させる（対話的な学び）

・教えて貰えることのありがたさを感じさせる（主体的な学び）

・「自分も教えたい」と欲を出させる

(2) 徹底的に教科書を使った授業―学校のニーズに合わせた学び―

久留米市立南筑高等学校の「教科書を早く終わらせてからの入試対策」という目標を達成するためには、教科書を使った授業をいかに安定して行うかが重要ということで、次のようなユニット制の進め方を考案し、実践されました。


①事前にその日に教科書のどこまでを進みたいのか考えておく
②教室に行き生徒の体調や雰囲気を観察する
③教科書を開き「区切り」を決める
④「区切り」を生徒に伝え、生徒は自分で読み、練習問題などを解き始める
⑤教師の合図でペア・４人のグループなどさまざまな技法を駆使して課題を解決する

(3) 時期で異なる生徒と教師の変化

アクティブラーニングを取り入れたことで時期ごとに生徒にも教師にも変化が現れました。

表１　各時期に起こる変化（よい変化）

時期	生徒	教師
初期	・新しい形態に期待を膨らませ、積極的に活動しようとする	・生徒の良いところが多く見えるようになる
中期	・居眠りしている生徒を生徒が起こす ・個人思考の時間を大切にするようになる ・出来ない仲間に対して安易に教えるのではなく、励まし、自力でやらせようとする	・様々な手法を学び学習内容に適した手法で授業を展開できるようになる ・教科指導に専念できるようになる ・はやいが充実した授業をできるようになる ・生徒の成長を感じるようになる
後期	・授業の内容のほとんどを自分達で解決しようとする。 ・学習に充実感を得るようになる	・授業の大半を生徒に任せることが出来る ・最小限の支援で大きな学びや達成感を産むことが出来る

表２　各時期に起こる変化（よくない変化）

時期	生徒	教師
初期	・珍しさに比較的指示通り動くが、指示を繰り返し言わなければ動くことが出来ない ・個人でやりたいと強く主張する生徒もいた	・とにかくグループを作ることだけで終わる ・どう指示してよいか分からず時間だけが過ぎ適当な指示をしてしまう ・授業が遅れる ・一斉授業のスタイルにもどして安心する
中期	・活動に飽きが来て私語が多くなる ・活動に参加しない生徒を気にしない ・平気で他のグループの生徒と話し出す ・待っていればグループの時間になり、教えて貰えると考えるようになる	・私語を注意することに追われる ・教科より協同学習が主になる ・無駄にグループを作りたがる ・一斉授業のスタイルにもどして安心する
後期	・ペアやグループに依存し、自分で考えなくなる	・一斉授業のスタイルにもどして安心する

（溝上慎一監修（2016）『高等学校におけるアクティブラーニング事例編』東信堂 p.14 より）

4. 本プロジェクトの目的とＲＬＡについて

以下は、清水克彦(2017)「次世代型教員研修プログラム開発における数学ソフトウェアの活用」（Teachers Teaching with Technology pp.76-79）を参考に編纂したものです。

4-1. 本プロジェクトの目的

本プロジェクトは川口市教育委員会との協同のもと、教員研究プログラムとして 21 世紀型スキルの考え方を背景に、電子黒板、デジタル教科書を活用して主体的で対話的な深い学びを実現しようとするものです。そのなかで、市川(1996)によって提起されたと言われる Researcher-Like-Activity(RLA:研究者を模した探究活動)を取り入れ、そこで数学ソフトウェアを活用することによって次世代に向けた特色あるアクティブラーニングを実現することを目指しています。

4-2. RLA と数学ソフトウェアの活用

市川(1996)によれば、RLA は「研究者の縮図的活動」という意味であり、猪俣はさらに「研究者的活動を学習者のレベルに合わせて行う教育方法」の総称をいうとしています。より端的に言うと探究的な活動を「科学者になったつもりで」「探究したいものを発見し」「自分で探究して発表する」ことまでを含んだ学習法です。市川(1996)は RLA を大学レベルの実践例を積み重ねたのに対し、猪俣(1996)は中学校レベル、青木ら(2013)は高校レベルの実践を行って RLA が中等教育レベルにおいても実行が可能であることを示しました。以下の表は最近のＲＬＡに関する実践例です。

年度・出典	対象・内容
2013　青木慎恵 福井大学教育実践研究 第 38 号 pp.91-100	高校生対象 正多面体を題材にした５校時の取組 教員による発問を導入とし、生徒の疑問を促す構造での実践
2013　濱中裕明 京都大学 数理解析研究所講究録 1867-pp.117-129	教職課程を履修した大学生対象 「探究的活動」を指導できる教員として備えるべき資質の考察 その資質を得るための教科専門科目としての RLA の実践報告
2015 堀裕樹 福井大学教育実践研究 第 40 号 pp.59-70	高校２年生対象 和算を題材にした３３校時のロングスパン（掲載時に１学期分） 数学の研究家と和算家を対比したオリエンテーションの実施 過去の和算を調べ問題を捉え直す活動からスタート
2016 井口浩 新潟大学教育学部 研究紀要第９巻１号	中学生対象 式と計算の活用を題材にした８校時の取組 「生徒が主体的行動をとるために必要と考えられる要素の特定」 「ＲＬＡを取り入れる授業に求められる質」を示唆するための取組
2016　井口浩 新潟大学教育学部 研究紀要第９巻２号	中学生対象　　和算を題材にした 10 校時の取組「RLA は生徒の問題解決的学習を作っているか」を念頭に過去の取組と現在の取組の違いを考察し授業改善に取り組む

これまで多くの先生方が実践を積み重ねてきた RLA において、重要となる点は「いかに生徒が自主的に課題を発見するか」です。題材に関連した歴史について学ぶ・図書館で調べ学習を行うなどの取組例もあります．本プロジェクトでは「数式ソフトウェア」を活用して生徒たちが実際に操作し、蓄積されたデータを観察することで、生徒が自分なりの推測を持ち、それが成り立つかどうか数学ソフトウェアに入力することで反応を考察することを目指しています。従いまして、授業プロセスは以下のような形を取ります。

１）問題を理解したり、事例にあたったりする活動

２）数学ソフトウェアを用いて、事例を探究したり、予想を確かめる活動

３）発見したパターンや解を数学の言葉で表す活動

４）見出したことをポスターにまとめる活動

５）ポスターセッション通して相互評価や批判的検討によって成果を共有していく活動

扱う問題は教科書の単元導入や研究のページのあとの発展として扱えるものを中心として、デジタル教科書の利用との連携ができるようにし、また RLA 活動中の生徒のやり取りは電子黒板の機能と数学ソフトウェアを利用するような工夫を行うことを検討しています。

数学ソフトウェアを活用した RLA は数学科の中で次世代型教育、アクティブで探究的な教育の方法として多くの可能性を持つと考えられ、本プロジェクトでは教材を４つ用意しています。

参考文献

[1] 桑田てるみ（2016）「思考を深める探求学習」（全国学校図書館協議会）

[2] 溝上慎一監修（2016)「高等学校におけるアクティブラーニング　事例編」東信堂

[3] 溝上慎一監修（2016)「高等学校におけるアクティブラーニング　理論編」東信堂

[4] 溝上慎一監修（2016）「失敗事例から学ぶ大学でのアクティブラーニング」東信堂

[5] 清水克彦(2017)「次世代型教員研修プログラム開発における数学ソフトウェアの活用」（Teachers Teaching with Technology pp76-79）

資料⑤－１　教材の体験①
（Noise Cancelling）

Activity Sheet

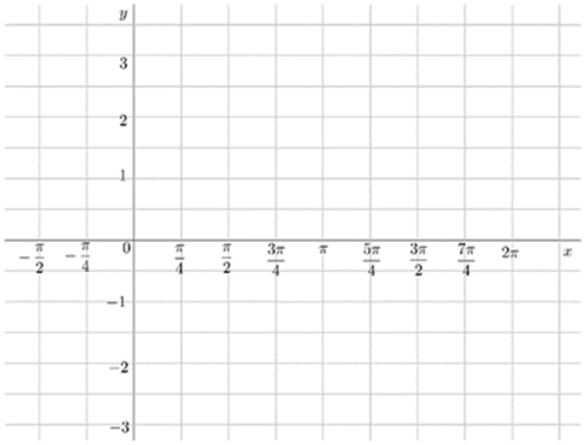
＿＿年＿＿組＿＿＿＿＿＿番 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

興味や関心を持つ コンピュータを駆使する

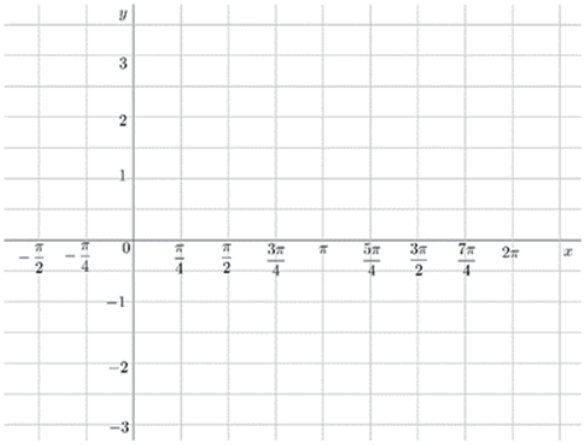
問 1.1 「三角関数」は身の回りのどのような場面で活用されているかな？知っていることを自由にかいてみよう.

三角関数を設定して，グラフをかいてみよう.

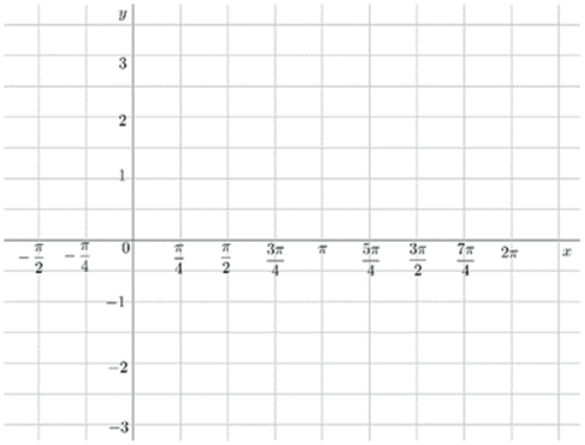
$y =$



$y =$

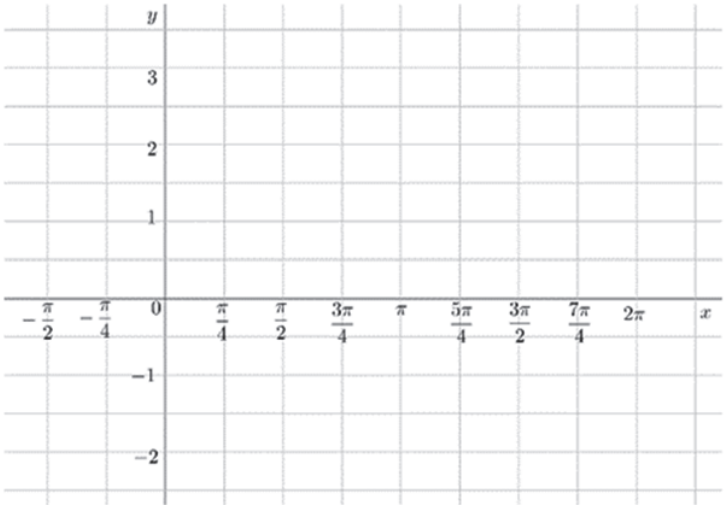


$y =$



GeoGebra の操作図解に従って，自由に操作してみよう．
気になることがあったら，下の余白にメモしておこう．

面白い形のグラフができたら，下のスペースにかきこんでおいて，説明してみよう．



問 2.1 「三角関数とグラフ」のファイルを開いて，手引書を見ながら次の課題に取り組んでみよう. 見通しを持つ 共に考えを創り上げる

問 2.1

パラメータ A，B，n の●をスライド（タッチしたまま左右に動かす）させどのような変化があるか観察してみよう.

問 2.2

周期が同じ場合や異なる場合の和と差について，パラメータなど変化させ探求しよう.

これまでの探求で周期が同じときは，どのパラメータが重要か，考えながら探求してみよう.

問３．グラフと音の変化の関連性

共に考えを創り上げる思考を表現に置き換える

問 3.1　次の関数について，音を出して適切なものを選ぼう！　ただし，$X = 1000x$とする．

(1) $\sin X$ は $\sin 2X$ {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(2) $\sin X$ は $\sin\left(X + \frac{\pi}{4}\right)$ {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(3) $\sin X$ は $3\sin X$ {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(4) $\cos 2X$ は $\sin 2X$ {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(5) $\cos 2X$ は $3\sin X$ {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(6) $\sin 2X$ は $3\sin\left(X + \frac{\pi}{4}\right)$ {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

問 3.2　関数の係数や周期を変化させると音はどのように変化するか．
気づいたことを書こう！

問４．ノイズキャンセリング（Noise Cancelling）

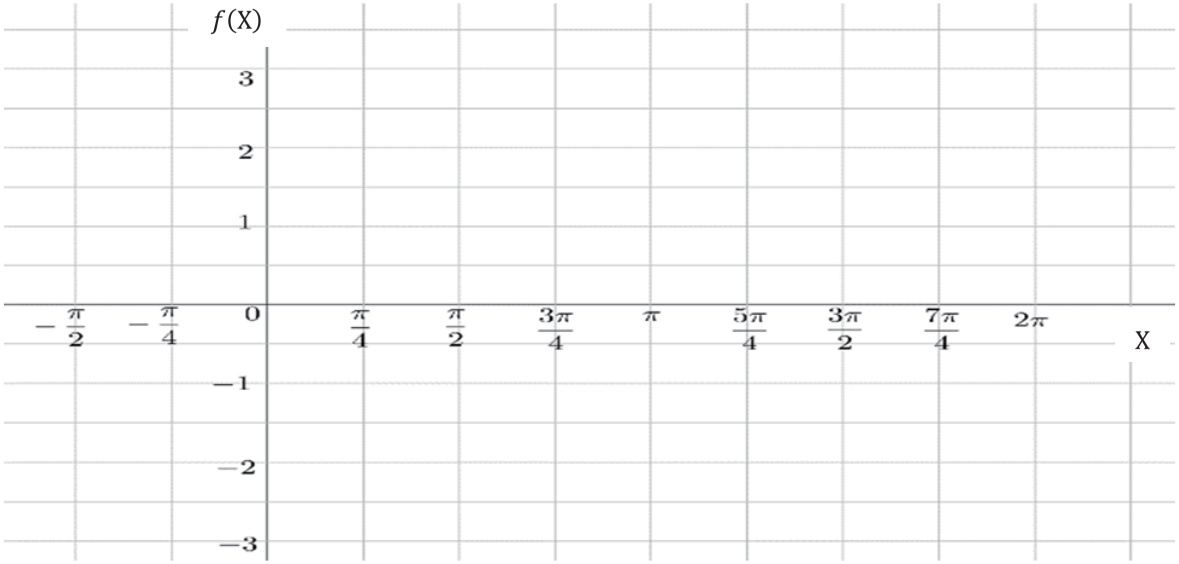
新たなものを創り上げる

問 4.1　$f(\mathrm{X})$を指定された条件の関数で設定し，また，$f(\mathrm{X})$と打ち消しあう$g(\mathrm{X})$を記録し，$g(\mathrm{X})$と$f(\mathrm{X})$のグラフを書いてみよう！　ただし，$\mathrm{X} = 1000x$とする．

①　$f(\mathrm{X})$をsinBXのような形で設定しよう．

$f(\mathrm{X}) =$

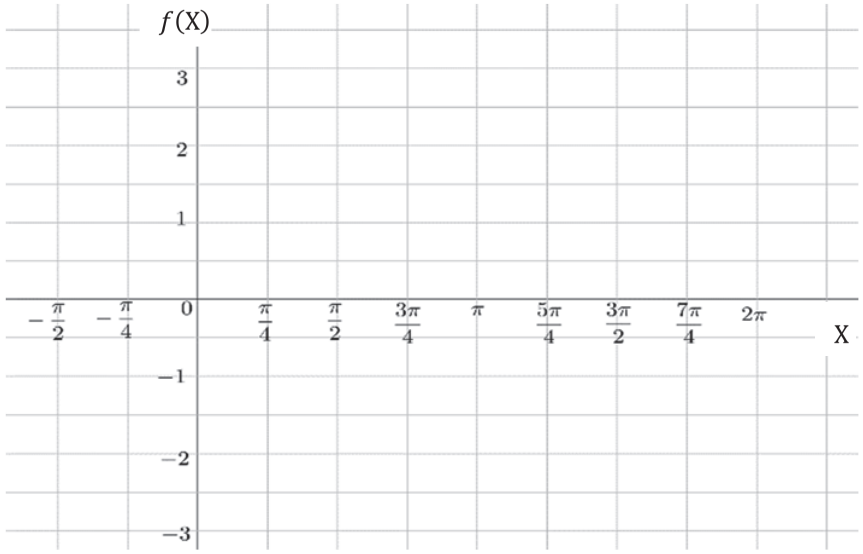
$g(\mathrm{X}) =$



② $f(X)$を$A\sin(X+n\pi)$ のような形で設定しよう.

$f(X)=$

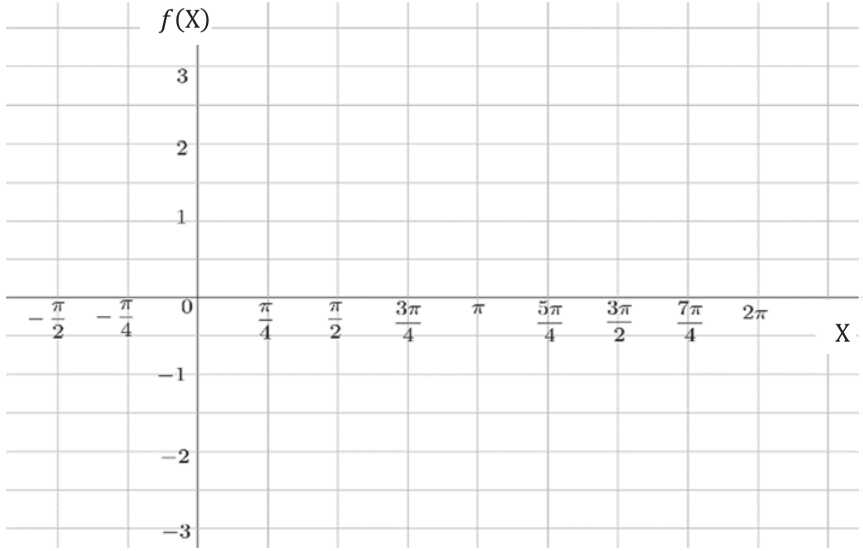
$g(X)=$



③ $f(X)$を和の形で設定しよう.

$f(X)=$

$g(X)=$



問 4.2 波が打ち消しあうときのグラフはどのようになっているか．①～③から読み取れることを書こう！

問 4.3 実生活の中で Noise Cancelling の技術を使っているものを挙げてみよう！ また，この技術がどのようなものに応用できると思うか，具体例を挙げ，あなたの考えを述べてみよう！

実生活の中で Noise Cancelling の技術を使っているもの：

具体例：

あなたの考え：

補足　　音の「うねり」と「はもり」

(1) うねり　$\sin 2000x + \sin 1880x$

$\sin 2000x$ と $\sin 1880x$ の音を同時に出し，グラフの概形を書いてみよう！

(2) はもり　$\sin 2000x + \sin 1000x$

周波数の比でどのように音が変わるか考えてみよう！

三角関数とノイズキャンセリング（Noise Cancelling）ポスター案

＿＿年＿＿＿組 ＿＿＿＿班 班員＿＿＿＿

Activity Sheet （問 3，問 4 の解答）

問３．グラフと音の変化の関連性

共に考えを創り上げる思考を表現に置き換える

問 3.1　次の関数について，音を出して適切なものを選ぼう！　ただし，$X = 1000x$とする．

(1) sinX は sin2X {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(2) sinX は $\sin\left(X + \frac{\pi}{4}\right)$ {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(3) sinX は 3sinX {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(4) cos2X は sin2X {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(5) cos2X は 3sinX {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(6) sin2X は $3\sin\left(X + \frac{\pi}{4}\right)$ {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

問 3.2　関数の係数や周期を変化させると音はどのように変化するか．
気づいたことを書こう！

解答例

・周期を変化させると（ y軸をもとにして x軸方向に拡大縮小すると ）音の高低が変化する．

・平行移動しても音の高さや大きさは変化しない．

・係数を変化させると（ x軸をもとにして y軸方向に拡大縮小すると）音の大小が変化する．

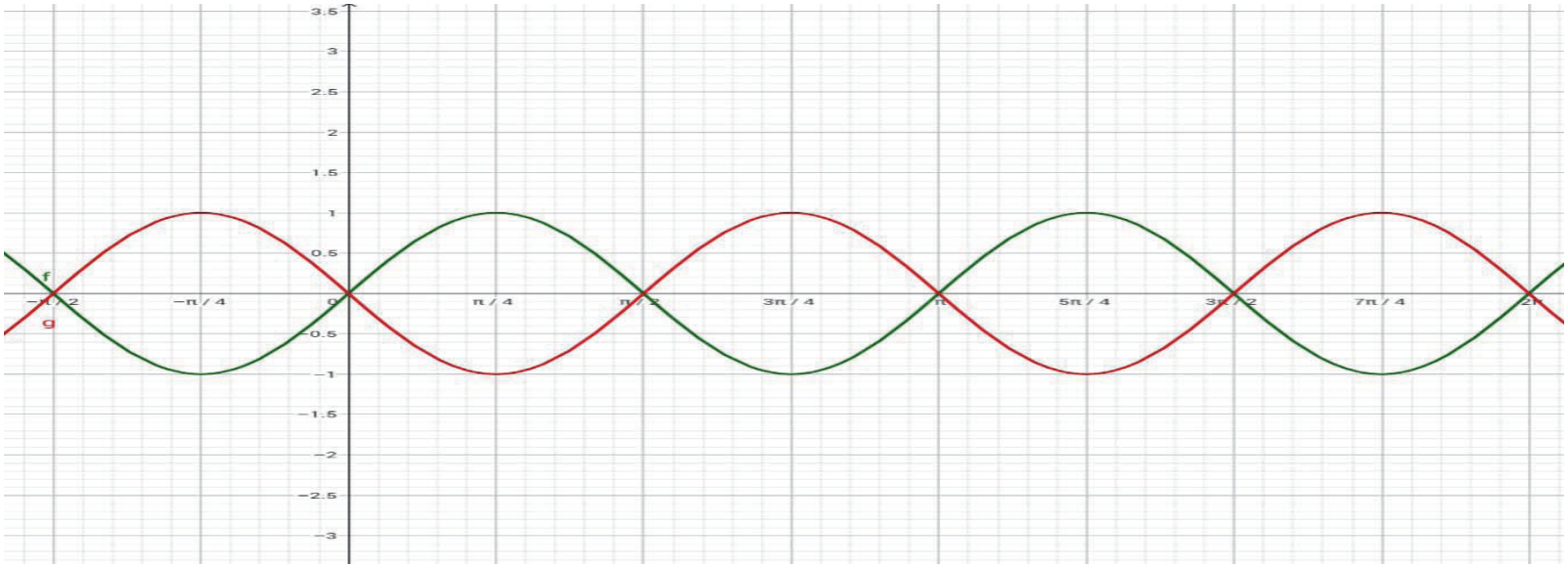
問４．ノイズキャンセリング（Noise Cancelling）

新たなものを創り上げる

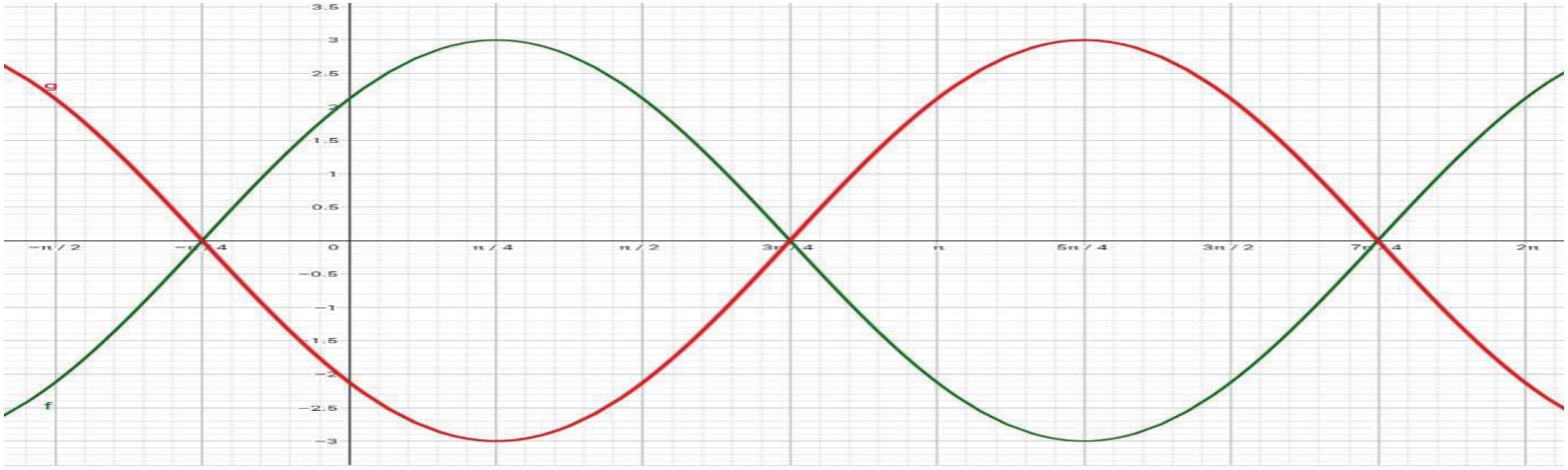
問 4.1　$f(\mathrm{X})$を指定された条件の関数で設定し，また，$f(\mathrm{X})$と打ち消しあう$g(\mathrm{X})$を記録し，$g(\mathrm{X})$と$f(\mathrm{X})$のグラフを書いてみよう！　ただし，$\mathrm{X} = 1000x$とする.

解答例

①　$f(\mathrm{X}) = \mathbf{sin2X}$　　$g(\mathrm{X}) = -\mathbf{sin2X}$ または $g(\mathrm{X}) = \mathbf{cos}\left(\mathbf{2X} + \frac{\pi}{2}\right)$

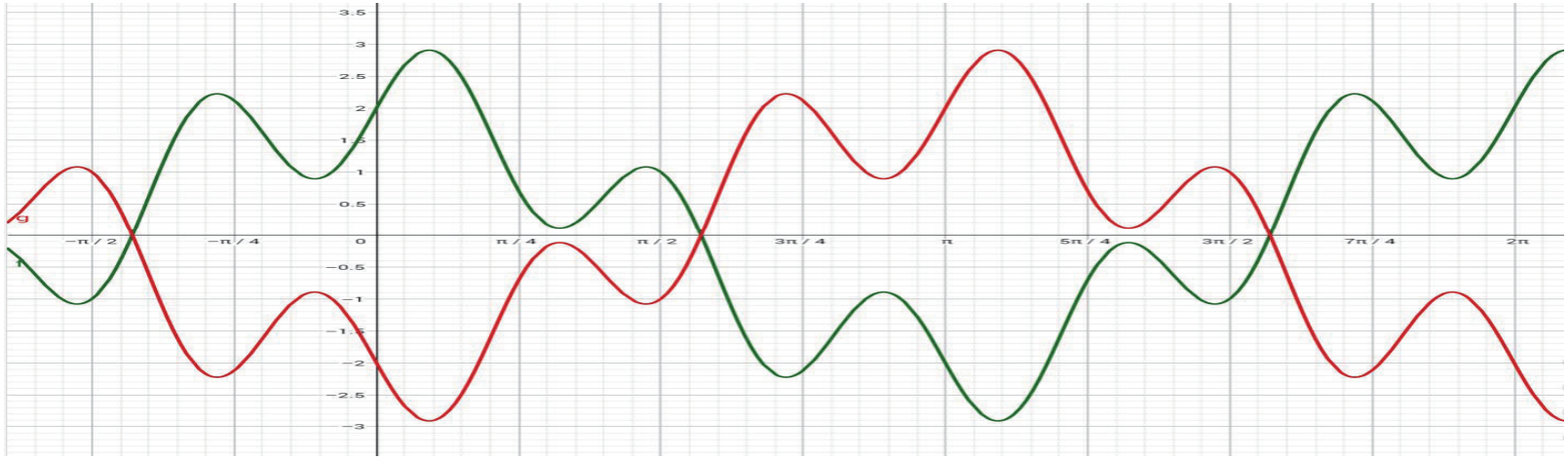


② $f(\mathrm{X}) = \mathbf{3sin}\left(\mathbf{X}+\frac{\pi}{4}\right)$　　$g(\mathrm{X}) = \mathbf{-3sin}\left(\mathbf{X}+\frac{\pi}{4}\right)$　または，$g(\mathrm{X}) = \mathbf{3cos}\left(\mathbf{X}+\frac{3\pi}{4}\right)$



③ $f(\mathrm{X}) = \boldsymbol{sin5X + 2cosX}$　　$g(\mathrm{X}) = \boldsymbol{-sin5X - 2cosX}$

または，$g(\mathrm{X}) = \mathbf{cos}\left(\mathbf{5X}+\frac{\pi}{2}\right) \mathbf{- 2cosX}$　　または，$g(\mathrm{X}) = \boldsymbol{-sin5X + 2sin}\left(\mathbf{X}-\frac{\pi}{2}\right)$　　または，$g(\mathrm{X}) = \mathbf{cos}\left(\mathbf{5X}+\frac{\pi}{2}\right) \mathbf{+ 2sin}\left(\mathbf{X}-\frac{\pi}{2}\right)$



問 4.2 波が打ち消しあうときのグラフはどのようになっているか．①～③から読み取れることを書こう！

解答例

・反転している．（逆位相になっている.）

・何πだけずれている.

など

問 4.3 実生活の中で Noise Cancelling の技術を使っているものを挙げてみよう！ また，この技術がどのようなものに応用できると思うか，具体例を挙げ，あなたの考えを述べてみよう！

解答例

実生活の中で Noise Cancelling の技術を使っているもの：車のエンジン音（発進音），イヤホン，ヘッドホン，耳栓など.

具体例：壁

あなたの考え：音楽室などの防音室では，反射材や吸収材を使用し，音が外に漏れないようにしていますが，この技術を壁に用いれば外に音が漏れることも防げ，さらに，外からの音も防げるのではないかと考えた．落ち着いた雰囲気のレストラン，ライブハウス，学校の音楽室などに応用できるのではないかと考えた.

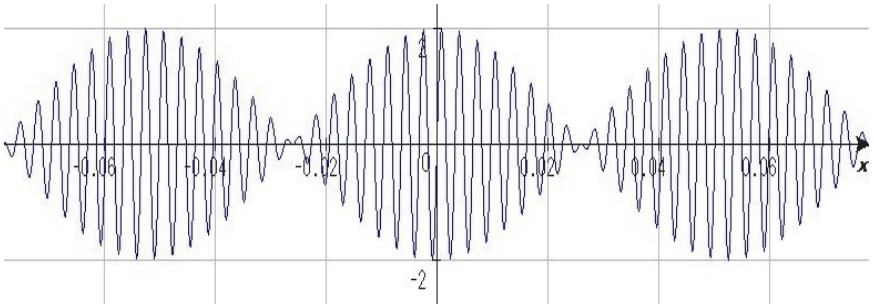
具体例：工事現場

あなたの考え：道路工事や解体業者が使う重機が出す騒音にスピーカーから逆位相の波を出すことによって音を消すことで騒音問題の解決にもなり，また，図書館の近くや病院の近く，夜間などにでも作業ができるようになり，作業効率のアップを図ることにもつながるのではないかと考えた.

補足　　音の「うねり」と「はもり」

(1) うねり　$\sin 2000x + \sin 1880x$

$\sin 2000x$ と $\sin 1880x$ の音を同時に出し，グラフの概形を書いてみよう！

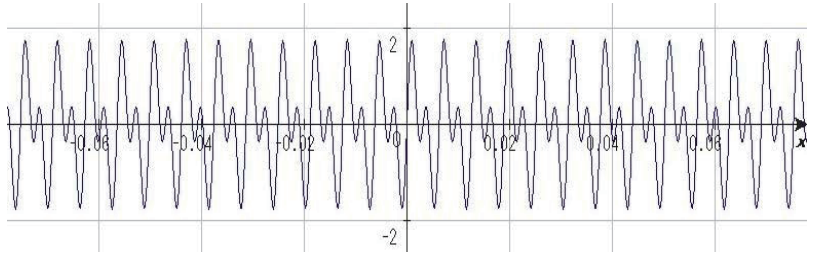


(2) はもり　$\sin 2000x + \sin 1000x$

周波数の比でどのように音が変わるか考えてみよう！

解答例

周波数の比は整数倍になる
周波数比が 1:2 の 2 音の音程は、完全 8 度（=オクターブ）
周波数比が 2:3 の 2 音の音程は、完全 5 度
周波数比が 3:4 の 2 音の音程は、完全 4 度
周波数比が 4:5 の 2 音の音程は、長 3 度



「GeoGebra」を用いたノイズキャンセリングの指導書

ノイズキャンセリングとは，騒音の波形に対して逆位相の音の波形を合成し，騒音を軽減することである．例として，時刻tにおける関数を asin(ωt)で表される騒音を打ちけることを考えると-asin(ωt)の音を足し合わせることにより 0 となる．この機能は，ヘッドホンやイヤホンの機能として備え付けられていることが多い．

この授業案では，「GeoGebra」を用いて三角関数の応用について学ぶ．基本的な三角関数のグラフの表示・そのグラフの表す音の入出力から，三角関数のグラフと音の関係，そしてノイズキャンセリング（Noise Cancelling）技術の理論とその応用について探究し理解することを目的とする．

三角関数の波形は，「音」と密接な関わりを持つ．実際に音を出しタブレット画面の視覚的な学習だけでなく，聴覚にも働きかけ学習をすすめる．なお、この授業案は，４～６人を１グループとし，グループワークをメインに想定した授業案となっている．本授業案では，高等学校第２学年で学習する内容である三角関数のグラフを用いる．**数学Ⅱ「三角関数」の活用**として，三角関数と音の関係，ノイズキャンセリング技術の応用の探求をすることで，三角関数の必要性や有用性に気づかせることができる．また，この原理を理解するためには振幅や定数倍という基礎的な理解も重要となるため，はじめの時間ではコンピュータを用いて模索する時間を設けた．

1． 導入

目的：「GeoGebra」を使い，ノイズキャンセリングと三角関数との繋がりを理解し，自主的な探求を促

準備：ブレット，電子黒板，必要があればイヤホン

●ワークシートの配布.

問 1.1 「三角関数」は身の回りのどのような場面で活用されているかな？知っていることを自由にかいてみよう.

○生徒は，自分の考えを自由にワークシートに記述する.

【予想される回答】

- 物理で使われるもの
- 建物や木の高さを測るもの
- 音の変化 etc..

興味や関心を持つ コンピュータを駆使する

●図形ソフト「GeoGebra」の紹介.

GeoGebra とは，幾何，代数，解析を 1 つに結びつけた動的数学ソフトウェア.

●生徒にその機能を用いて，デモンストレーションを行う(以下参照).

●等速円運動が正弦曲線と関係していることをアニメーションする(ファイル「正弦曲線のアニメーション.ggb」を用いて生徒へ見せる作業となる).

「GeoGebra ファイルの開き方」

1. デスクトップ上に開きたいファイルがあることを確認する.

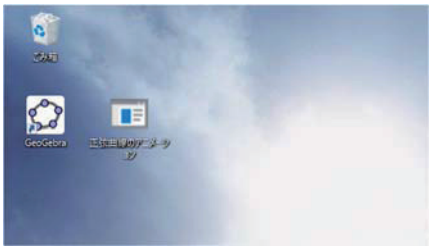


図 1 ：デスクトップにアイコンがある

2. 「GeoGebra」を起動.
3. 起動した「GeoGebra」にデスクトップ上の「正弦曲線のアニメーション.ggb」をドラッグ&ドロップ.

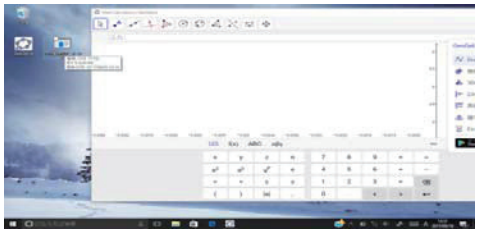


図 2 ：ファイルをドラッグ&ドロップ

すると，以下の図 3 となる.

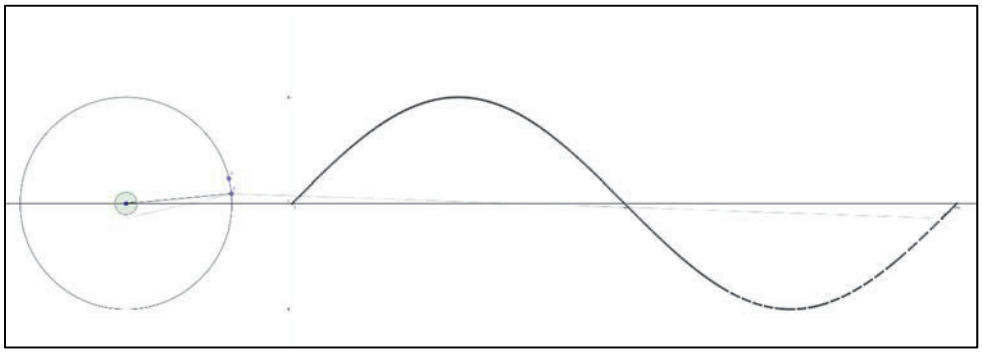


図３：正弦曲線の導出

２．展開　１

●実際に生徒に数式を打たせ，操作方法を確認するように指示する.

○生徒は，教師の指示のもと図形ソフト「GeoGebra」を操作する.

- 「GeoGebra」を起動させる.

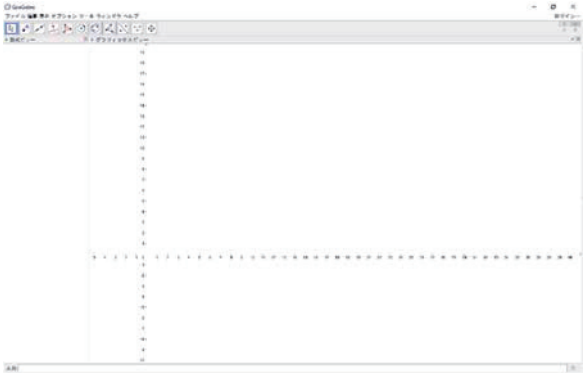


図４：起動したときの画面

- 数式を入力する.

  画面下の「入力」に数式を打ち込み，エンターキーを押す.

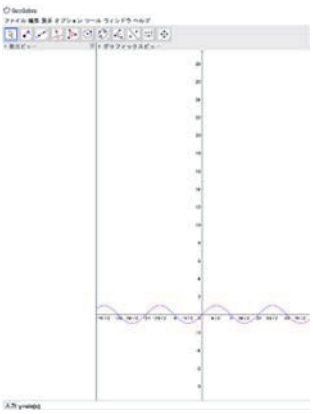


図５：数式入力

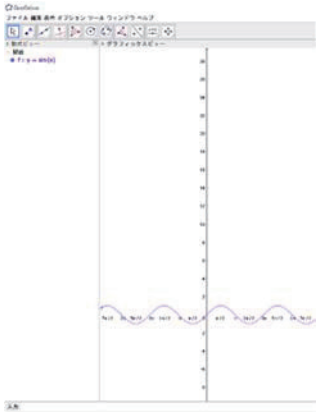


図６：数式入力後エンターキー

○生徒は，「GeoGebra」を操作して幾つかグラフを書く(3 つぐらい自由に).
(面白い関数を見つけることができれば，Activity Sheet の 2 ページ目に記入する．)

●教員は，今生徒が開いている「GeoGebra」上に新たなファイル(三角関数とグラフ.ggb)をドロップ&ドロップすることを指示(ファイルの開き方は，先の説明を参照)．三角関数とグラフ.ggb を開くと以下のような画面となる.

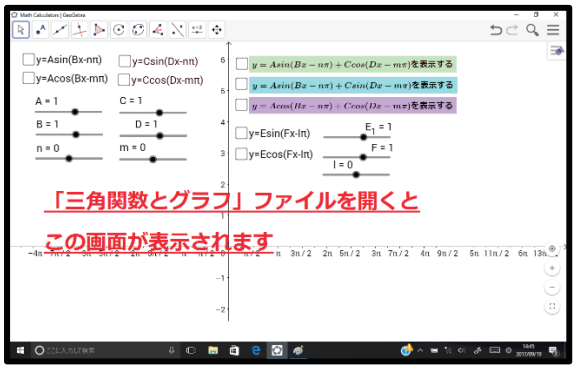


図 7 ：三角関数とグラフ

問 2.1 パラメータ「A，B，n」，「C，D，m」の●をスライド（タッチしたまま左右に動かす）させどのような変化があるか観察してみよう.

次に y=Asin(Bx-nπ)，y=Ccos(Dx-mπ)について考える．A，B，C，D，n，m は定数.

○生徒は y=Asin(Bx-nπ)，y=Ccos(Dx-mπ)の□をタップしてグラフを表示させ,問題を考える.

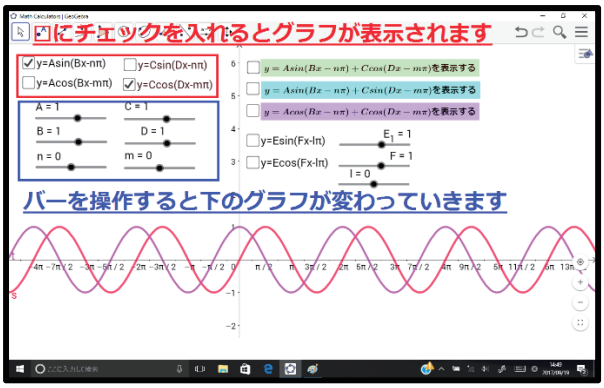


図 8 ：指定したグラフの表示 1

問 2.2 周期が同じ場合や異なる場合の和差について，パラメータなど変化させ探求しよう.

例 1

周期が同じときには，

- y=Asin(Bx-nπ)+Ccos(Dx-mπ)
- y=Asin(Bx-nπ)+Csin(Dx-mπ)
- y=Acos(Bx-nπ)+Ccos(Dx-mπ) のB, Dの値を同じ場合のグラフを考える.

例 2

周期が異なるときには，

- y=Asin(Bx-nπ)+Ccos(Dx-mπ)

➢ y=Asin(Bx-nπ)+Csin(Dx-mπ)

➢ y=Acos(Bx-nπ)+Ccos(Dx-mπ)　のB, Dの値が異なる場合のグラフを考える.

ここでは，周期が異なると sin，cos それぞれのみを用いて表すことができなくなる（合成の公式が使えなくなる）ことが分かってほしい.

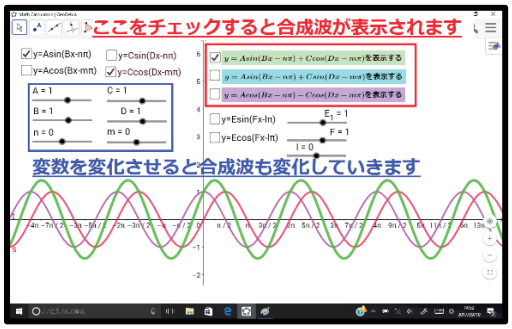


図 9：三角関数の和

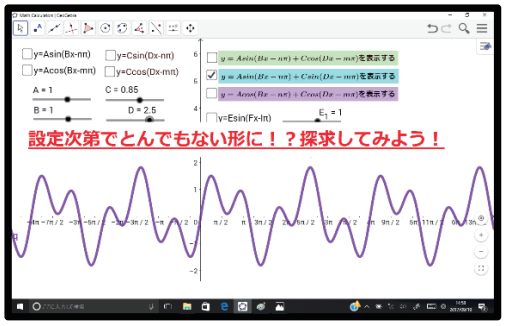


図 10：三角関数の和の探求

○班で気が付いた点を話し合うとより効果的.

●音の波形を身近に感じるように以下の実例を紹介する. 見通しを持つ 共に考えを創り上げる

●電子黒板上に画像ファイル「波形」jpg を開く(教員は，画像をクリックすればよい).

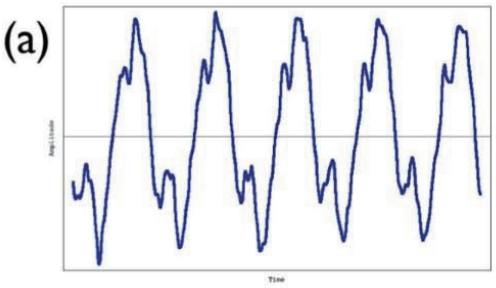


図 11：ピアノ



図 12：トランペット

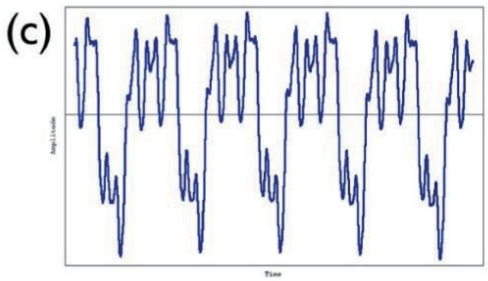


図 13：オルガン

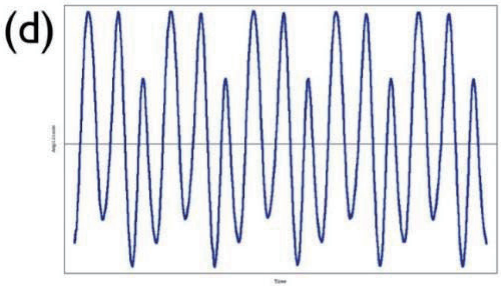


図 14：クラリネット

注：(a)から(d)までの波形の図は，以下のサイトより引用した.

http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/KOUKAI/text-h18/Sound.pdf

次に，実際に「GeoGebra」を用いて音を出し三角関数の波形との変化について考える.

3． 展開２

１．GeoGebra ファイル「２時限目：三角関数と音.ggb」を開く

ファイルの開き方については，展開１の方法と同様

２．三角関数のグラフを表示する．

音を出すファイルは，いくつもの項目が存在しているので，それについて以下に記述する．

（1）表示したい三角関数の横の欄をクリックし，チェックマークを入れる．例えば sin1 のグラフを表示するには，図右上にある「sin1 の表示」の横のチェックボックスをクリックする（音を出す（sin1）というボタンも出てくるが，これについては後で説明する）．

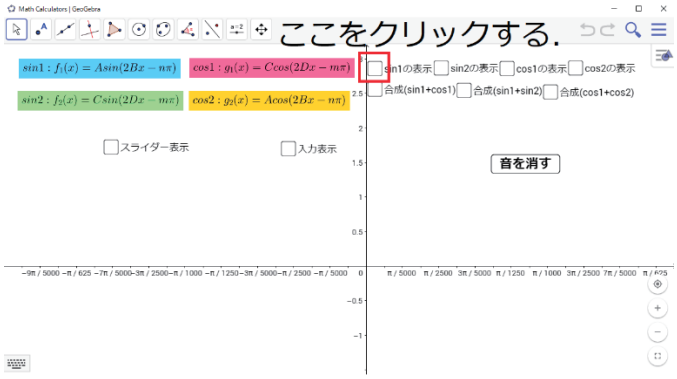


図１５：チェックボックスをクリック

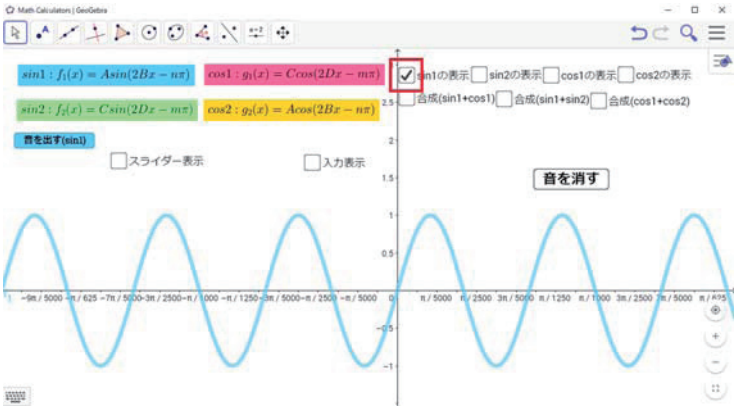


図１６：グラフの表示

（2）グラフを非表示にする場合，非表示にしたい三角関数の横の欄をクリックし，チェックを外す．

３．パラメータを動かし，グラフの概形を変化させる

以下，sin1 のグラフを表示した例で説明する．

（1）「スライダー表示」の横の欄をクリックしチェックを入れると，三角関数のパラメータを変化させるスライダーが表示される．

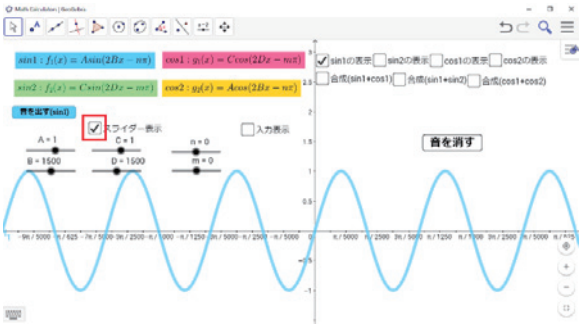


図１７：スライダーの表示

（2）A，C は振幅，B，D は周期，m，n は位相のずれのパラメータである．これらのスライダーを左右に動かすと，それに応じてグラフの概形も変化させることができる．

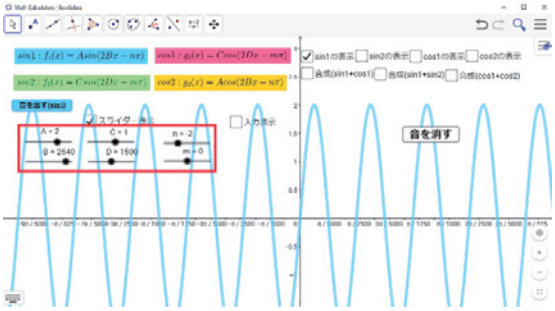


図１８：スライダーを動かして値を変える

（3）また，「入力表示」の横の欄をクリックしチェックを入れると，入力ボックスが表示される．

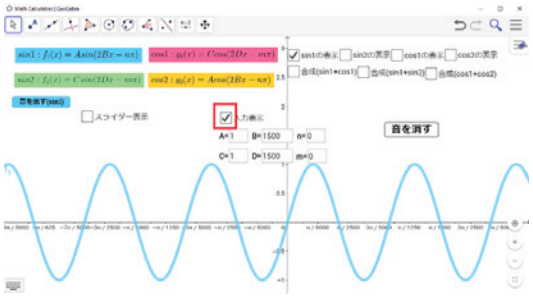


図 19：入力ボックスの表示

（4）それぞれの文字の横にある入力欄に，キーボードから数値を直接入力してパラメータを変えることもできる．



図 20：入力ボックスに数値を入力して値を変える

４．実際に音を出す

（1）三角関数のグラフを表示すると，同時に「音を出す」というボタンが，三角関数の式の下に表示されるので．これをクリックすることで，グラフの音を出すことができる．



図 21：「音を出す」ボタンの表示

（2）画面右にある「音を消す」ボタンをクリックすると音を止めることができ，15 秒後に自動で消える．

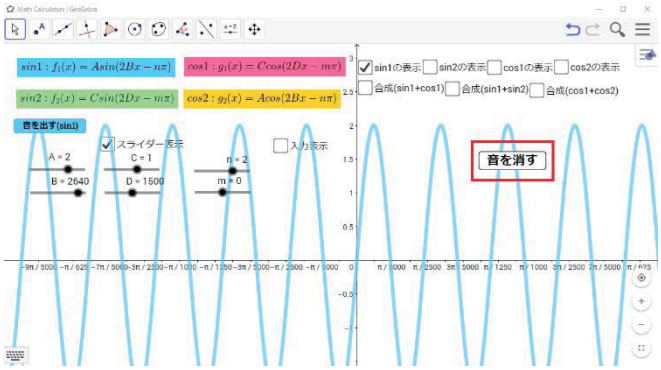


図 22：音を消す

以上が，GeoGebra ファイル「２時限目：三角関数と音.ggb」の操作方法．

○教師が GeoGebra で出した関数の音を聴き比べて，ワークシートの「問３．グラフと音の変化の関連性」の問 3.1 に班員と話し合いながら取り組み，音の大きさや高さはどう変化するか考える．

問 3.1

次の関数について，音を出して適切なものを選ぼう．ただし，$X = 1000x$とする．

(1) sinX は sin2X {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(2) sinX は $\sin\left(X + \frac{\pi}{4}\right)$ {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(3) sinX は 3sinX {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(4) cos2X は sin2X {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(5) cos2X は 3sinX {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

(6) sin2X は $3\sin\left(X + \frac{\pi}{4}\right)$ {よりも高い・よりも低い・よりも大きい・よりも小さい・と同じ} 音となる．

●以後グループワークを行うため，４～６人で班を作るように教師は指示をする．

●教師は GeoGebra ファイル「２時限目：三角関数と音.ggb」を開き，問 3.1（１）～（６）の

関数で，変数の値を変化させながら音を出していく．

●問 3.1 の各問の関数の音を GeoGebra で出すときの、三角関数のパラメータのスライダーの位置と表示するグラフの種類は，以下の図 23～図 28 を参考に設定する．

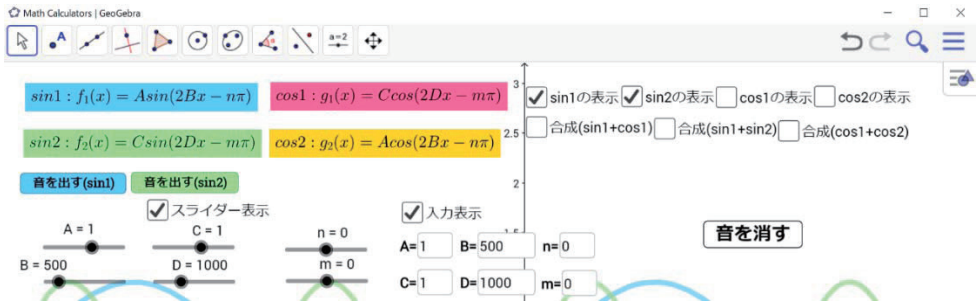


図 23：問 3.1（1）

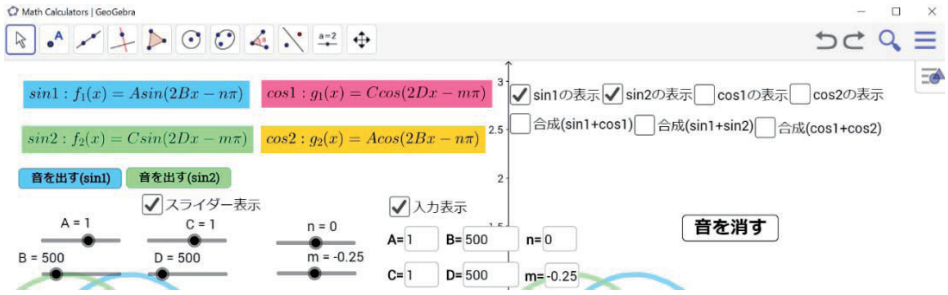


図 24：問 3.1（2）

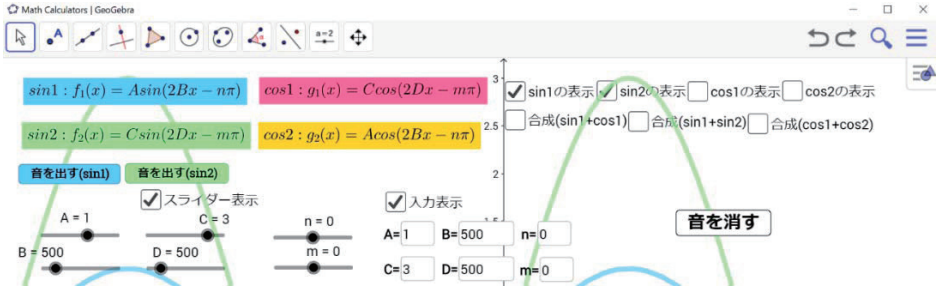


図 25：問 3.1（3）

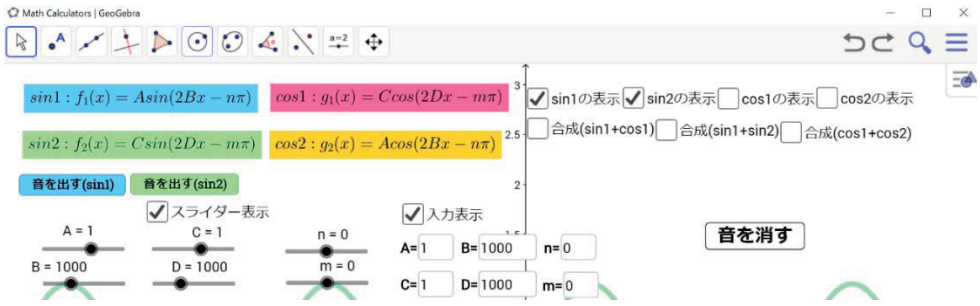


図 26：問 3.1（4）

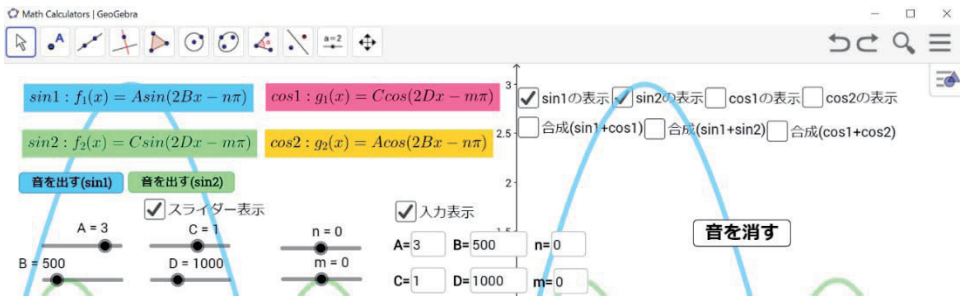


図 27：問 3.1（5）

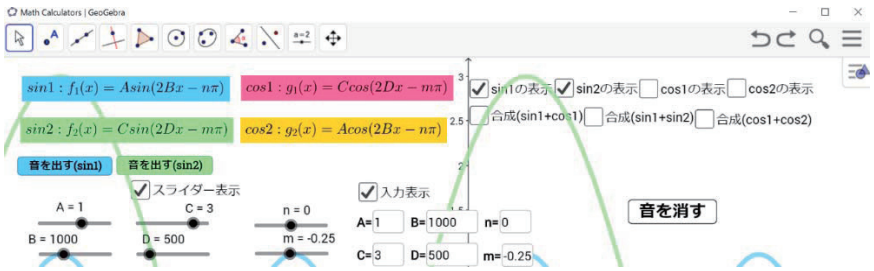


図 28：問 3.1（6）

<u>指導上の注意</u>

教室後方の生徒まで音が聞こえているか確認し，生徒全員に音が聞こえるように配慮する．必要に応じて，音を出す場所を移動する．

○問 3.2 に取り組み，三角関数の係数や周期の関係について，班ごとに意見をまとめる．

思考を表現に置き換える　共に考えを創り上げる

問 3.2 関数の係数や周期を変化させると音はどのように変化するか．

○いくつかの班が発表し，全体で三角関数の係数や周期，位相のずれと音の関係を確認する．

●教師は発表する班を指名し，その班の代表生徒に発表させる．発表した班と異なる意見が出た班はあるか確認する．

◎三角関数の係数や周期，位相のずれと音の関連に気づくことができる．

4．　展開 3

ワークシートの「問 4 ノイズキャンセリング（Noise Cancelling）」に取り組み，打ち消しあう音の関数を調べる．

ここで，新たなファイル「三角関数の和の音.ggb」を用いて以下の問題へと取り組む(音がでるファイルは重いため，複数に分けている)．

●教師は，展開 1 で行った方法と同様にしてファイルを開くことを指示する．そのファイルを開くと以下の図 29 のようになる．

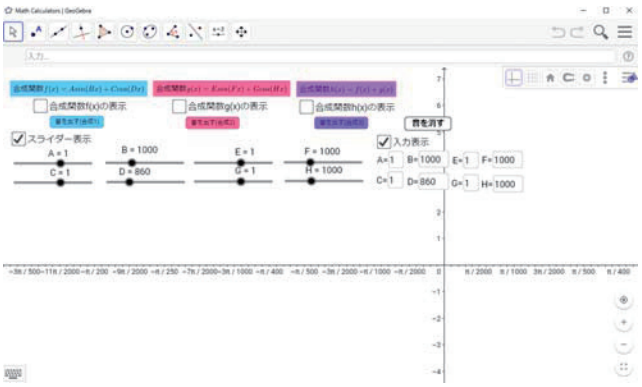


図 29：三角関数の和の音ファイルの表示

○ワークシートの問 4.1 に取り組み，$f(X)$ に対して $g(X)$ がどのようなときに波形を打ち消しあうのか，班ごとに考える．

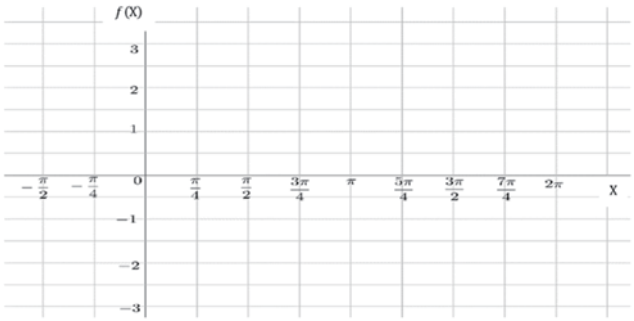
問 4.1

$f(X)$を指定された条件の関数で設定し，また，$f(X)$と打ち消しあう$g(X)$を記録し，$g(X)$と$f(X)$のグラフを書いてみよう！ ただし，$X = 1000x$とする．

① $f(X)$を sinBX のような形で設定しよう．

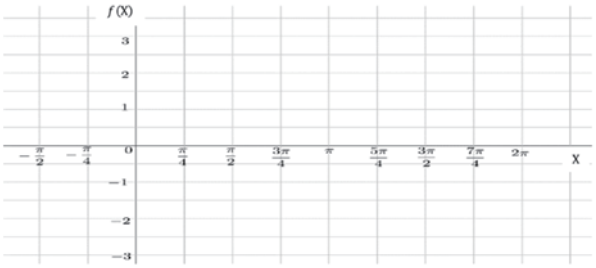

新たなものを創り上げる

$f(X) =$ $g(X) =$



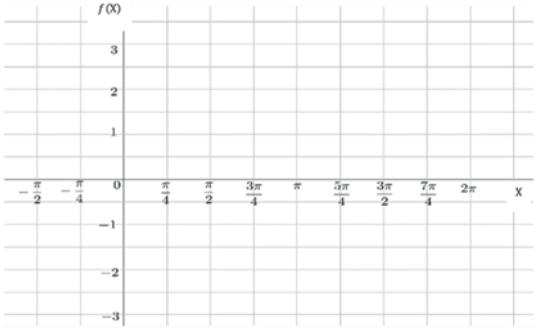
②$f(X)$を $A\sin(X + n\pi)$ のような形で設定しよう．

$f(X) =$ $g(X) =$



③ $f(\mathrm{X})$ を和の形で設定しよう.

$f(\mathrm{X}) =$　　$g(\mathrm{X}) =$



○班ごとに作った関数の音を同時に鳴らし，音の変化を確かめる.

●教師は問 4.1 の関数を，生徒が各自で値を変えて GeoGebra で設定できているか，机間指導を行い確認し，必要に応じて全体で確認する.

○問 4.2 取り組み，波が打ち消しあうときの音のグラフはどのようになっているか考察する.

問 4.2
波が打ち消しあうときのグラフはどのようになっているか，①～③から読み取れることを書こう！

●教師はいくつか班を指名し，その班の考察を代表生徒に発表させる。

●音が少し打ち消しあうときを教師が演示し生徒に聞かせ、全体で確かめる.

○問 4.3 に取り組み，各自ノイズキャンセリング技術の応用について，自分の考えをまとめる.

問 4.3
実生活の中で Noise Cancelling の技術を使っているものを挙げてみよう！ また，この技術がどのようなものに応用できると思うか，具体例を挙げ，あなたの考えを述べてみよう！
実生活の中で Noise Cancelling の技術を使っているもの：
具体例：
あなたの考え：

●考えられる応用例を教師がまず一つ挙げ，それを参考に生徒に考えさせる.

●班内で話し合う時間を確保する.

◎班での話し合いに積極的に意見を述べている.

<u>指導上の注意</u>

机間指導を行い，話し合いが活発でない班があれば必要に応じて活動の補助をする.

５． 展開４

各班でノイズキャンセリングの応用例や，これまでの活動を通して疑問に思ったこと，新たに発見したこと

などについてのポスターを作成する.

6. まとめ

次回の授業では，ポスターを用いて発表を行うことを伝える.

7. 補足

指導上の注意

時間に余裕があれば，音の「うねり」と「はもり」について考察する.

補足　音の「うねり」と「はもり」 （１）うねり　sin2000x+sin1880x sin2000x と sin1880x の音を同時に出し，グラフの概形を書いてみよう！ （２）はもり　sin2000x+sin1000x 周波数の比でどのように音が分かるか考えてみよう！

以下の「GeoGebra 基本操作図解」は生徒への配布も考慮しているため，図番号を 1 から始める.

GeoGebra 基本操作図解

図に従って基本的な操作に慣れていきましょう.

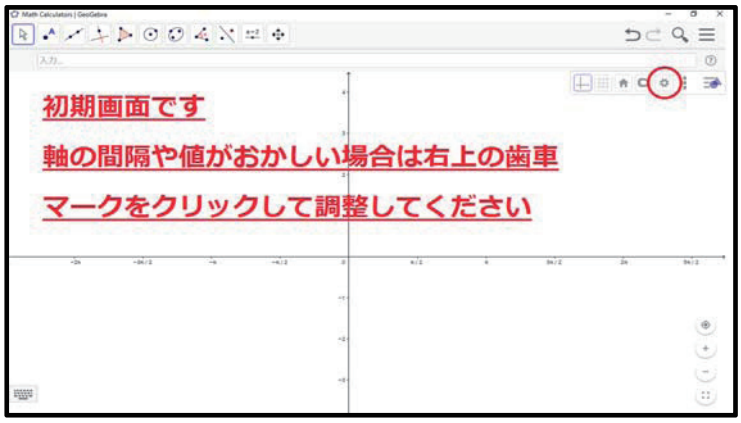


図１-初期画面

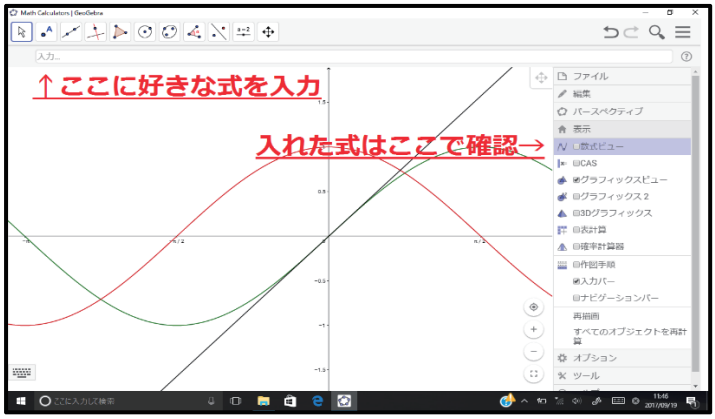


図 2-式の入力

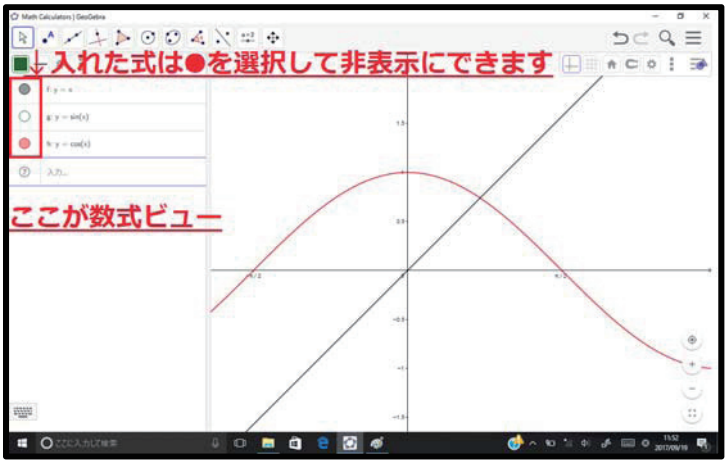


図３-グラフを表示/非表示

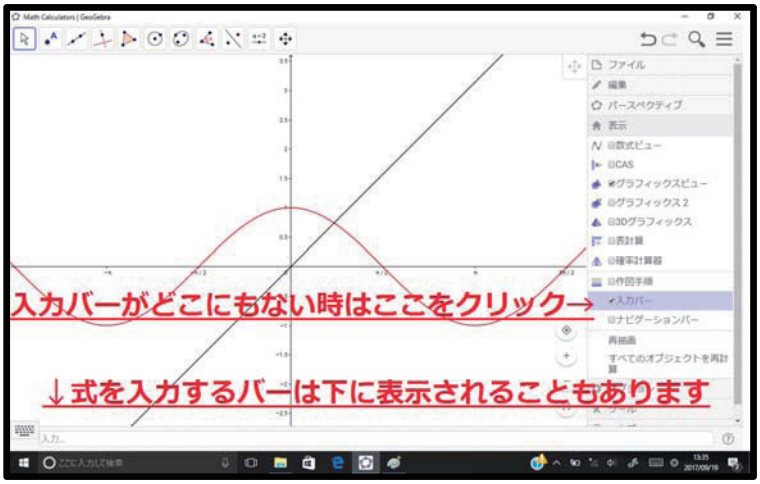


図４-数式バーが消えてしまった時は

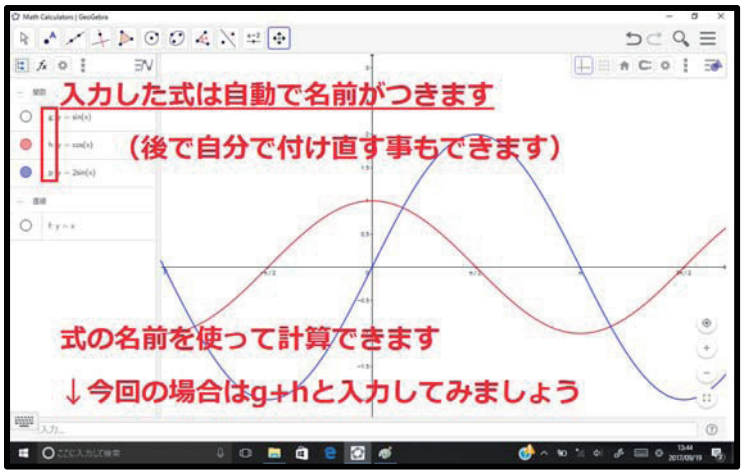


図 5-式と式の演算

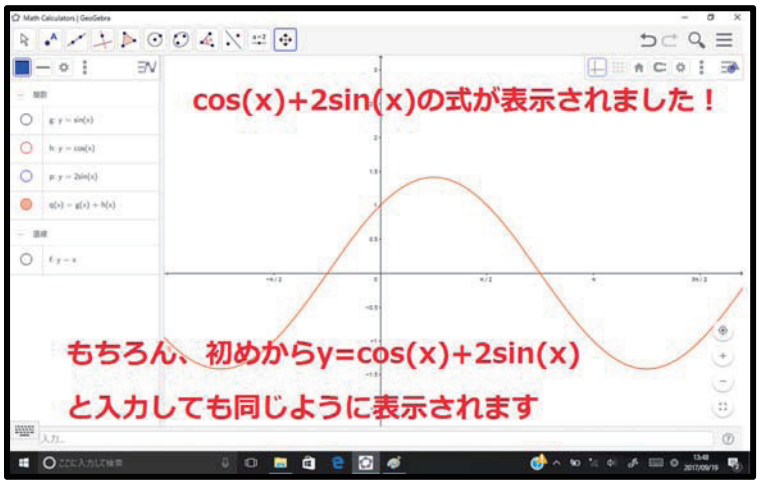


図 6-式と式の演算 2

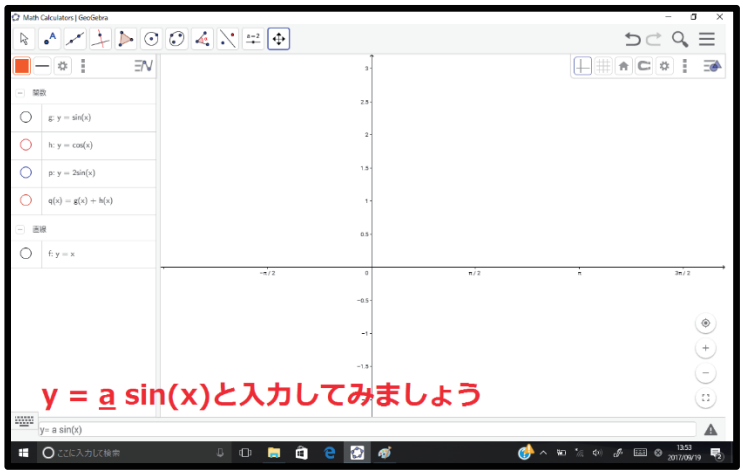


図 7- 変数の扱いについて（重要）

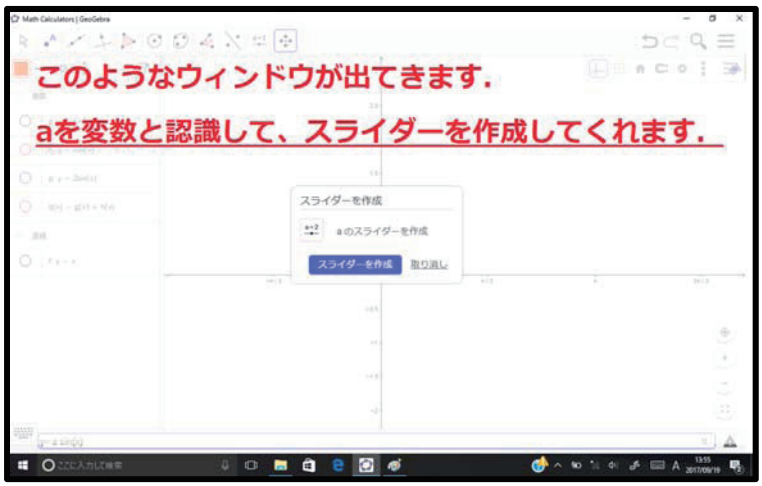


図 8ースライダーの作成

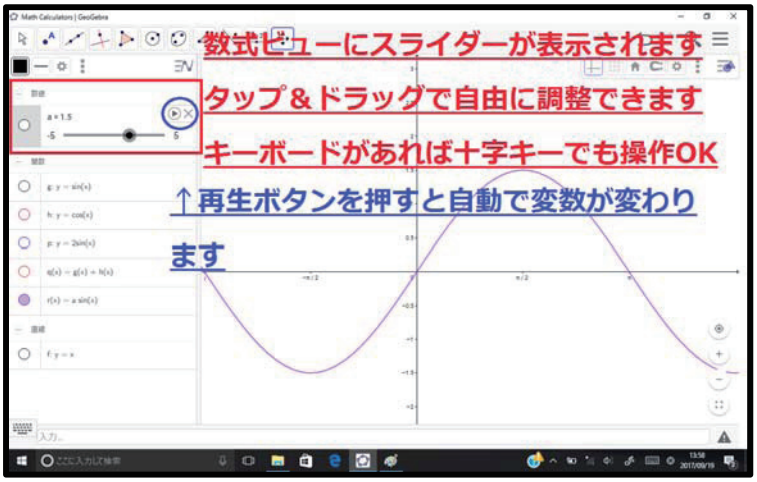


図 9-変数スライダーの操作

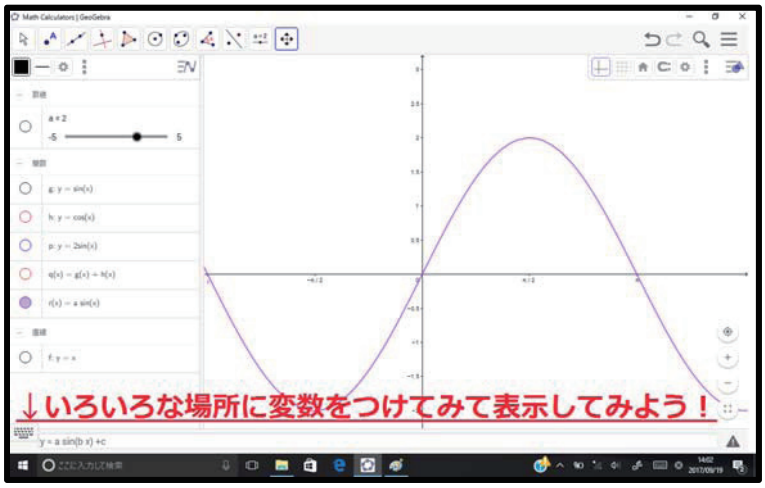


図 10-パラメータを自分で設定してみよう

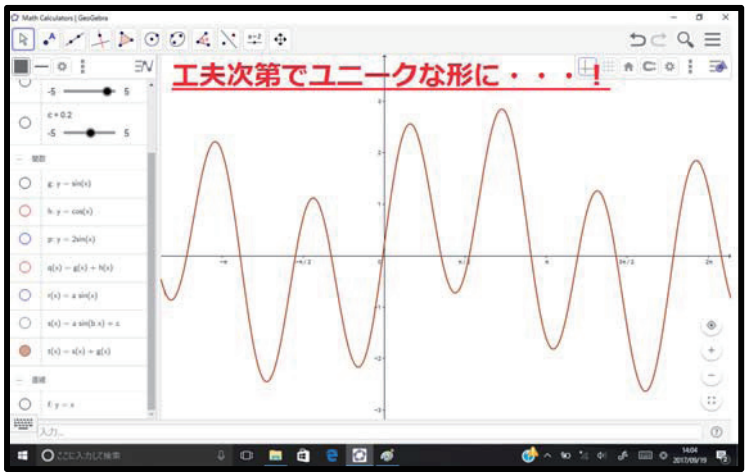


図 11-なぜこの形になるのだろう

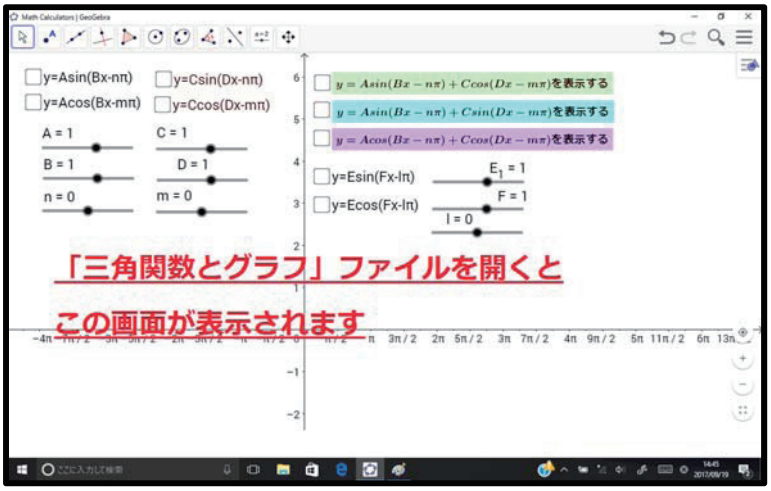


図 12-探究用ファイルの操作説明 1

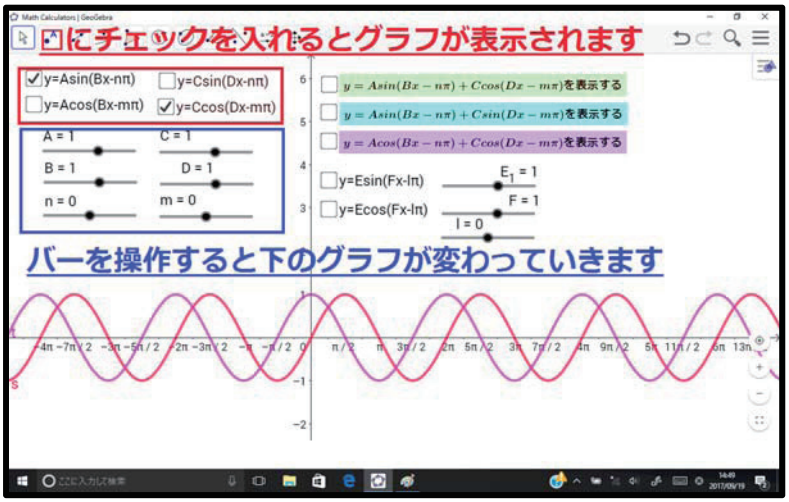


図 13-探究用ファイルの操作説明 2

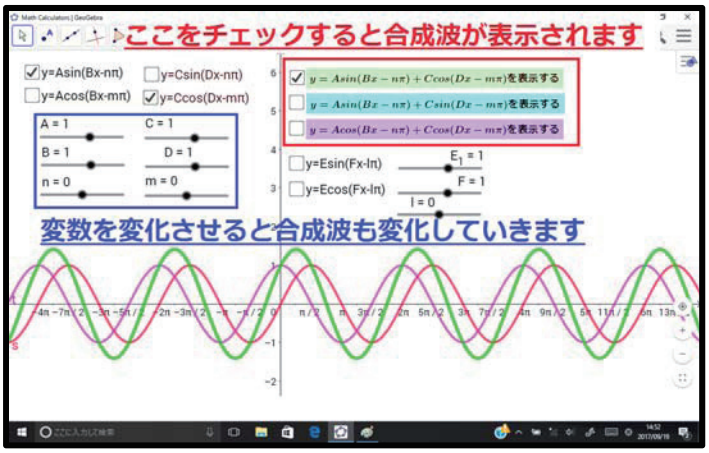


図 14-探究用ファイルの操作説明 3

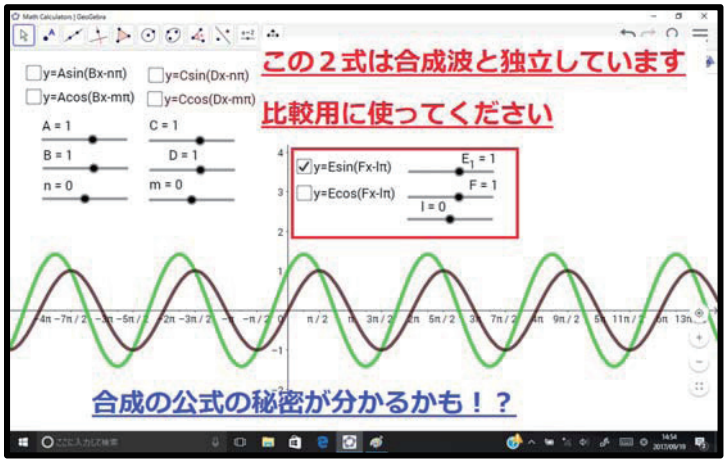


図 15-探究用ファイルの操作説明 4

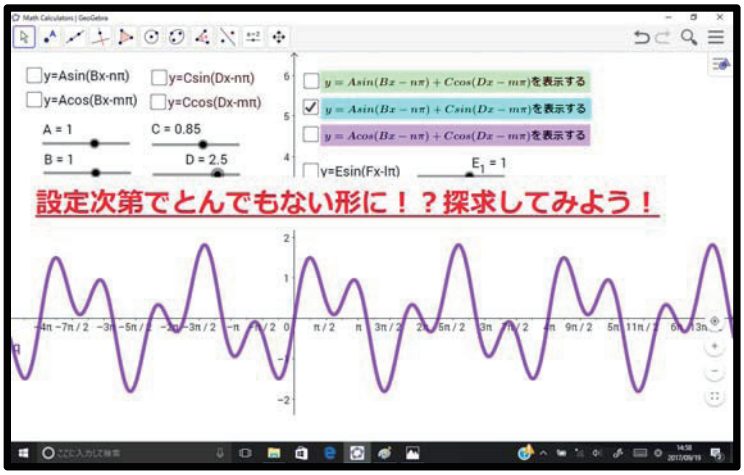


図 16-探究用ファイルの操作説明 5

指導案

1. 本時のねらい

・「GeoGebra」を用いて，ノイズキャンセリング(音)と三角関数との繋がりを理解し，自主的な探求を促す.

2. 準備

・ タブレット，電子黒板，必要があればイヤホン. 

3. 展開

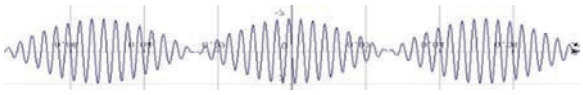
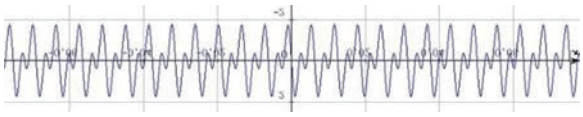
時間	学習内容	指導上の留意点・と評価の観点◎
導入 (10 分)	問 1.1 「三角関数」は身の回りのどのような場面で活用されているかな？知っていることを自由にかいてみよう. 図形ソフト「GeoGebra」の紹介. 正弦曲線について教員が表すので，その軌道を視覚的に確認する. GeoGebra の操作方法の説明をして，生徒に自由に 3 つくらいグラフを書かせる.	【予想される回答】 三角比を使った関数 物理で使うもの 建物の高さを測れる など 興味や関心を持つコンピュータを駆使する ・教員は，GeoGebra でファイル「正弦曲線のアニメーション.ggb 」を開く. ・タブレットを正しく操作できているか確認する.
展開 1 (20 分)	問 2.1 パラメー「A，B，n」，「C，D，m」の●をスライド（タッチしたまま左右に動かす）させどのような変化があるか観察してみよう. 適宜ワークシートに記入する. 問 2.2 周期が同じ場合や異なる場合の和差について，パラメータなど変化させ探求しよう. 2 つの三角関数の和（差）について考える. 生徒が考えるであろう式 **例 1 周期が同じとき** ➢ y=Asin(Bx-nπ)+Ccos(Dx-mπ) ➢ y=Asin(Bx-nπ)+Csin(Dx-mπ) ➢ y=Acos(Bx-nπ)+Ccos(Dx-mπ) のB,Dの値を同じ場合のグラフを考える.	・未だ操作に戸惑うようであれば，自分で操作可能になるまで教える. ・特に気になる点があればワークシートに書き留めておくよう指示する. ・周期が異なるとsin,cosそれぞれのみを用いて表すことができなくなる（合成の公式が使えなくなる）ことが分かってほしい. ・残った時間は生徒に自由に操作させ，気が付いた点や疑問に思った点を素直に考えさせる.

	例２　周期が異なるとき ➢　y=Asin(Bx-nπ)+Ccos(Dx-mπ) ➢　y=Asin(Bx-nπ)+Csin(Dx-mπ) y=Acos(Bx-nπ)+Ccos(Dx-mπ)　のB,Dの値が異なる場合のグラフを考える. 「波形」jpg を電子黒板乗に表示を見て自分たちの書いたグラフとの違いを考える. 実際に音を出してみることを伝える.	・班で気が付いた点を話し合う時間があればより効果的となる. 見通しを持つ 共に考えを創り上げる ・電子黒板上に画像ファイル「波形」jpg を開く波形は(a)ピアノ(b)トランペット(c)オルガン(d)クラリネット．現実世界との繋がりを実感.
展開２ (20 分)	**三角関数と音の関係について学ぶ.** 「2 時限目：三角関数と音.ggb」を起動. ・教師が GeoGebra で出した関数の音を聞き比べて，班員と話し合いながら，ワークシートの「問 3.グラフと音の変化の関連性」の問 3.1 に取り組む. 問 3.1 次の関数について，音を出して適切なものを選ぼう. ただし，$X = 1000x$とする. ・「2 時限目：三角関数と音.ggb」というファイルを用いて，変数の値を変化させながら音を出し，音の大きさや高さはどうなるか考えさせる. ・問 3.2 に取り組み，班ごとに意見をまとめる. 問 3.2 関数の係数や周期を変化させると音はどのように変化するか. ・いくつかの班が発表し，全体で三角関数の係数や周期，位相のずれと音の関係について確認する.	・以後，４～６人で班を作り，話し合わせながら授業を進めていく. ・教師が GeoGebra で，三角関数のパラメータのスライダーを設定し問 3.1（１）～（６）の関数の音を出していく. ・教室後方の生徒まで音が聞こえているか確認し，必要に応じて場所を移動する. ・机間指導を行い，話し合いが活発でない班があれば必要に応じて活動の補助をする. ・発表する班を指名し，その班の代表生徒に発表させる. 思考を表現に置き換える 共に考えを創り上げる ・発表した班と異なる意見がでた班はあるか確認する. ◎三角関数の係数や周期，位相のずれと音の関連に気付くことができる.
展開３ (25 分)	**打ち消しあう音の関数を調べる.** ・ワークシートの「問４.ノイズキャンセリン（Noise Cancelling）」の問題に取り組む. ・問 4.1 に取り組む. ・$f(X)$ に対して、$g(X)$ がどのようなときに波形を打ち消しあうのか，班ごとに考える.	・問 4.1 の関数を，生徒が各自でスライダーを動かし GeoGebra で設定できているか，机間指導を行い確認する．必要に応じて全体で確認する. ・係数や周期，位相に注意させる. ・視覚的に，正弦と余弦の波を足したら合成

	問 4.1 f(X)を指定された条件の関数で設定し，また，f(X)と打ち消しあう g(X)を記録し，g(X)と f(X)のグラフを書いてみよう！ ただし，X=1000x とする. ・問 4.2 に取り組む. 問 4.2 波が打ち消しあうときのグラフはどのようになっているか，①～③から読み取れることを書こう！ ・班ごとに作った関数の音を同時に鳴らし，音の変化を確かめる. ・問 4.3 に取り組む. 問 4.3 実生活の中で Noise Cancelling の技術を使っているものを挙げてみよう！ また，この技術がどのようなものに応用できると思うか，具体例を挙げ，あなたの考えを述べてみよう！	関数の波になっていることを伝える.  新たなものを創り上げる ・問 4.2 はいくつかの班を指名し，代表者に発表させる. ・音が打ち消しあうときを教師が演示し生徒に聴かせる. ・音を打ち消しあうために気をつけることはなにかを問う. ・考えられる応用例を，教師がまず一つ挙げる. ・班内で話し合う時間を設ける. ・机間指導を行い，話し合いが活発でない班があれば必要に応じて活動の補助をする.
展開 4 (20 分)	ポスターを完成させる.  振り返って次へつなげる  多様な手段で説明する  互いの考えを比較する  知識や技能を概念化する	・各班で，ノイズキャンセリングの応用例や，これまでの活動を通して疑問に思ったこと，新たに発見したことなどについてのポスターを作成する.

評価
「GeoGebra」での実験を通して，グラフの分析や音との関連から見つけたことやわかったことをまとめることができる.(Activity Sheet への取り組み)【見・考】
基準
A：グループで「GeoGebra」での実験を通して，グラフの分析や音との関連から見つけたことやわかったことをまとめることができる.
B：三角関数やノイズキャンセリングの理解が難しかったが，グラフの分析や音との関連見つけたことやわかったことをまとめることができる.
C：三角関数やノイズキャンセリングの理解が難しくグラフの分析や音との関連見つけたことやわかったことをまとめることができない.

まとめ (5 分)	次回の授業で，ポスター発表を行う.	

補足	時間が余れば，音の「うねり」と「はもり」について考察する. 例えば，（１）sin2000x と sin1880x の音を同時に出し，グラフの概形を調べる. 次に（２）sin2000x と sin1000x で調べる. 周波数の比でどう音が変わるか考察する.	（１）うねり　sin2000x + sin1880x  （２）はもり　sin2000x + sin1000x 

資料⑤－２　教材の体験②
（絶対値を用いたグラフ）

資料⑤－２教材の体験②（絶対値を用いたグラフ）

絶対値記号のついた関数のグラフを書こう

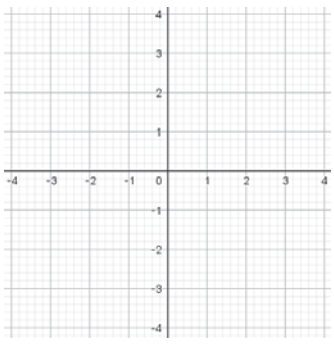
（　）組（　）番　名前（　　）

みなさんは「絶対値のついた関数」を書けるでしょうか。
例えば
y=|x|のグラフを書いてください
と言われたらどのように考えますか？
覚えている人は「場合分け」を使えばいいと考えるでしょう。では逆に、
グラフが与えられている場合に
そのグラフを表す絶対値つきの関数を求められるでしょうか。
このシートの目標は、様々なグラフを表す関数を求めよう！という事です。
皆さんには、いろいろな ACTIVITY(アクティビティ)に挑戦してもらいますが、基本的に前の ACTIVITY が次の ACTIVITY のヒントになっているので考えに困ったら前の作業を振り返ってみるといいでしょう。

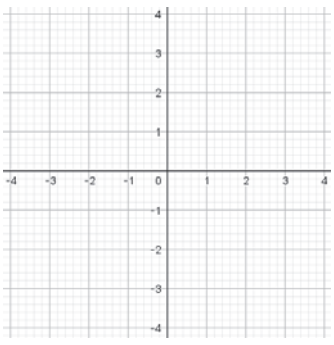
ACTIVITY 1

まず、絶対値のグラフの特徴を勉強しよう。下の 3 問の問題で、（a）と（b）のグラフを同じ座標上に書きましょう。そして、それが終わったら２つのグラフを見比べて（a）と（b）のグラフで変わった事、（b）のグラフの特徴を考えてみましょう。

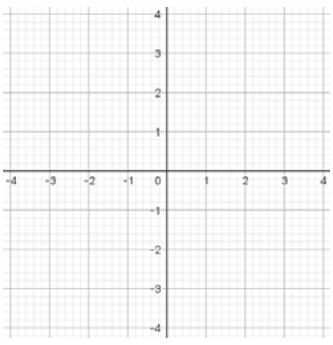
(1) (a) $y = x - 2$
(b) $y = |x - 2|$



(2) (a) $y = |x| + 2$
(b) $y = |x|$



(3) (a) $y = -|x|$
(b) $y = |x|$



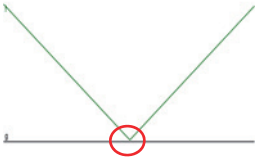
2 つのグラフを見比べて気づいたこと

（1）　（2）　（3）

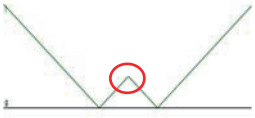
ACTIVITY 2



左のような図形「W」を描くためには
どうしたら良いでしょうか。





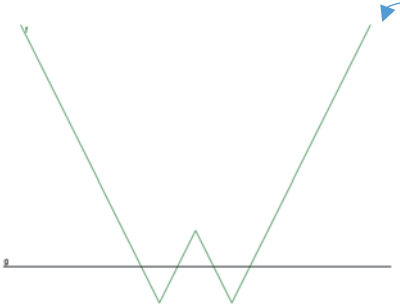


SHEET1 で絶対値記号を使った折れ線を描いたのを思い出そう(左は$y = |x|$と$y = 0$のグラフ)。
絶対値記号を使って GeoGebra に目標の図形「W」を作図しよう。また、GeoGebra に打ち込んだ方程式を答えよう。(【ヒント】丸で囲まれている部分に注目)

$y =$＿＿＿＿＿＿＿＿

ACTIVITY 3　～・～余力がある人へ～・～

GeoGebra を用いて①や②のグラフと定数関数($y = k$)との共有点の個数がどのように変わるか、定数関数を GeoGebra で動かしてみることで考察してみよう。



ACTIVITY 2 で求めた方程式

$y =$＿＿＿＿＿＿＿＿

（Q1）

共有点の個数が変わる境目は…

$k =$

のときと

$k =$

のとき

（Q2）

共有点の個数について、わかったことを書こう！

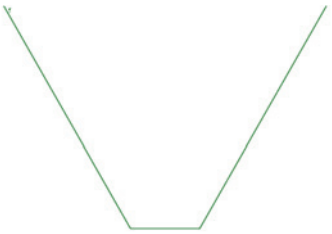
※）$y = k$ を動かす方法は、後のページ７、８をみてください。

ACTIVITY 4　～・～研究課題～・～

ACTIVITY 1～２では、「グラフの形から方程式を予想し、GeoGebra に打ち込んで作図を行う」といった手順で作業をしました。方程式からグラフを描くという普段の取り組みとは逆に、このように、グラフの形からそのグラフを表す方程式が数式を用いてどのように表現できるかということを考えるのも大切なことです。

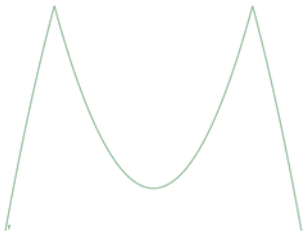
そこで、以下の①～③のグラフを表す方程式の中から一つを選択して、今までと同様の手順で見つけてみましょう。そしてどのような過程でそのようなグラフができたかを考察してまとめましょう(ただし、絶対値記号は必ず用いること)。

①



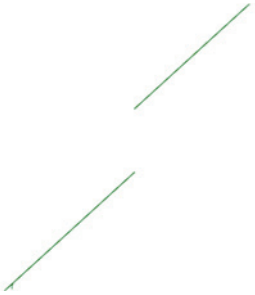
【ヒント】
・定数関数の部分(グラフが傾きを持たないところ)に着目しよう！
・絶対値記号は 2 回つかうよ！

②



【ヒント】
・x についての 2 次式になるよ！
・2 次関数のグラフを絶対値記号を使って折り返してみよう！

③



【ヒント】
・$x/|x|$のを GeoGebra に打ち込んでみよう！
・グラフに傾きを持たせるにはどうしたら良いかな?

＿＿ 班　班員 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

【Ⅰ】今回の活動（ACTIVITY１～２）を振り返って、
絶対値のグラフを書いてみて、気づいた事や絶対値のグラフの性質をまとめよう。

【Ⅱ】班で書けたグラフの形（上手くいかなかった班も成功した班も）を書いてください（手書きで）。

・選んだグラフの番号：＿＿＿

・書けたグラフ：

☆上のグラフの方程式は＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

【Ⅲ】作図をする上でキーとなった考え、ACTIVITY は何かありますか。

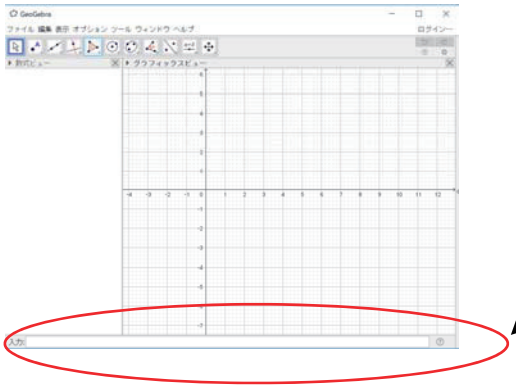
【Ⅳ】成功した班は、「なぜその試行を試そうと思いましたか？」
上手くいかなかった班は「どこが克服できれば、完成できると思いますか？」

～GeoGebra の操作説明～

このページでは、ACTIVITY をこなしていく上で必要な操作方法を説明していきます。

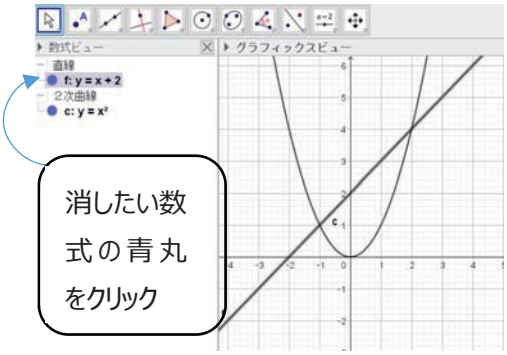
わからなくなった場合はこちらのページを参照しましょう。

〈１〉数式を入力する

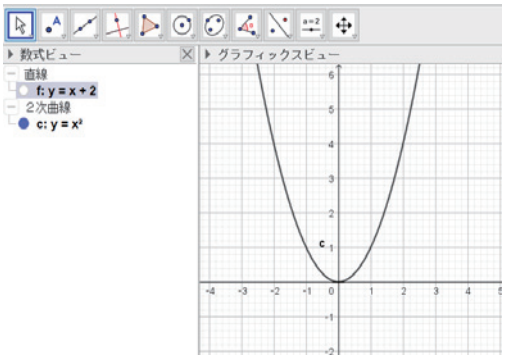


〈2〉関係ない数式を消す

〇２つのグラフが表示されている状態

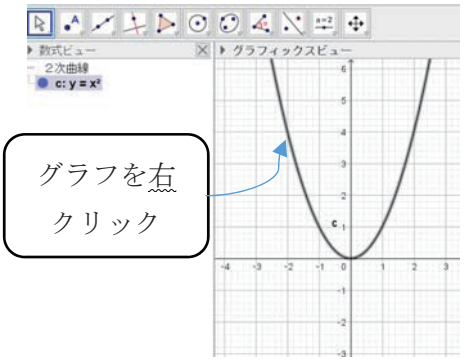


〇表示されるグラフが１つになった！

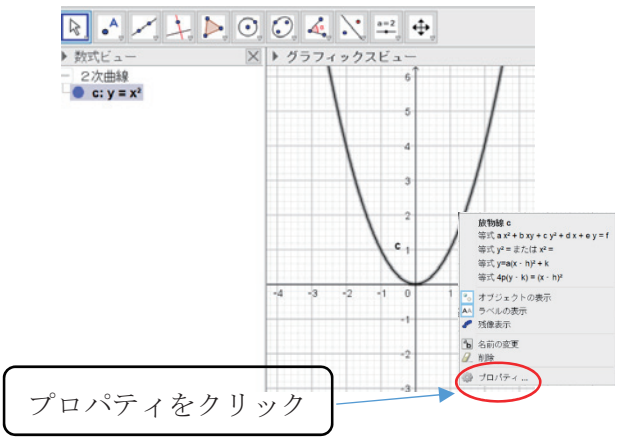


〈３〉グラフの色を変える

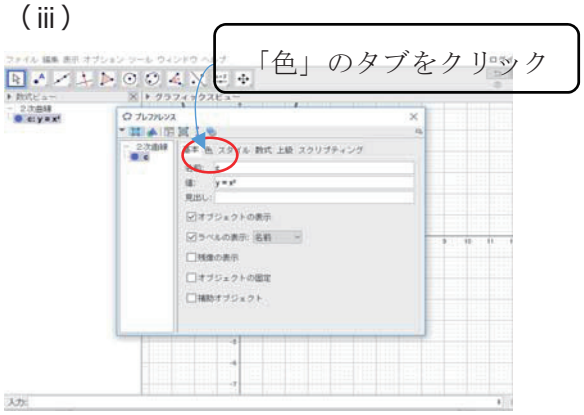
（ｉ）



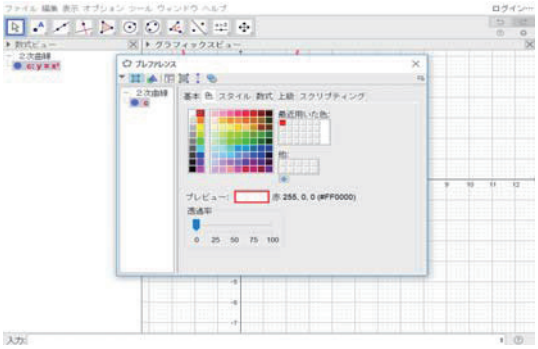
（ii）



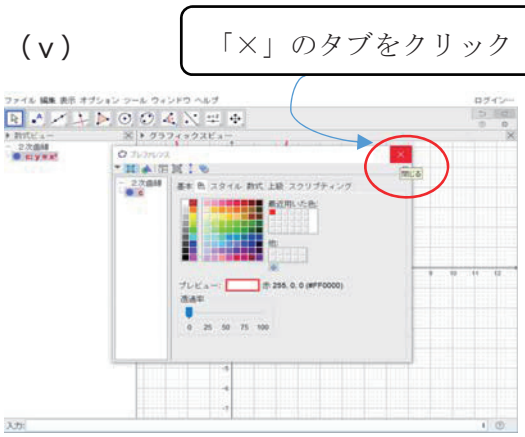
（iii）



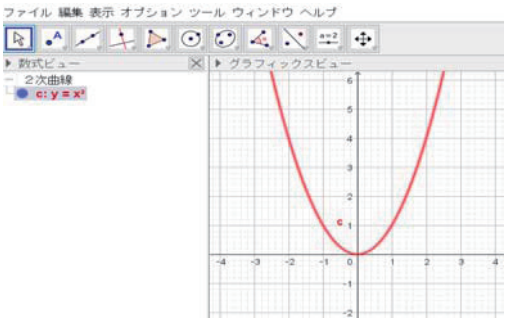
（iv）自分がつけたい色をクリックする



（v）



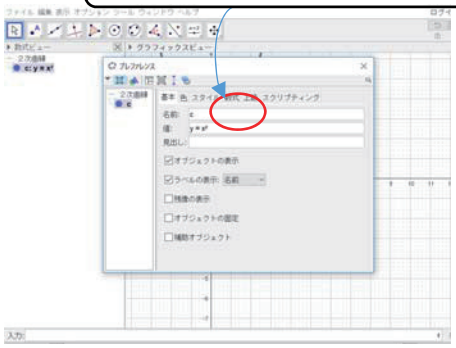
（vi）完成！



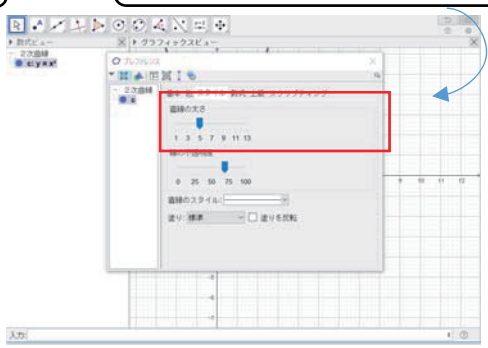
〈4〉数式を入力する

手順は、上の〈3〉の（ii）までは同じ。それ以降の操作方法を説明する。

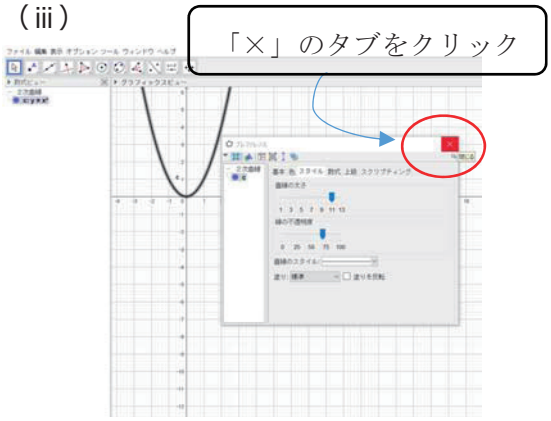
（i）



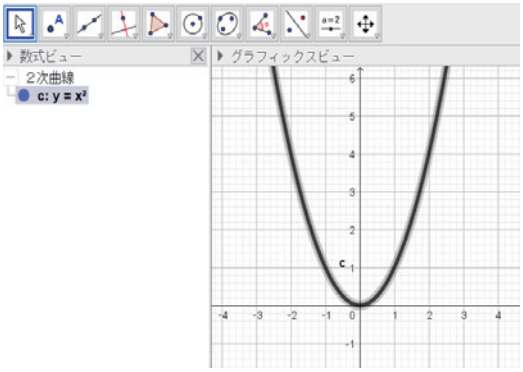
（ii）



（iii）

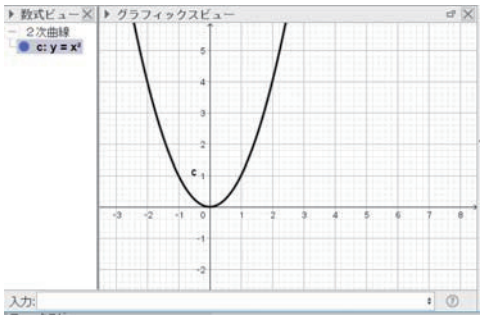


（iv）完成！



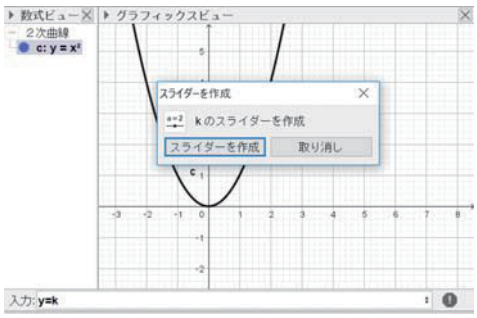
〈5〉$y = x^2$と直線（$y=k$）の交点を求める方法

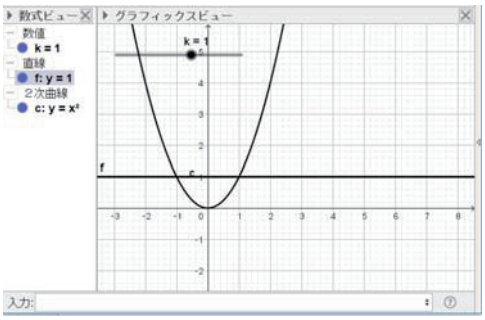
（ｉ）関数$y = x^2$を作図する。



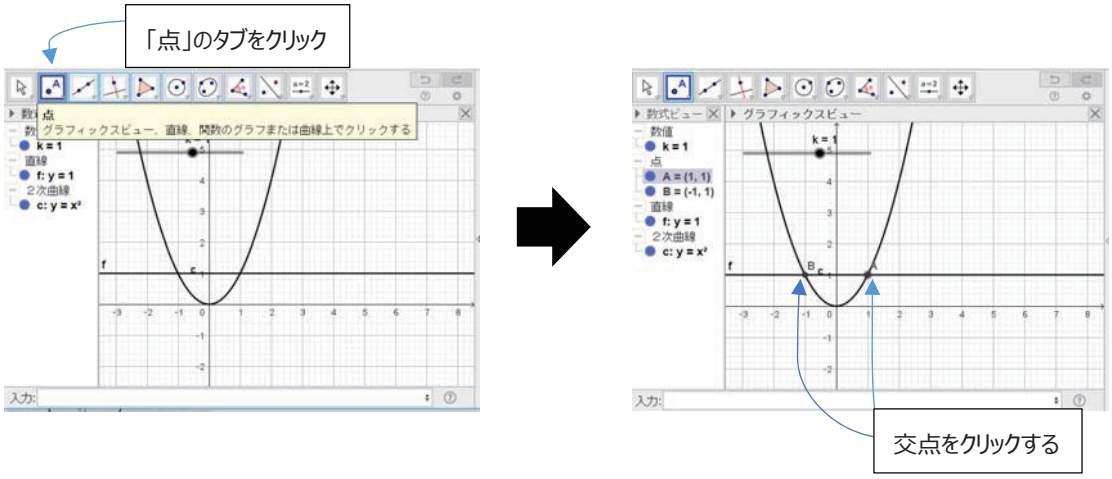
（ii）$y = k$を入力欄に打ち込む

$y = k$を打ち込むと、左下の図のような画面が表示されるので「スライダーを作成」をクリック。



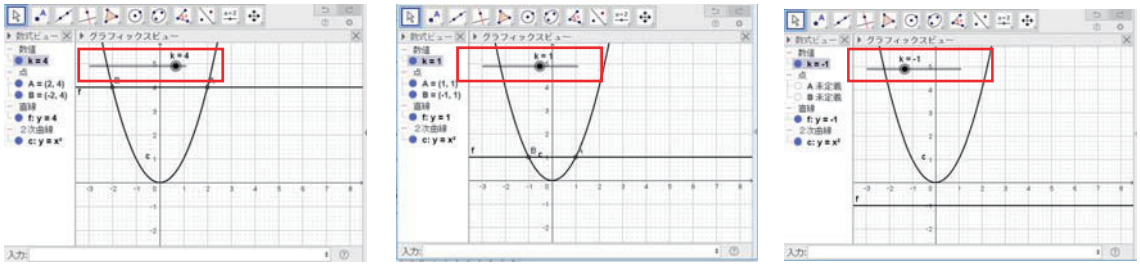


（ⅲ）交点を作図する



（ⅳ）kのスライダーを動かすと、色々な交点が発見できます。

$k = 4$に動かした状態　　(ⅲ)までの状態　　$k = -1$に動かした状態



注）スライダーというのは上の図で赤い四角で囲った、横線の事です。

（※実際の画面では赤い四角は現れません）

操作説明は以上です。ここで紹介するものがすべてではありませんが、今回の操作をする上では今説明したものを使って活動をしましょう。

指導書

数学の体験２　絶対値を用いたグラフ

［導入］

みなさんは「絶対値のついた関数」を書けるでしょうか。
例えば

$y = |x|$のグラフを書いてください

と言われたらどのように考えますか？
覚えている人は「場合分け」を使えばいいと考えるでしょう。では逆に、

グラフが与えられている場合に
そのグラフを表す絶対値つきの関数を求められるでしょうか。

このシートの目標は、様々なグラフを表す関数を求めよう！という事です。
皆さんには、いろいろな ACTIVITY(アクティビティ)に挑戦してもらいますが、基本的に前の ACTIVITY が次の ACTIVITY のヒントになっているので考えに困ったら前の作業を振り返ってみるといいでしょう。

解説

既に一時関数の絶対値付きのグラフの書き方について学習している。例えば$y = |x|$のグラフなどである。

しかし、これまでの学習の流れとしては『「式」から「グラフ」』を書くことに主眼を置いたものであった。その為作図する際には場合分けという作業が必要であり、こういった作業に苦手意識を持つ生徒も多い。そこで、今回の活動では今までの流れとは逆に『「グラフ」から「式」』を書くことを通して絶対値付きの関数に親しんでもらおうというものである。

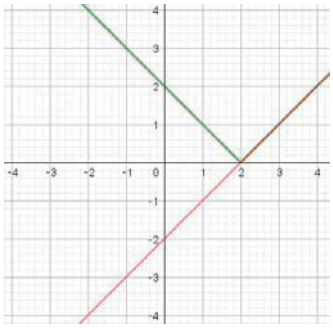
今回は GeoGebra を使う事で、最終的には生徒自身に「W」の形を作図すること、そして発展問題では色々な関数を作図することを目標としている。

このシートの構成として
ACTIVITY1：絶対値つきの関数の特徴の考察
ACTIVITY2：最初の目標である「W」の作図
ACTIVITY3：本筋とは逸れてしまうが、関数と直線の交点の問題に関する考察
ACTIVITY4：活動の集大成として、やや難しい図形を作図する作業
以上の４段階で構成されている。

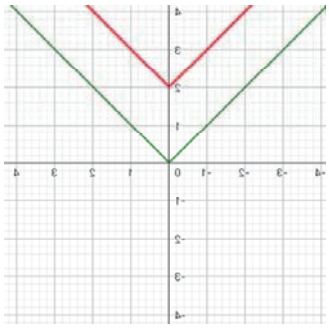
［復習、準備］ACTIVITY 1

まず、絶対値のグラフの特徴を勉強しましょう。下の 3 問の問題で、（a）と（b）のグラフを同じ座標上に書きましょう。そして、それが終わったら 2 つのグラフを見比べて（a）と（b）のグラフで変わった事、（b）のグラフの特徴を考えてみましょう。

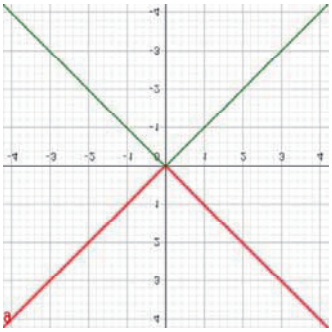
(1) (a) $y = x - 2$
(b) $y = |x - 2|$



(2) (a) $y = |x| + 2$
(b) $y = |x|$



(3) (a) $y = -|x|$
(b) $y = |x|$



注）上の解答では赤色のグラフが(a)のグラフを、緑色のグラフが(b)のグラフを表す。

解説

絶対値付きの関数について理解している生徒の中には、GeoGebra を使わずにも作図できる生徒がいるかもしれない。しかし、ここでの目標としてはまず GeoGebra に慣れる事が第一なので、生徒自身にパソコンを操作させる事に重点を置きたい。
また、作図が終わった生徒に対してはそれぞれのグラフの特徴を考えさせる時間をとる。

2 つのグラフを見比べて気づいたこと

（1）

・絶対値を付けると負の部分が正の部分に折り返される。

・$x > 2$の範囲では、2 つのグラフが重なる

（2）

・関数に足し算をすると、上に動く。

（・引き算をすれば、下に動くのでは？）

（3）

・関数にマイナスを付けるとグラフが反転する。

・x軸について対称なグラフである。

解説

ACTIVITY の解説をする前にこのシート全体を通して生徒に気を付けてほしい点を述べる。
こちらで行う作業は、一発で解答に至るという事は期待していない。それは、実際の研究でも様々な紆余曲折があるからである。なので、生徒に対しては失敗してもいいので挑戦するように指導していただきたい。そして失敗を通して、では次に何を試せばいいだろうか。という具合に段々と思考接近していくような形にしたい。

上にあげた模範解答以外にも、2 つのグラフを見比べた考察ができていればよい。
また、例えば（2）の解答にあげたように、
「今回は$y = |x| + 2$の場合を考えているが、$y = |x|-2$の場合はどうなのだろうか」
というように、自発的に他のパターンの場合の予想ができるとより良い。
場合によっては、こちらは教師が発問として生徒に提示することも考えられる。
また、（2）は二次関数の平行移動で学習した知識であるので、適宜該当ページに戻って復習させてもよい。

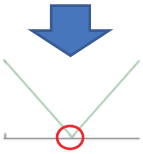
こちらの 3 問のうち ACTIVITY2 の中で使う知識は（1）と（2）なので、特にこちらの 2 問で使われている知識、すなわち
（1）：折り返すためには絶対値をつければいい
（2）：縦への移動をしたければ、関数に「＋、－」を加えればいい。
この 2 点に関しては、生徒にしっかりと定着させた上で次の ACTIVITY に進みたい。

ACTIVITY 2



左のような図形「W」を描くためには
どうしたら良いでしょうか。





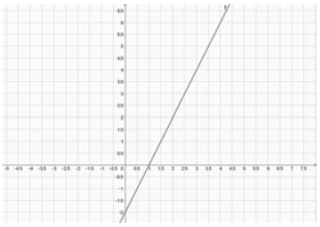
SHEET1 で絶対値記号を使った折れ線を描いたのを思い出そう(左は$y = |x|$と$y = 0$のグラフ)。
絶対値記号を使って GeoGebra に目標の図形「W」を作図しよう。また、GeoGebra に打ち込んだ方程式を答えよう。(【ヒント】丸で囲まれている部分に注目)

(答; 例)　$y = ||2x - 2| - 2|$

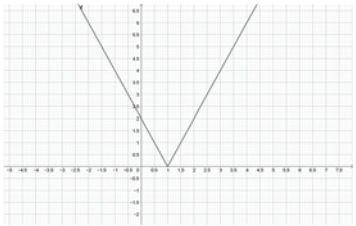
解説

ACTIVITY 1 の(1) ($y = |x - 2|$)を通して「一次関数($y = x - 2$)の絶対値による折り返し」
ACTIVITY 1 の(2) ($y = |x| + 2$)を通して「グラフ ($y = |x|$)のy軸方向への平行移動」
を見てきている。以下の①～④のような手順で作図できるとよい。

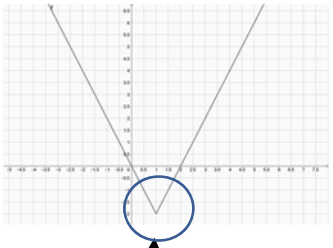
① $y = 2x - 2$
(直線の方程式)



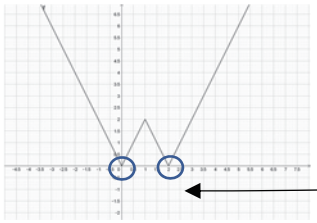
② $y = |2x - 2|$
(絶対値で折り返し)



③ $y = |2x - 2| - 2$
(y 軸の負の方向に平行移動)



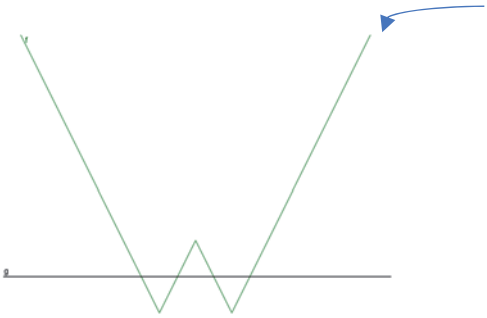
④ $y = ||2x - 2| - 2|$
(再び絶対値で折り返し)



【ポイント】
・①～③の手順で、「V」字のグラフを負の方向に平行移動できるか
・平行移動で出てきた負の部分をもう一度絶対値を使って折り返せるか

ACTIVITY 3　～・～余力がある人へ～・～

GeoGebra を用いて①や②のグラフと定数関数($y = k$)との共有点の個数がどのように変わるか、定数関数を GeoGebra で動かしてみることで考察してみよう。



ACTIVITY 2 で求めた方程式

$$y = \big||2x - 2| - 2\big|$$

（Q1）

共有点の個数が変わる境目は…

$k = 0$

のときと

$k = 2$

のとき

（Q2）

共有点の個数について、わかったことを書こう！

・$k < 0$ の時は、共有点が 0 個

・$k = 0$ の時は、共有点が 2 個

・$0 < k < 2$ の時は、共有点が 4 個

・$k = 2$ の時は、共有点が 3 個

・$k > 2$ の時は共有点が 2 個

・上のようなグラフでは変化が二回起こる

解説

こちらの問題に関しては、本活動の本題からは外れるので、家庭学習や早く終わってしまった生徒用という事で用意している。そのため、授業では扱わない事もできる。

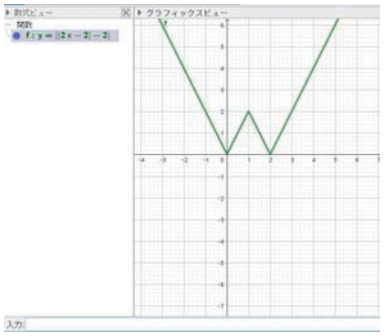
こちらの問題の意図としては、共有点の問題を解く際の場合分けという作業を最後まで極力意識させない事にある。

そのため、上の Q２の模範解答では場合分けをしているがこちらの場合分けまで答えが至らなくてもよく、「ある所を境に様子が変わっている」というような漠然とした解答を導き出し、そこから「場合分け」という操作が必要である。という認識にできればいいと考える。

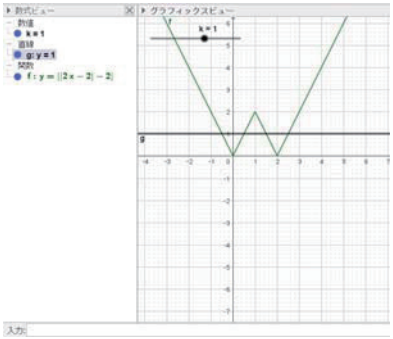
その操作をする上で必要な操作を、以下に説明する。詳しくは ACTIVITY SHEET の ８ｐを参照していただきたい。以下の説明では、$y = \big||2x-2|-2\big|$を例に取って説明する。

勿論、この関数ではなく ACTIVITY2 で求めた関数で考えてよい。

【STEP1】$y = \big||2x-2|-2\big|$を打ち込む。

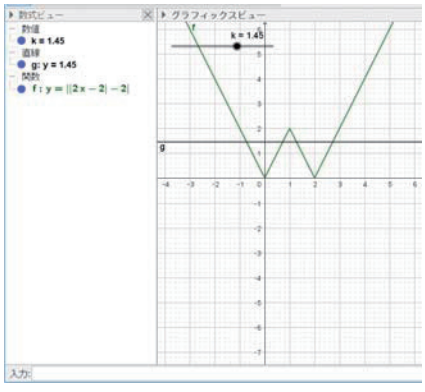


【STEP2】$y = k$を打ち込み、スライダーを作成する

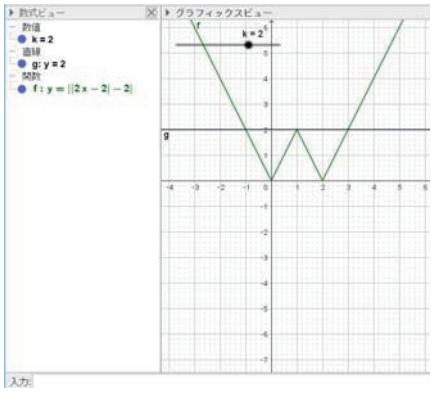


【STEP3】スライダーを動かし、交点の個数や交点の座標を調べる。

また、その際どの範囲で交点が何個になるか。という考察をさせ、まとめてみるという活動も考えられる。



この状態では共有点は４個だが…



スライダーを少し動かすと共有点は３個に！

ACTIVITY 4 ～・～研究課題～・～

ACTIVITY 1～2では、「グラフの形から方程式を予想し、GeoGebraに打ち込んで作図を行う」といった手順で作業をしました。方程式からグラフを描くという普段の取り組みとは逆に、このように、グラフの形からそのグラフを表す方程式が数式を用いてどのように表現できるかということを考えるのも大切なことです。

そこで、以下の①～③のグラフを表す方程式の中から一つを選択して、今までと同様の手順で見つけてみましょう。そしてどのような過程でそのようなグラフができたかを考察してまとめましょう(ただし、絶対値記号は必ず用いること)。

解説

ここからはいよいよ、生徒たちに課題に取り組んでもらう。最終目標は、下の①～③のグラフの形を見て方程式を予想し、自分たちが考えたことを発表(ポスター発表)することである。

生徒たちには大きく、以下の活動をしてもらう。

◎ポスター作成時

・ACTIVITY 3までを通して、絶対値記号についてわかったことをまとめる。

・6人くらいの班で与えられた研究課題について取り組む。

・上の2つの項目についてポスターにまとめる。研究課題について、最後まで出来なかった班については、「どこまでできたか」や、「どの箇所がどのようにうまくいかなかったか」をまとめてもらう。

◎ポスター発表時

・絶対値記号についての考察を発表する。

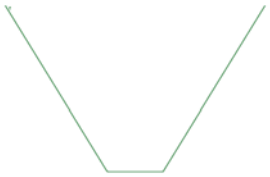
・自分たちの課題について発表する。

正解にたどり着いた班…GeoGebra上での手順。うまくいった箇所。グラフの形と式の関連などを発表。

たどり着かなかった班…どこまでできたか。どこがうまくいかず困ったか。

｛ 研究課題①～③について ｝

①



【ヒント】
・定数関数の部分(グラフが傾きを持たないところ)に着目しよう！
・絶対値記号は 2 回つかうよ！

解説

(課題の背景)

$|x-1|$ と $|x-2|$ の和で作られる関数 $y=|x-1|+|x-2|$ が答の 1 つである。

(グラフについての考察)

【 $x \leq 1$ のとき 】

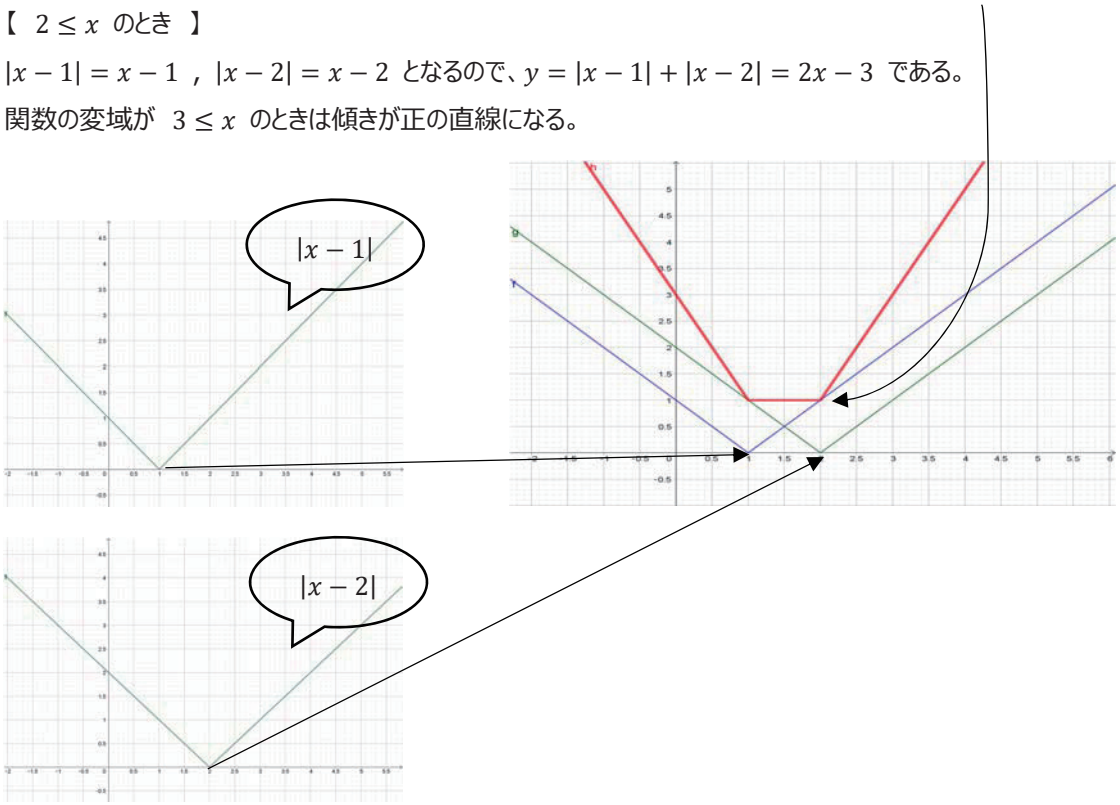
$|x-1|=-x+1$, $|x-2|=-x+2$ となるので、$y=|x-1|+|x-2|=-2x+3$ である。関数の変域が $x \leq 1$ のときは傾きが負の直線になる。

【 $1 \leq x \leq 2$ のとき 】

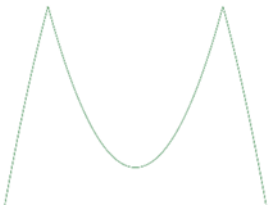
$|x-1|=x-1$, $|x-2|=-x+2$ となるので、$y=|x-1|+|x-2|=1$ である。関数の変域が $1 \leq x \leq 3$ のときは $x-1$ と $-x+2$ における x が相殺しあって、定数関数の傾きのない直線になる。

【 $2 \leq x$ のとき 】

$|x-1|=x-1$, $|x-2|=x-2$ となるので、$y=|x-1|+|x-2|=2x-3$ である。関数の変域が $3 \leq x$ のときは傾きが正の直線になる。



②

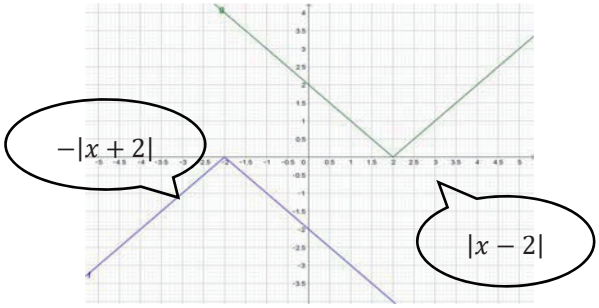


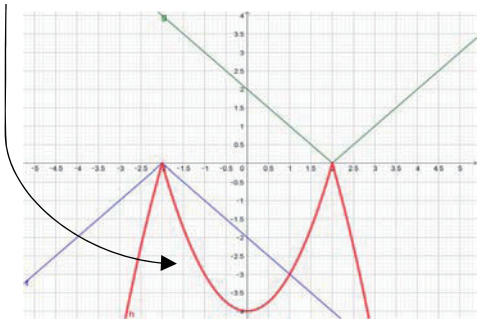
【ヒント】
・x についての 2 次式になるよ！
・2 次関数のグラフを絶対値記号を使って折り返してみよう！

解説

(課題の背景)

$|x-2|$ と $-|x+2|$ の積で作られる関数 $y=-|x-2||x+2|=-|x^2-4|$ が答の 1 つである。

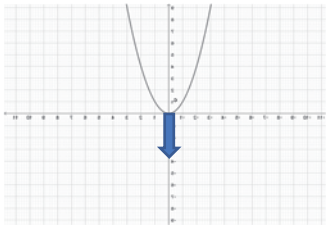




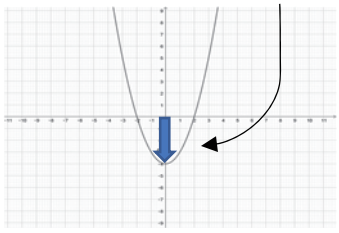
(グラフについての考察)

②のグラフの形を一目見て、「②の方程式が『2 つのx の 1 次式の絶対値どうしの積』でできている。」と予想できる、素晴らしく勘の良い生徒でない限り、この課題は以下のような 2 次関数の平行移動と絶対値による折り返し、およびx 軸についての対称移動によって得るのが自然なアプローチであると考える。

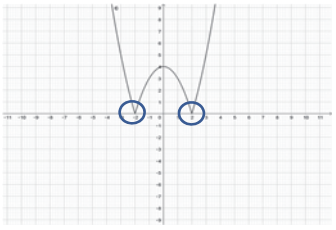
① $y=x^2$
(2 次方程式)



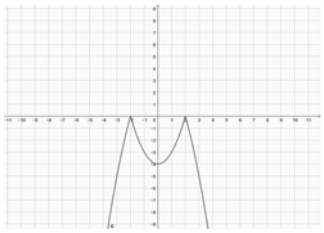
② $y=x^2-4$
(y 軸の負の方向に平行移動)



③ $y=|x^2-4|$
(絶対値による折り返し)

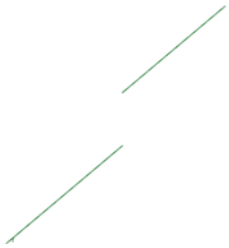


④ $y=-|x^2-4|$
(x 軸についての対称移動)



【ポイント】
・①②で、2 次関数のグラフを負の方向に平行移動できるか
・絶対値を使って負の部分を折り返した後、x 軸についての対称移動をして、「M」字を作る。

③



【ヒント】
・$x/|x|$のを GeoGebra に打ち込んでみよう！
・グラフに傾きを持たせるにはどうしたら良いかな?

解説

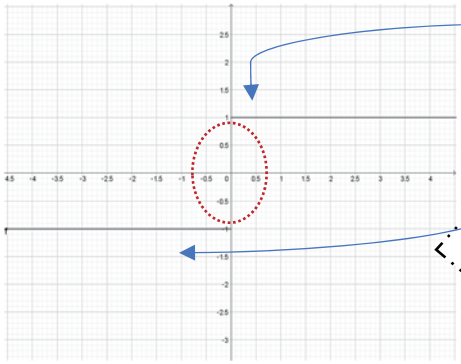
(課題の背景)

x と $\frac{x}{|x|}$（x の $|x|$ による商と）和で作られる関数 $y=x+\frac{x}{|x|}$ が答の 1 つである。

(グラフについての考察)

このグラフは不連続な部分があり、その部分をどのように表現するかがポイントである。

そこで【ヒント】の 1 つ目の「$x/|x|$のを GeoGebra に打ち込んでみよう！」を実行すると以下のグラフを得る。



【 $x>0$ のとき 】

$|x|=x$ となるので、$y=\frac{x}{|x|}=\frac{x}{x}=1$ の直線になる。

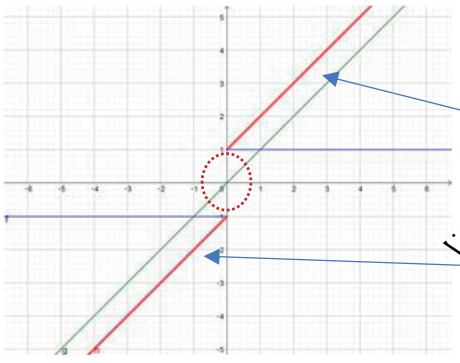
【 $x<0$ のとき 】

$|x|=-x$ となるので、$y=\frac{x}{|x|}=\frac{x}{-x}=-1$ の直線になる。

【 $x=0$ のとき 】

この場合、原点で不連続となる。

このヒントを頼りにすれば③に辿り着けるかもしれない。あとは直線に傾きを持たせるために x を加える。



【 $x>0$ のとき 】

$y=x+\frac{x}{|x|}=x+\frac{x}{x}=x+1$ の直線になる。

【 $x<0$ のとき 】

$y=x+\frac{x}{|x|}=x+\frac{x}{-x}=x-1$ の直線になる。

【操作説明】

シートと重複する部分が多いが、こちらでは Geogebra の操作方法を説明する。

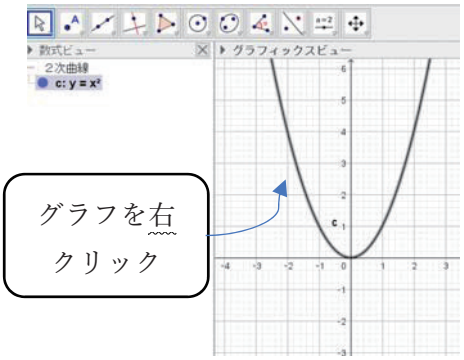
〈1〉数式を入力する



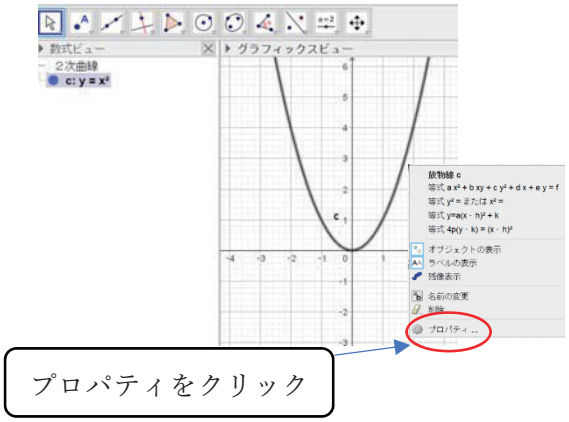
コメント：入力した後に「Enter キー」を押すことを忘れずに。

〈2〉グラフの色を変える

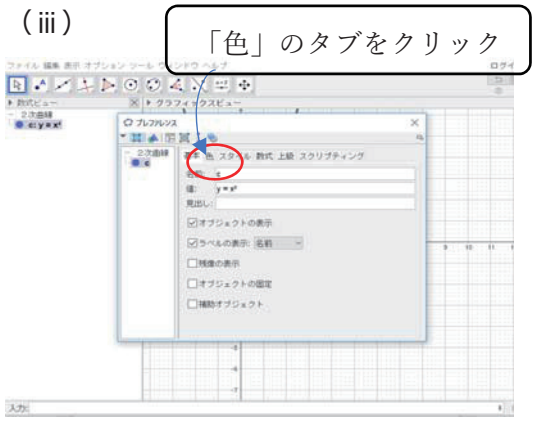
（ｉ）



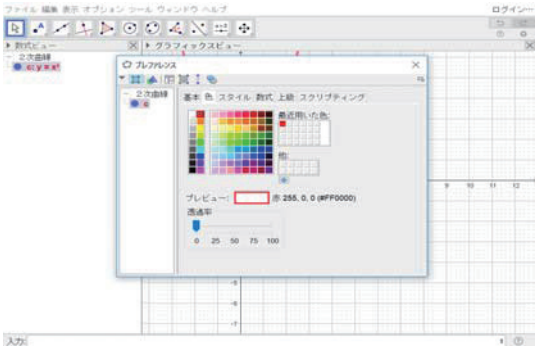
（ii）



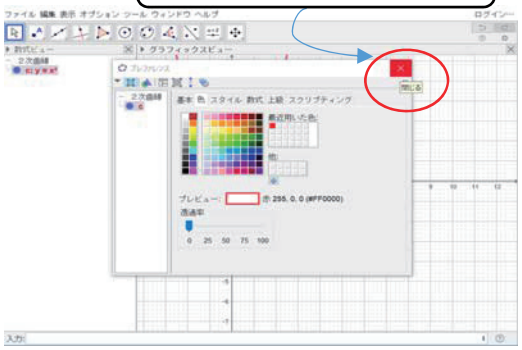
（iii）



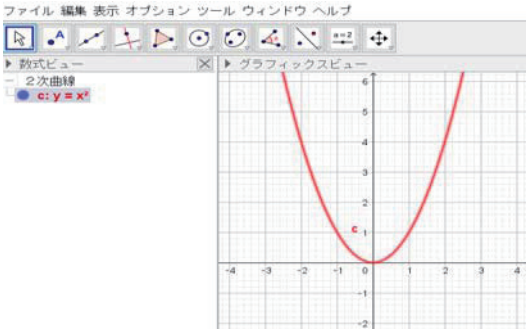
（iv）自分がつけたい色をクリックする



（ｖ）「×」のタブをクリック



（vi）完成！

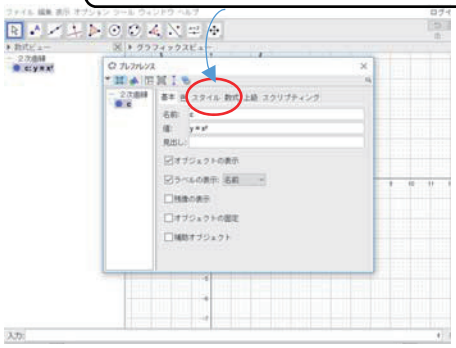


コメント：（ｉ）の操作のみ、右クリック（他のクリックはすべて左）であることに注意。

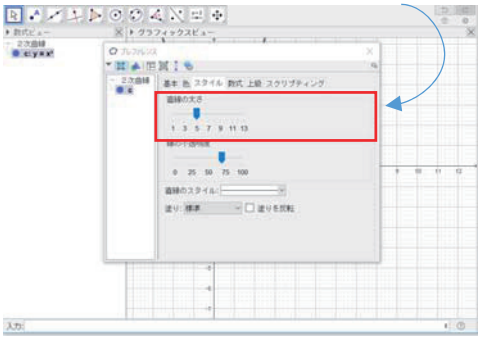
〈3〉グラフの線の太さを変える

手順は、上の〈３〉の（ｉｉ）までは同じです。それ以降の操作方法を説明しましょう。

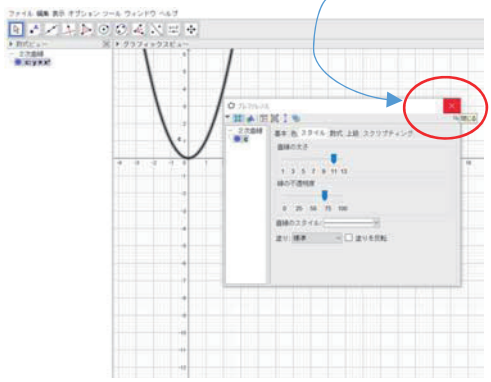
（ｉ）「スタイル」のタブをクリック



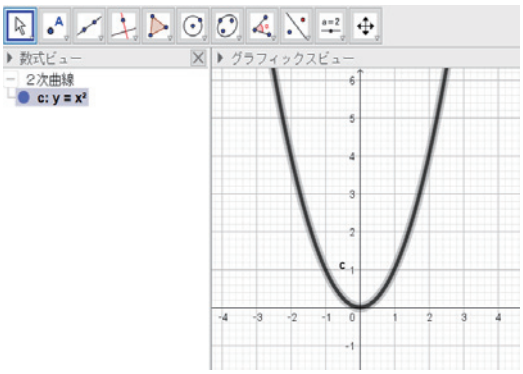
（ii）「直線の太さ」の目盛を動かす



（iii）「×」のタブをクリック



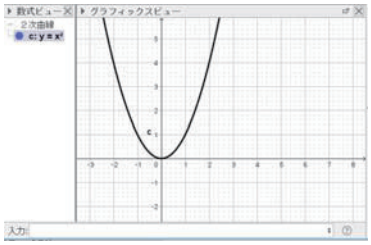
（iv）完成！



コメント：上であげた２つ以外にもプロパティの機能の中には、思考に役立つ機能があるので、こちらで紹介したもの以外に関しても生徒に活用させてもよい。

〈4〉$y=x^2$と直線（$y=k$）の交点を求める方法

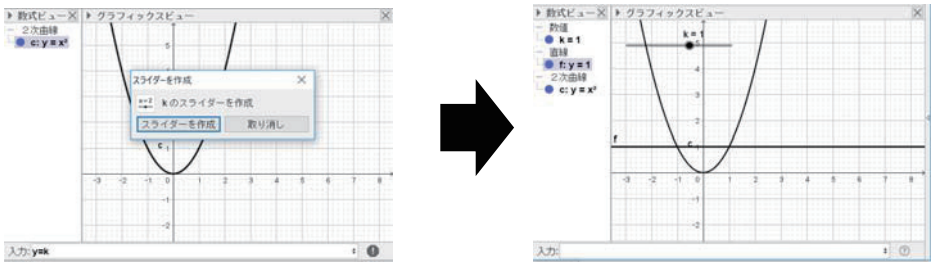
（ｉ）関数$y=x^2$を作図する。



コメント：GeoGebra に、考える関数を打ち込む。

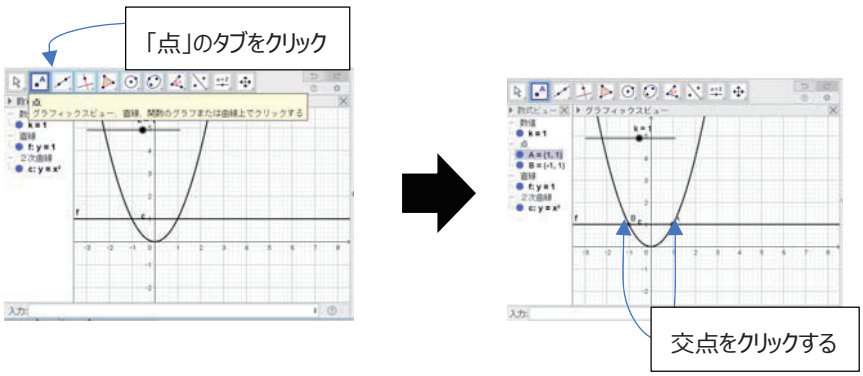
（ii）$y=k$を入力欄に打ち込む

$y=k$を打ち込むと、左下の図のような画面が表示されるので「スライダーを作成」をクリック。



コメント：今までと違う作業になるので注意。スライダーの作成という画面が出るので、「スライダーの作成」をクリックする。ここで、スライダー上の点を左右に動かすことで直線の式も変化する。

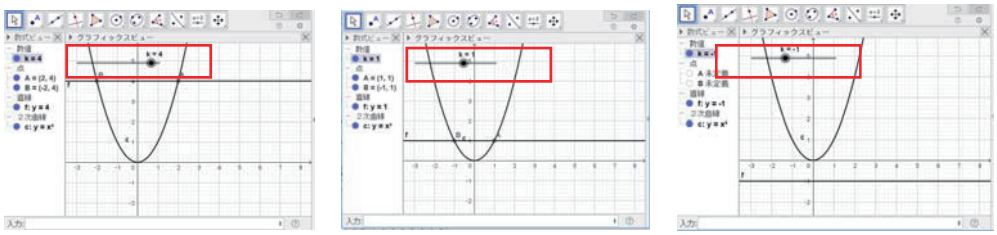
（iii）交点を作図する



コメント：左上の「点」のタブをクリックしないと作業ができない事に注意。

（iv）kのスライダーを動かすと、色々な交点が発見できます。

$k=4$に動かした状態　　(iii)までの状態　　$k=-1$に動かした状態



注）スライダーというのは上の図で赤い四角で囲った、横線の事です。（※実際の画面では赤い四角は現れません）

指導案

1. 本時のねらい

・絶対値付きの関数のグラフを視覚的に理解する.

2. 準備

・授業開始前にパソコン，プロジェクタを使えるように準備しておく.



・ポスター案は、拡大印刷で用いる。倍率は、141%

3. 展開

時間	学習活動	指導上の留意点
導入 (15 分)	◆RLA1 既習事項（先行研究）を理解する活動 ○ACTIVITY1 に取り組む。 ○与えられた関数のグラフを書く(5 分) ○2 つのグラフを見比べて、気づいた事を Activity Sheet にまとめる。（5 分） 追加質問（シートに記載している質問に加えて） ✓(2)の(a)は、$y = \|x\| - 2$としたらどうなるだろうか。 ✓(3)において、(a)と(b)は何軸対称の関係だろうか。 注）こちらの追加質問は、生徒の状況次第では 省略してもよい。	●生徒にこの授業のねらいを説明する. その際、この活動は今までの数学の知識を活用するというよりもグラフを自分たちで試行錯誤しながら完成させるものだというように説明する。 ●まずは、数式を打つとグラフが作図されるという事を確認する. ●シートにある操作説明を参考にして、 「太字にする」、「色をつける」などの操作を使い(a)と(b)が比較しやすいようにする。 ●こちらが意図しているものとしては指導書に記述しているが、それ以外の解答に関してもどんな些細な発見でも構わないので生徒に考えさせる。 知識・技能を習得する 知識や技能を概念化する

展開 1 (20 分)	◆RLA2 既習事項を元に、新しい問題に 挑戦する活動 〇ACTIVTY2 に取り組む。(15 分) 〇ACTIVITY1 で学習した知識をどのようにして使うかをまとめる。（5 分） 〇ACTIVTY3 に取り組む。 注）こちらの作業は、授業の中では全体に対して行うものではなく、家庭学習や時間が余った生徒用のものなので、授業の中には組み込まないでもよい。 （余裕があれば、教師がコメントできるとよい）	●こちらの作図は、すぐにはできない作業なのでなるべく生徒に考えさせる時間を取りたい。 ●どうすればこの形になるのか？ACTIVITY1 との関連を気づかせたい。 ●指導書には模範解答を掲載しているが、解答は一意ではなく形があっていれば正解としてよい。 知識・技能を活用する ●この活動は、解けない班が何班かいる状況で行う事を想定している。 ●場合分けというよりも、ある点を境に変化が起こっているという事に気づかせたい。
展開 2 (15 分 +47 分)	◆RLA3 RLA2 までの内容と、新しい内容の問題 をポスター（A3、1 枚程度）にまとめる活動 〇ACTIVITY4（ポスターまとめ用の問題）に取り組む。(15 分) 〇これまでの知識を活用して様々なグラフを描く。 〇求めたいグラフを描く為には、どのような作業が必要かを考えさせる。 〇グラフが書けた班に、どのようにして書いたか発想を考えさせる。	●与えるグラフは 3 つあるので班が 6 班ある場合には 2 班ごとに考えるグラフを与える。 ●どのグラフも一筋縄ではいかないので、苦労する班が出るものと思われる。そこで、各グラフを描く際にキーとなるポイントを考えさせる。 ●今までの ACTIVITY をどう使ったのか、どうしてそうすればいいと思ったかなどを考えさせる。 ●同じ活動をしている班は 2 班以上あるので、一方が終わった場合にはもう一方の班の生徒に対する教えあいの活動を取り入れる事も考えられる。

	○ポスターを完成させる。(12 分) 振り返って次へつなげる 互いの考えを比較する 思考を表現に置き換える 多様な手段で説明する 知識や技能を概念化する	●今回の活動のまとめと、ACTIVITY4 にあげた 3 つの関数のうち、班ごとに色々なグラフを選び、そのグラフの作図に関するまとめを行う。 ・絶対値つきの関数の性質をまとめる。 ・完成したグラフの形を書く ・結果のグラフに至った理由をまとめる。 ・失敗した理由、成功した理由の振り返りを行う。 上記の 4 項目をまとめたポスターを作成する。
	評価 グループでの GeoGebra の操作を通して、目標がしっかりと把握できており、自分たちの導いた結果に対してしっかりとした分析ができている。(Activity Sheet への取り組み)【見・考】 基準 A：絶対値つきの関数の特徴をしっかりと把握しており、グラフの作図にその知識を用い、課題解決に導くことができる。 B：絶対値つきの関数の特徴を把握することが難しいが、グラフの作図にその知識を用い、課題解決に導くことができる。 C：絶対値つきの関数の特徴をしっかりと把握しているが、グラフの作図にその知識を用い、課題解決に導くことが難しかった。	
	◆RLA4 ポスターセッションを開催し、クラスで成果を共有したり、質問したりする活動。ポスターセッション以降も教室に貼っておく ○ポスター発表を行う。（20 分）	●ポスター発表は、教室の八か所にそれぞれに掲示する。班での発表は 1 回あたり 3 分を目安として、6 回行う。生徒には、気になる発表へ見に行くように促す
まとめ (3 分)	○本時のまとめ	●生徒に今回の活動、特に ACTIVITY4 を振り返らせる。そこでは、 挑戦→失敗→挑戦 というサイクルを重ねる事で思考は深まっていくという事を伝えたい。

資料⑤－３　教材の体験③
（フィボナッチ数）

資料⑤－３　教材の体験③（フィボナッチ数）

Ａｃｔｉｖｉｔｙ　Ｓｈｅｅｔ

問題１

四畳、五畳の部屋のたたみのしき方は何通りありますか？たたみを並べて何通りあるか考えてみましょう。

四畳＿＿＿＿＿通り　　五畳＿＿＿＿＿通り

問題２

n 畳の部屋のたたみのしき方を$f(n)$通りとします。このとき、表１を埋め、$f(n)$の数の並び方の規則性を見つけてみましょう。ただし、０畳のしき方を$f(0) = 1$として定義して始めることにしましょう。

$f(0)$	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$	$f(5)$	$f(6)$	$f(7)$
1							

問題３

$f(3)$ は，　　のように前の２つの部屋のたたみの敷き方の場合の数を足すことによって表せました．$f(4), f(5)$ についても同様のことが言えましたが，なぜそのようになるのか理由を考えてみましょう．また，$f(n)$ についても考えて見ましょう．（ヒント：1 枚目のたたみの敷き方に着目しましょう！）

フィボナッチ数の性質の探究

確認

フィボナッチ数は、下の式で生成される整数のことです。

$$f(1)=1,\ f(2)=1 \qquad f(n+2)=f(n+1)+f(n) \quad (n\text{は自然数})$$

例えば、$f(3)$、$f(4)$は、上の式より、

$$f(3)=f(2)+f(1)=1+1=2$$
$$f(4)=f(3)+f(2)=2+1=3$$

となります。これを繰り返すと、フィボナッチ数の 8 番目までの数の並びは下のようになります。

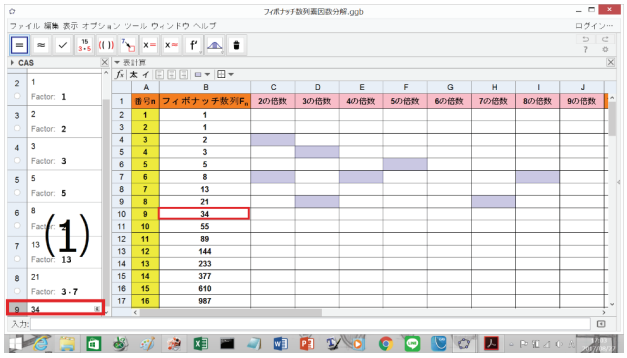
1、1、2、3、5、8、13、21、・・・・・・・

課題 1

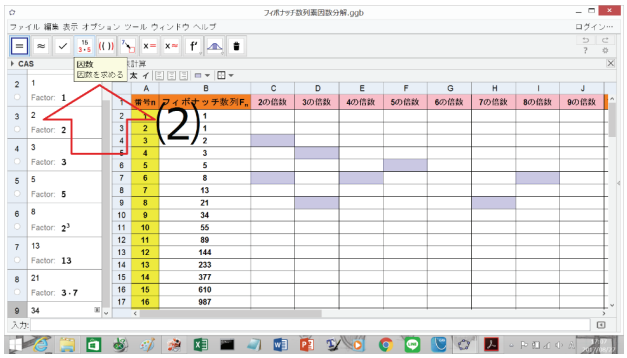
24 番目までの各フィボナッチ数の素因数分解の結果を、Geogebra の CAS 機能を用いて求めてみましょう。また、24 番目までのフィボナッチ数の素因数分解の結果を踏まえて、「フィボナッチ数の倍数分布表」を作ってみましょう。 見通しを持つ 思考して問い続ける コンピューターを駆使する

(課題 1 での Geogebra の操作手順)

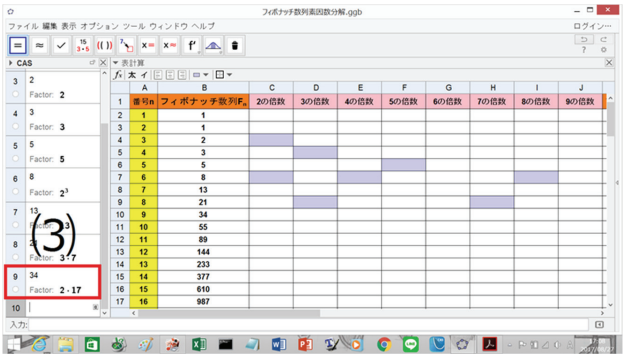
⑴CAS の入力バーに、素因数分解したい数を入力します。



⑵素因数分解ツールボタンにカーソルを合わせ、このツールボタンをクリックします。



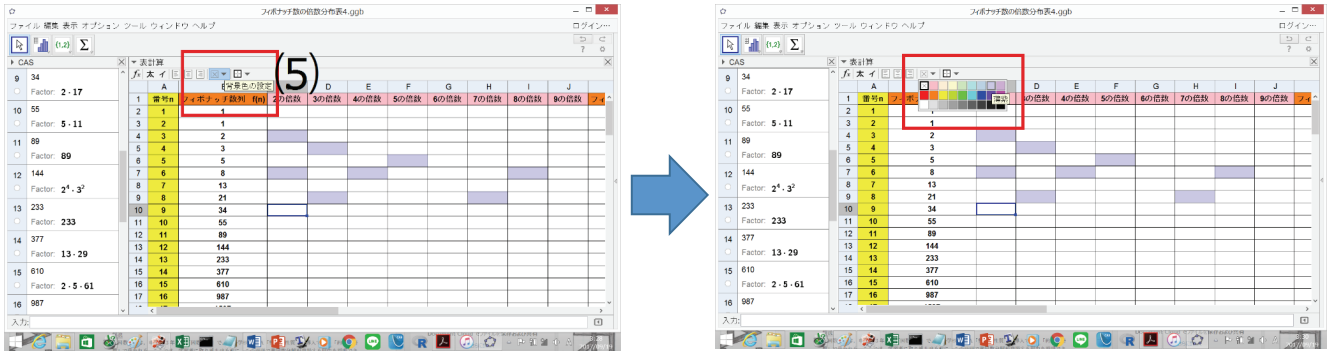
⑶素因数分解ツールボタンをクリックすると、入力バーの下に、素因数分解の結果が表示されます。34＝2･17と表示されます。よって、2 の倍数、17 の倍数であることが分かります。



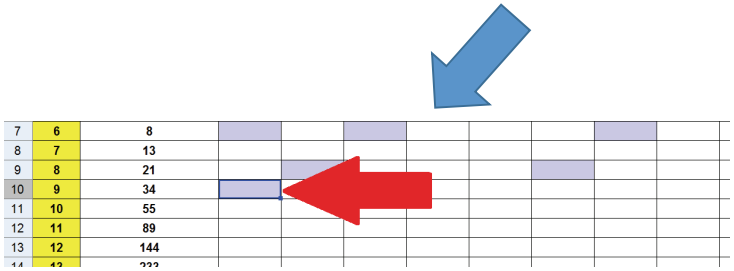
⑷相当する倍数のセル($f(9)$ =34 の場合、2 の倍数)をクリックします。



(5)表計算シートの「背景色の設定」をクリックし，好きな色を選択します。



下のように色を塗ることができます。



7	6	8									
8	7	13									
9	8	21									
10	9	34									
11	10	55									
12	11	89									
13	12	144									

課題 2 思考を表現に置き換える 共に考えを創り上げる

1.

「フィボナッチ数の倍数分布表」より、2 の倍数となるようなフィボナッチ数は、どのようなパターンで表れるでしょうか。あなたの考えを書いてみましょう。その推測が成り立っているか、それより後のフィボナッチ数で確認してみよう。

2.

「フィボナッチ数の倍数分布表」より、4 の倍数となるようなフィボナッチ数は、どのようなパターンで表れるでしょうか。あなたの考えを書いてみましょう。その推測が成り立っているか、それより後のフィボナッチ数で確認してみよう。

課題 3 思考を表現に置き換える 共に考えを創り上げる

$f(12)=144$ について、144 は、どのようなフィボナッチ数で割り切ることができますか。その数を挙げてみてください。また，挙げた数を$f(n)$の形で挙げてください。$f(14)=377$ でどうでしょうか。

課題 4 先哲の考え方を手掛かりとする 新たなものを創り上げる 思考を表現に置き換える 知識や技能を概念化する コンピューターを駆使する

フィボナッチ数には，他にどのような性質があるでしょうか。「フィボナッチ数の倍数分布表」を拡張して、できるだけ多く挙げてみましょう。また、挙げたことをポスターにまとめてみましょう。

(ポスター作製の注意)

・説明する相手に見えるように、大きな字で書きましょう。

・見つけた性質について、なぜ成り立つのか、理由も書きましょう。

Geogebra を用いた整数の性質の導入の授業案

-フィボナッチ数の性質を題材として-

0．授業案について

この授業案は、Geogebra を用い、各フィボナッチ数の素因数分解の結果から、フィボナッチ数の整除性について探究し理解することが目的です、なお、この授業案は、４人 １グループのグループワークを想定した授業案となっています。

本授業案では中学校第３学年で学習する内容であり、高等学校では、整数の性質の小単元として扱われる素因数分解を用います。数学 A「整数の性質」の導入としてフィボナッチ数の整除性の探究をすることで、素因数分解の必要性、有用性を気付かせることができます。

この授業案では、フィボナッチ数の導入として、畳の敷き方を例に、フィボナッチ数を生成する関数

$$f(1)=1,\ f(2)=1 \qquad f(n+2)=f(n+1)+f(n) \quad (n\text{は自然数})$$

の成り立ちも扱います。

１．導入

導入１-1
四畳、五畳の部屋のたたみのしき方は何通りありますか？たたみを並べて何通りあるか考えてみましょう。

○たたみ（サイズ２×１、縦×横）を四畳の部屋（サイズ２×４）、五畳の部屋（サイズ）に敷き詰めるとき、その敷き方が何通りであるかを、生徒は実際に図１のように敷き詰め考えます。また、たたみのサイズや部屋のサイズ、敷き詰め方のルール説明として一畳、二畳、三畳はその場で教員が提示します。

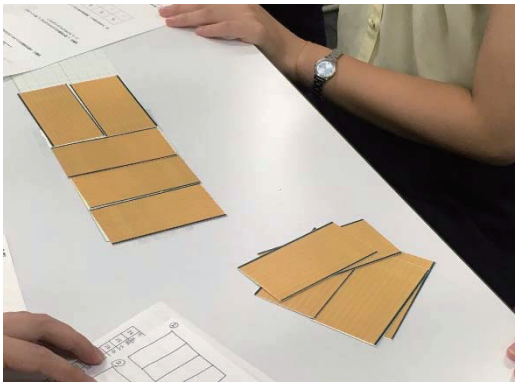


図１　教具のたたみ

解説

四畳の部屋のたたみの敷き方は図 2 のように 5 通りとなります。

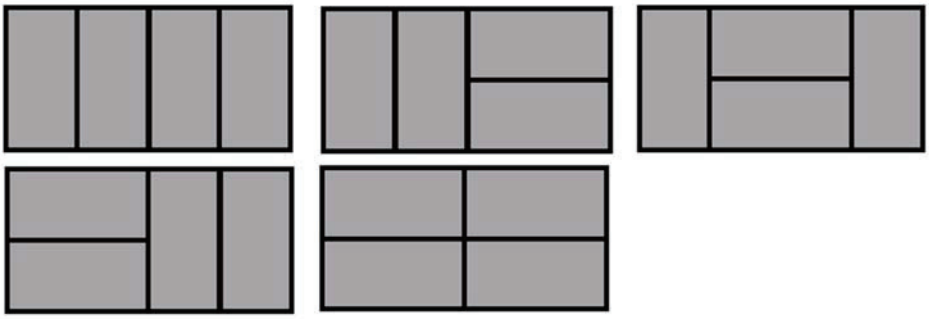


図 2　四畳の敷き方

また、五畳のたたみの敷き方は図 2 のように 8 通りとなります。

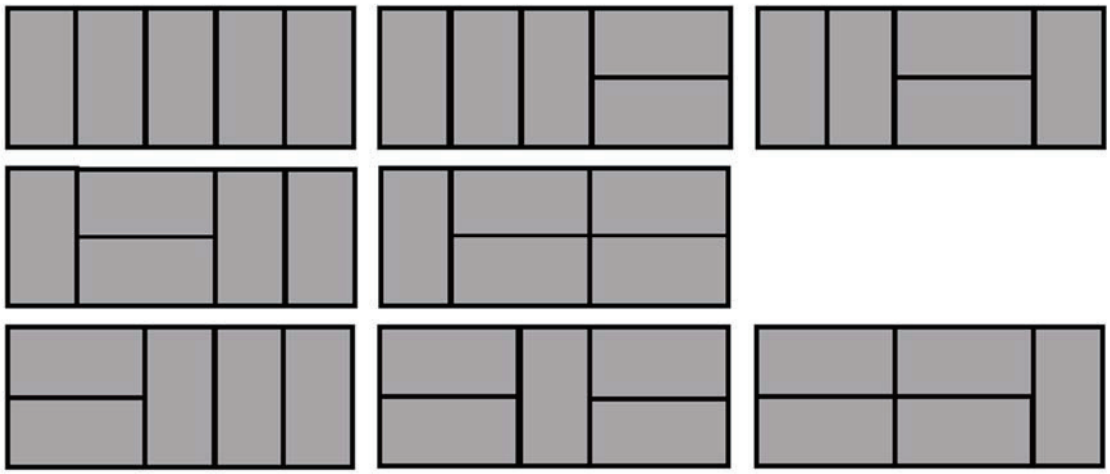


図 2　五畳の敷き方

導入 1-2

n 畳の部屋のたたみのしき方を$f(n)$通りとします。このとき、表 1 を埋め、$f(n)$の数の並び方の規則性を見つけてみましょう。ただし、0 畳のしき方を$f(0) = 1$として定義して始めることにしましょう。

$f(0)$	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$	$f(5)$	$f(6)$	$f(7)$
1							

表 1　$f(n)$の数の並び方（問題）

解説

表 2 のように作成することができます。

$f(0)$	$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$	$f(5)$	$f(6)$	$f(7)$
1	1	2	3	5	8	13	21

表 2　$f(n)$の数の並び方（解答）

ここでは、ことばの式で、

1 つめの式の値＝2 つめの式の値＝3 つめの式の値

のような書き方をしてもよいが、$f(n+2)=f(n+1)+f(n)$ のような表現に直すようにしました。すると、

$$f(3)=1+2=f(1)+f(2)$$
$$f(4)=2+3=f(2)+f(3)$$
$$f(5)=3+5=f(3)+f(4)$$

と、今まで確認してきた部屋に関して、たたみの敷き方のパターンに規則性が見えてきます。そこで、

$$f(6)=f(4)+f(5)=5+8=13$$
$$f(7)=f(5)+f(6)=8+13=21$$
$$f(8)=f(6)+f(7)=13+21=34$$

のように規則性を利用し、$f(6)$、$f(7)$、$f(8)$、… と推測できます。しかし、これは、あくまで、$f(6)$以上の値は推測でしかありません。ここで、次の問題（導入 3）を与えます。

導入 1-3

$f(3)$は、$f(3)=f(1)+f(2)$ のように前の 2 つの部屋のたたみのしき方の数を足すことによって表すことができました。 $f(4)$、$f(5)$ についても同じことがいえましたが、そのようになる理由を考えてみましょう。また、$f(n)$についても考えてみましょう。

（ヒント： 1 枚目のしき方に注目してみましょう！）

指導上の注意

ここで、問題文の「 $f(3)=f(1)+f(2)$ 」は導入 2 の答えとなってしまうので、空欄にします。

解説

もし、生徒がそうなる理由が知りたいときは、次の図 4 で説明してください。この理解を指導することは、本 RLA の目的ではありませんが、念のため付け加えました。生徒はまず

$f(4)$、$f(5)$… について考え、その後一般化することを目的とします。図 4 のように、1 枚目のたたみのしき方を場合わけして考えます。

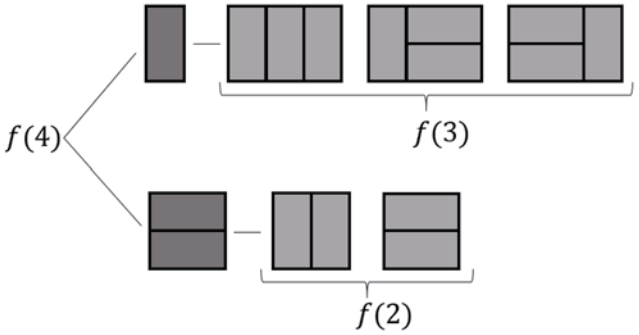


図 4　$f(4)$について

まず四畳の部屋において、1 枚目のたたみを縦に置くとき、敷かなければならない残りのたたみの枚数は 3 枚になります。その並び方の場合の数は $f(3)=3$ と一致します。そして、1 枚目のたたみを横に敷くときは、2 枚目は必ずその下に敷くこととなります。したがって、残りの枚数は 2 枚となり、その並び方の場合の数は $f(2)=2$ となります。これは同様に、$f(5)$、$f(6)$、… についても言うことができるため、以下の図 5 のように一般化することができます。

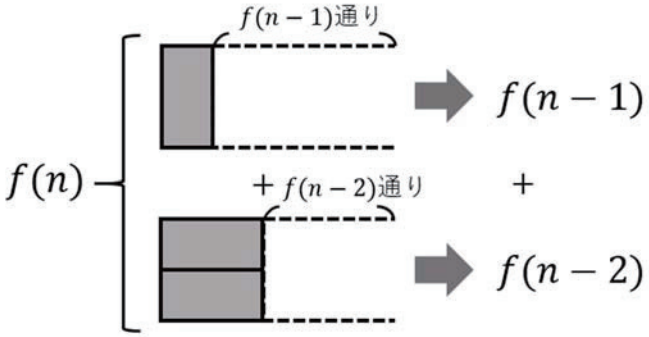


図 5　$f(n)$について

このことから、

$$f(n)=f(n-2)+f(n-1)$$

という関係式を導くことができ、これが一般的に n 畳の部屋のたたみの敷き方を表す式です。そして、この式がフィボナッチ数列の漸化式となります。

2. 展開-その 1

次では、左から数えて 1 番目のフィボナッチ数を 1、2 番目のフィボナッチ数を 1、3 番

目のフィボナッチ数を 2、となるように、フィボナッチ数を捉え直し、その並びを$f(1)=1$, $f(2)=1, f(3)=2$…としても、生成されるフィボナッチ数と式の関係は変わらないことを確認します。

展開 1-1(確認)
フィボナッチ数は、下の式で生成される整数のことです。 $f(1)=1,\ f(2)=1 \qquad f(n+2)=f(n+1)+f(n)$ (nは自然数) 例えば、$f(3)$、$f(4)$は、上の式より、 $f(3)=f(2)+f(1)=1+1=2$ $f(4)=f(3)+f(2)=2+1=3$ となります。これを繰り返すと、フィボナッチ数の 8 番目までの数の並びは下のようになります。 1,1,2,3,5,8,13,21・・・・・・

解説

1、1、2、3、5・・・・の並びは 6～8 世紀ごろまでに、インドでは知られていたとされる。フィボナッチ数の「フィボナッチ」は、「計算の書(Liber abbaci)」(1202)を記した，イタリアのトスカーナ地方、当時の都市国家ピサで活躍した数学者レオナルド・ピサノ(又は、ピサノレオナルド；Leonardo da Pisa)の名前から来ています。

○導入したフィボナッチ数について、学習者にさらに探究させたい。そのために以下の課題を提示します。

展開 1-2(課題 1)
24 番目までの各フィボナッチ数の素因数分解の結果を、Geogebra の CAS 機能を用いて求めてみましょう。また、24 番目までのフィボナッチ数の素因数分解の結果を踏まえて、「フィボナッチ数の倍数分布表」を作ってみましょう。

指導上の注意

課題を提示後、教員は課題で使用する Geogebra の操作方法を説明します。その後に、色塗りは、生徒自身で行わせます。

解説

素因数分解は，中学校第 3 学年の「因数分解」で、高等学校数学 A「整数の性質」の導入である「約数と倍数」で扱われる。ここでは、学習者に取り組ませる前に、この課題で素因数分解が登場する理由を説明できることが望ましいと思います。

次に、本展開で使用する Geogebra ファイル「フィボナッチ数の倍数分布表.ggb」の操作方法を説明します．まず，最初の画面が図 6 になります。

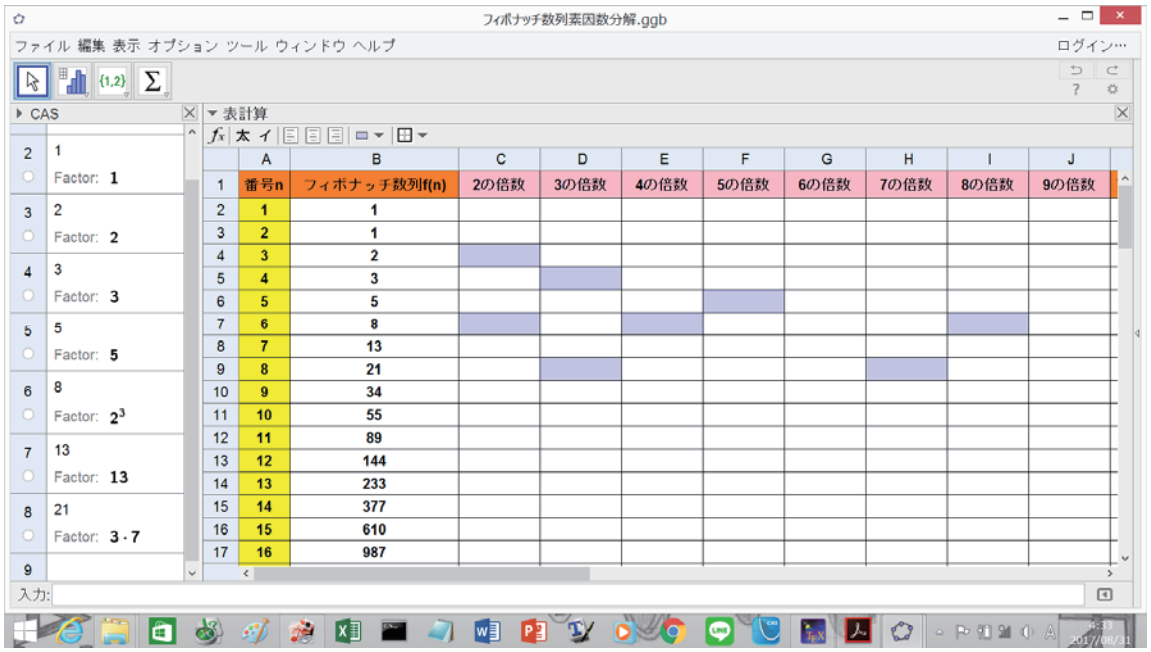


図 6　フィボナッチ数の倍数分布表(初期状態)

図 6 にあるように、左の CAS 画面では、$f(1) = 1$から$f(8) = 21$の素因数分解の結果が表示され、右の表計算画面では、$f(1) = 1$から$f(8) = 21$までの各フィボナッチ数について、相当する倍数(2 の倍数から 9 の倍数まで)は色付けがされています。これは、この課題に取り組む際、学習者に、どのように色づけをするのか、活動のヒントを与えることを目的としています。しかし、この画面だけでは、表について学習者が理解できるとも限らないため、適宜説明を加えるのがよいと思います。

次に、Geogebra の CAS 機能の 1 つである素因数分解ツールの使い方を説明しましょう。具体的には、

⑴CAS の入力バーに、素因数分解したい数を入力します(図 7)。

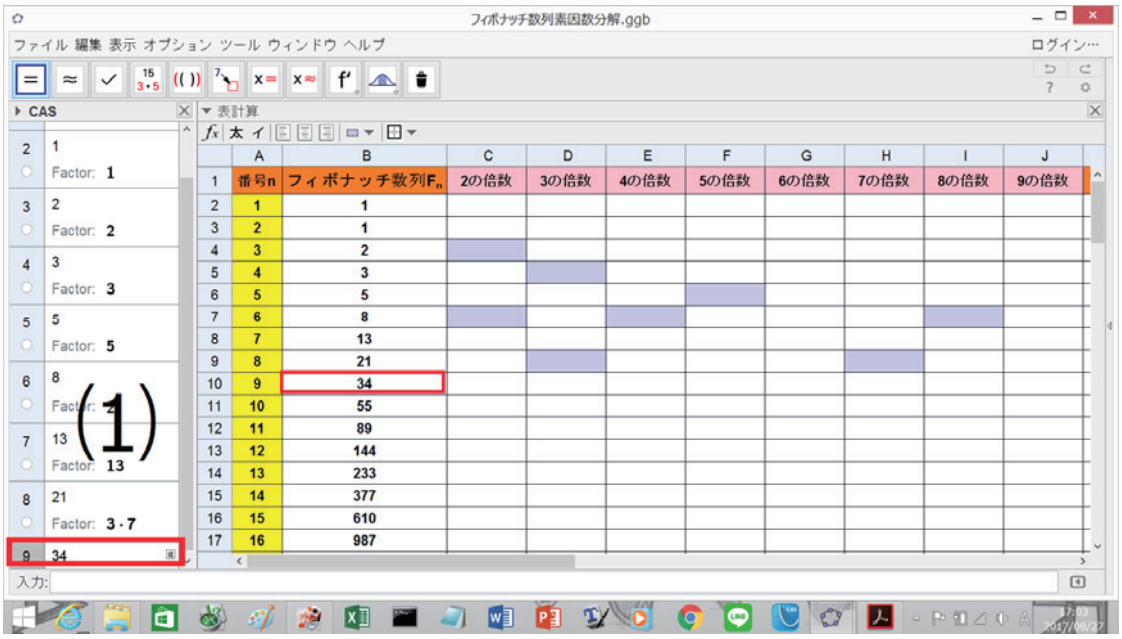


図 7

⑵素因数分解ツールボタンにカーソルを合わせ、このツールボタンをクリックします(図 8)。

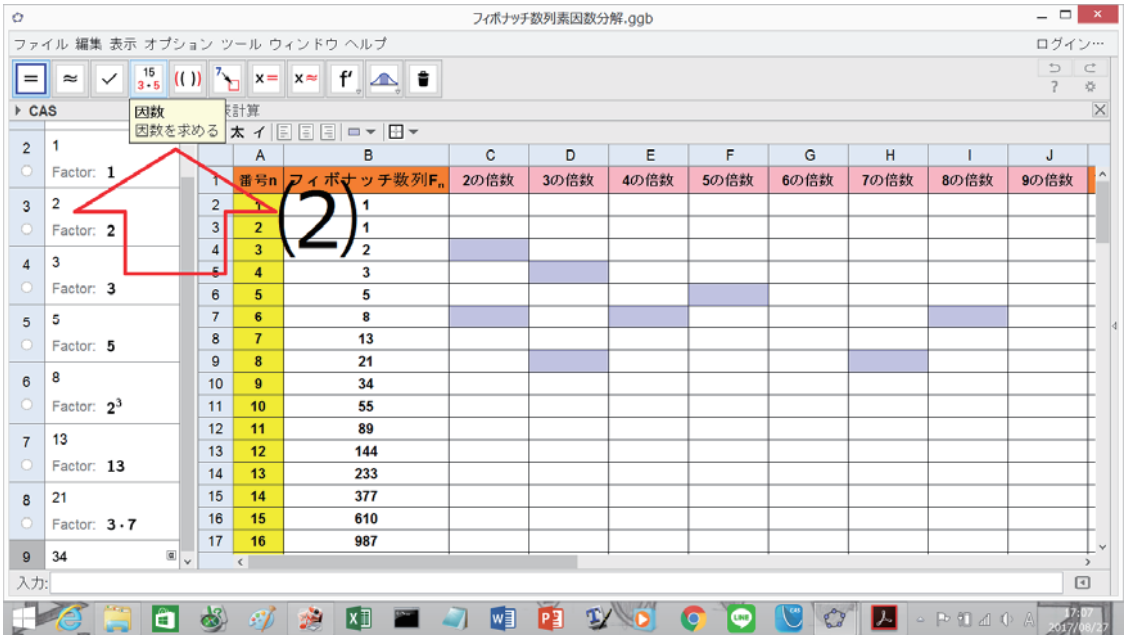


図 8

⑶素因数分解ツールボタンをクリックすると、入力バーの下に、素因数分解の結果が表示されます(図 9)。34＝2･17 と表示されます。よって、2 の倍数、17 の倍数であることが分かります。

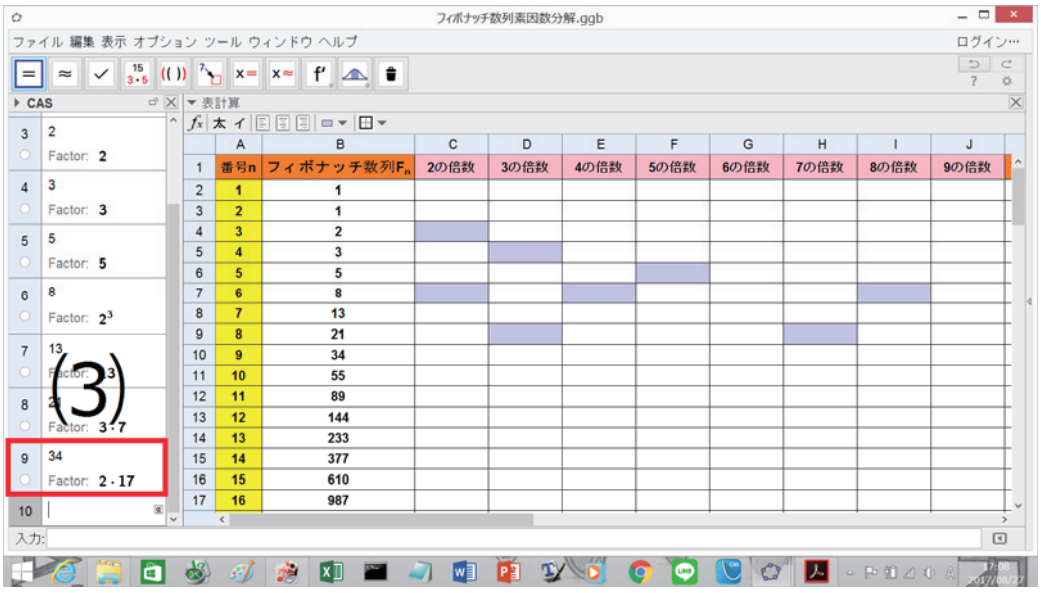


図 9

注意

CAS 機能で表示された素因数分解の結果をそのままの形で、表計算シートのページにコピペすることはできません。

24 番目までのフィボナッチ数の素因数分解を終えたら，その結果を表にまとめる作業に入ります。その際、Geogebra 表計算の色付け機能を用います。セルのぬり方の説明をします。

⑷相当する倍数のセル($f(9)$ =34 の場合、2 の倍数)をクリックします(図 10)。

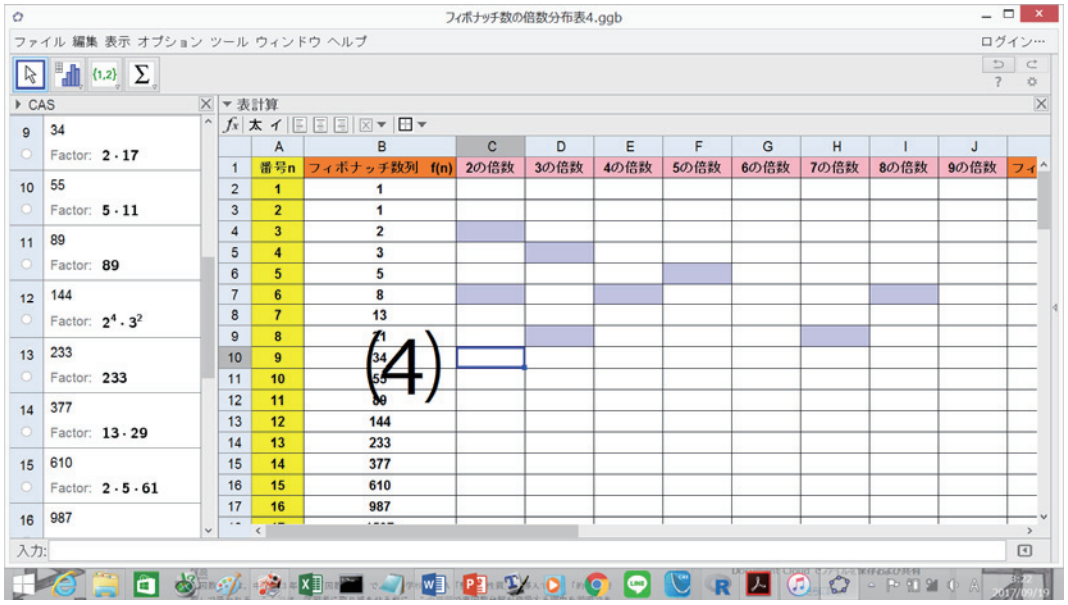


図 10

⑸表計算シートの「背景色の設定」をクリックし(図 11)，好きな色を選択します。(図 12)

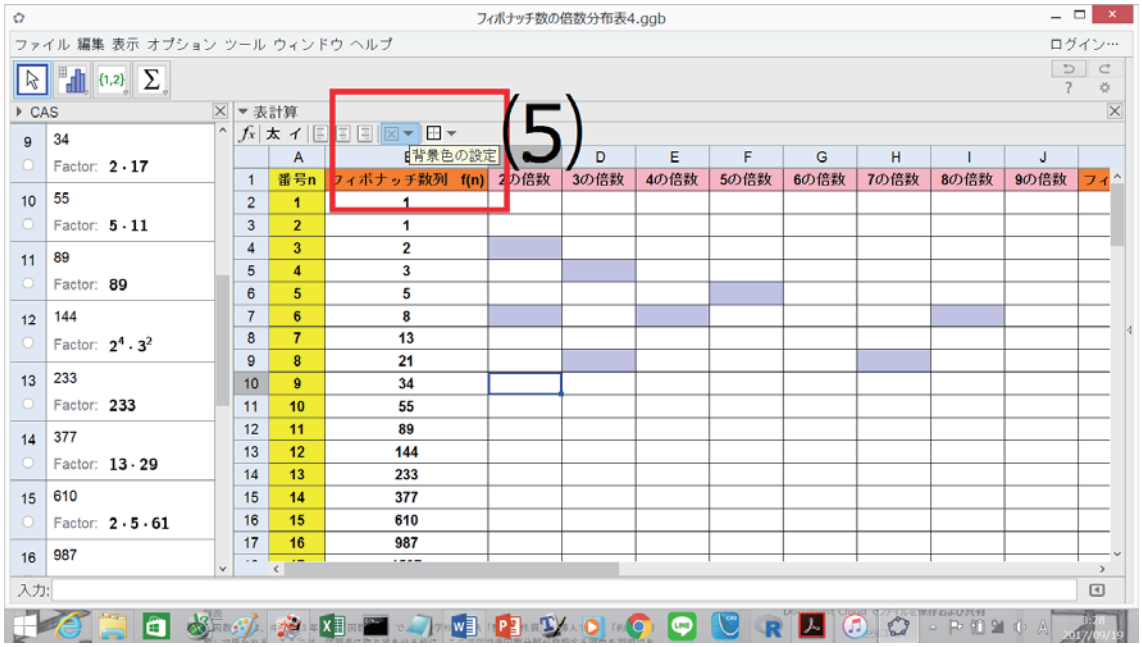


図 11

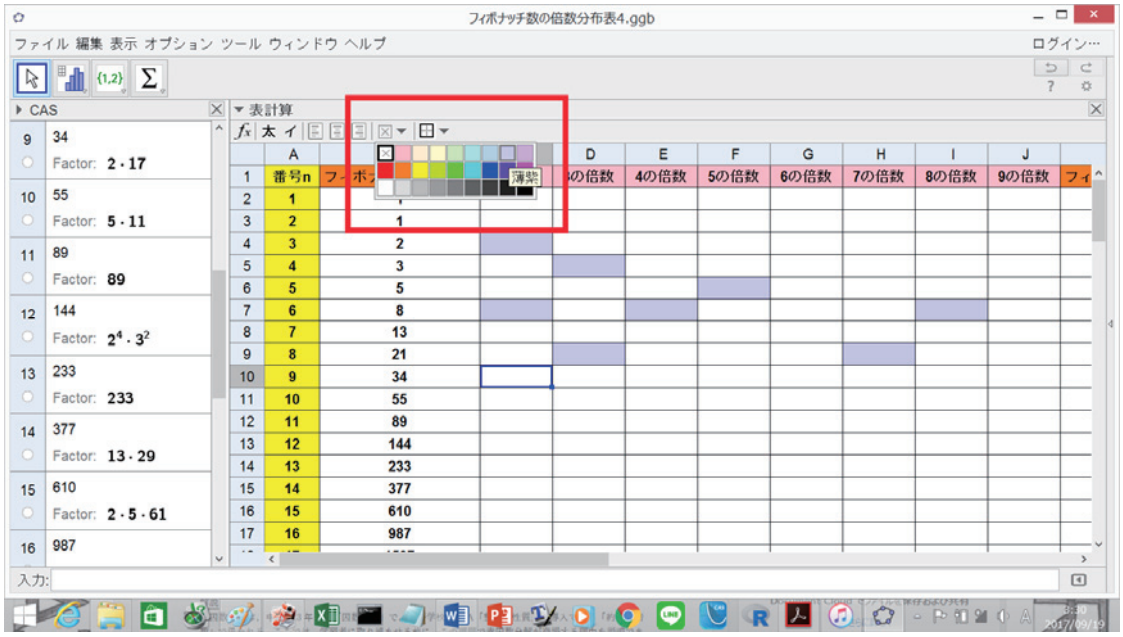


図 12

すると以下のように色が塗られます(図 13)。



図 13

以上のように、24 番目までのフィボナッチ数の倍数分布について、色付けを行うと、以下のものを作ることができます(図 14)。

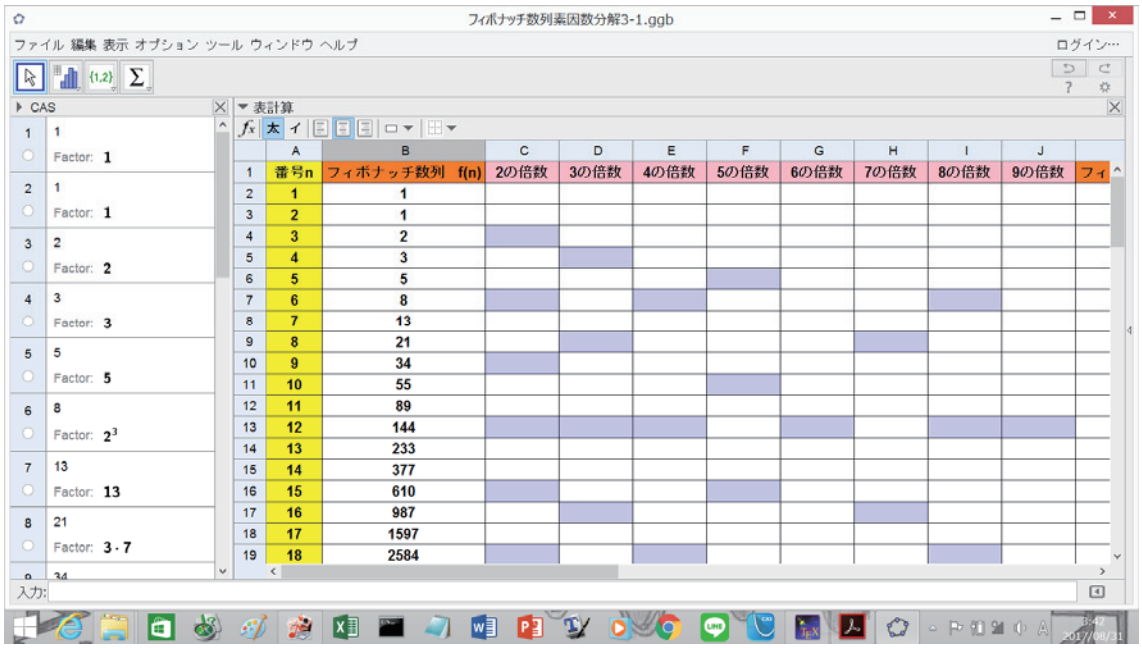


図 14：完成

以上が、本授業案での Geogebra の操作となります。完成した図 14 の表を縦に見ることで、生徒は、フィボナッチ数の倍数分布が等間隔に現れることに気付くでしょう。しかし、これは、気付いただけであり、十分な推測の段階には至っていません。そこで、次の課題を提示します。

展開 1-3(課題 2)
1. 「フィボナッチ数の倍数分布表」より、2 の倍数となるようなフィボナッチ数は、どのようなパターンで表れるでしょうか。あなたの考えを書いてみましょう。その推測が成り立っているか、それより後のフィボナッチ数で確認してみよう。 2. 「フィボナッチ数の倍数分布表」より、4 の倍数となるようなフィボナッチ数は、どのようなパターンで表れるでしょうか。あなたの考えを書いてみましょう。その推測が成り立っているか、それより後のフィボナッチ数で確認してみよう。

解説

この課題は、完成した表(図 14)の等間隔性の気づきから、問題を推測させる(構成させる)問です。表から、

$f(n)$が 2 の倍数になるのは、nが 3 の倍数になる場合のみ

$f(n)$が 4 の倍数になるのは、nが 6 の倍数になる場合のみ

となることが分かります。さらに、この表を縦に見ることで、次のような推測もできます。

$f(n)$が 3 の倍数になるのは、nが 4 の倍数になる場合のみ

$f(n)$が 5 の倍数になるのは、nが 5 の倍数になる場合のみ

$f(n)$が 6 の倍数になるのは、nが 12 の倍数になる場合のみ

$f(n)$が 7 の倍数になるのは、nが 8 の倍数になる場合のみ

$f(n)$が 8 の倍数になるのは、nが 6 の倍数になる場合のみ

$f(n)$が 9 の倍数になるのは、nが 12 の倍数になる場合のみ

指導上の注意

展開 1-2(課題 1)で、フィボナッチ数の倍数分布の規則に気付かせ、展開 1-3(課題 2)では、それを推測させます。よって、これらの課題については、一度に取り組ませることが望ましいと思います。しかし、表の色付けの段階で、塗り間違いをし、誤った推測をするグループが現れることが予想されますので、すべてのグループが展開 1-3 まで取り組み終えた後で、全体で課題 1、課題 2 について確認させるといった活動を取り入れる必要もあるだろうと思います。

3．展開-その 2

展開-その 1 で作成した表を横の列で捉えることを目的として、次の課題を提示する。

展開 2-1(課題 3)
$f(12)=144$ について、144 は、どのようなフィボナッチ数で割り切ることができますか。その数を挙げてみてください。また，挙げた数を$f(n)$の形で挙げてください。$f(14)=377$ でどうでしょうか。

解説

この課題の解答は，以下になります。

$f(12)=144$ の場合

$f(1)=1$、$f(2)=1$、$f(3)=2$、$f(4)=3$、$f(6)=8$、$f(12)=144$

$f(14)=377$ の場合

$f(1)=1$、$f(2)=1$、$f(7)=13$、$f(14)=377$

これを表で考えます。例として、$f(12)$と$f(6)$を見ると、図 15 のように、$f(6)$が 8 の倍数(2 の倍数、4 の倍数でも)であり、$f(12)$が 8 の倍数であるから、$f(12)$は、$f(6)$で割り切れると、解釈することができます。

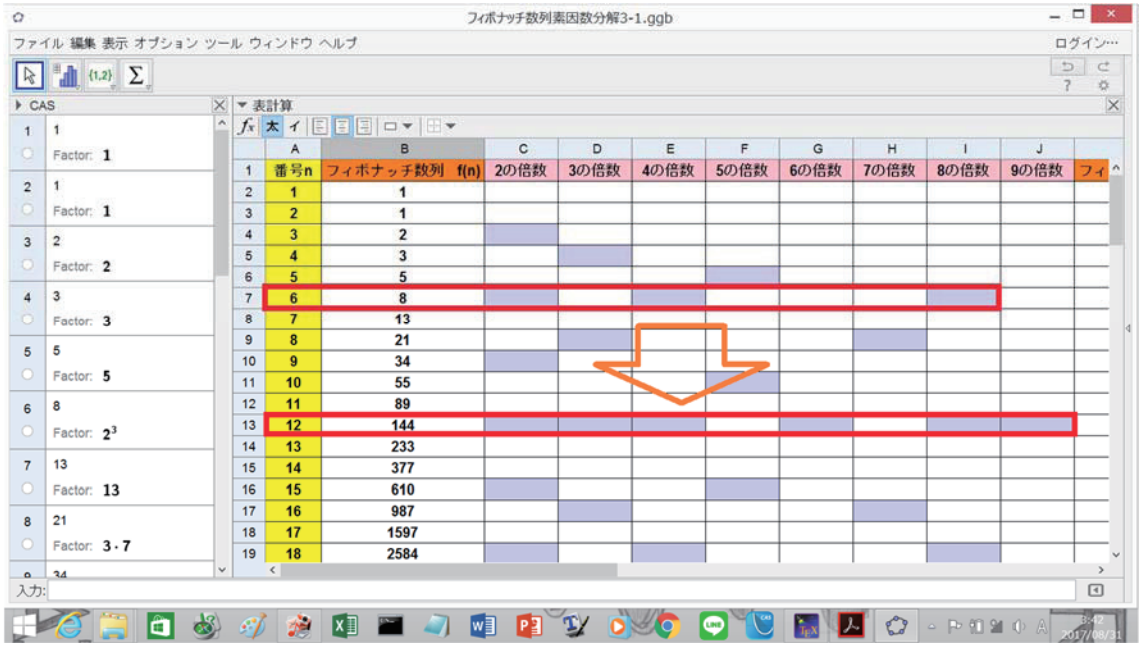


図 15

しかし、この表では、$f(12)$、$f(6)$のような関係が正しいとは言い切れません。その例が、$f(24)$と$f(18)$です。実際、表では、図 16 のように、$f(12)$、$f(6)$と同様に色付けされてい

ますが、各数の素因数分解の結果は、$f(24) = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 23$、 $f(18) = 2^3 \cdot 17 \cdot 19$となるため、$f(24)$は、$f(18)$で割り切れないことが分かります。

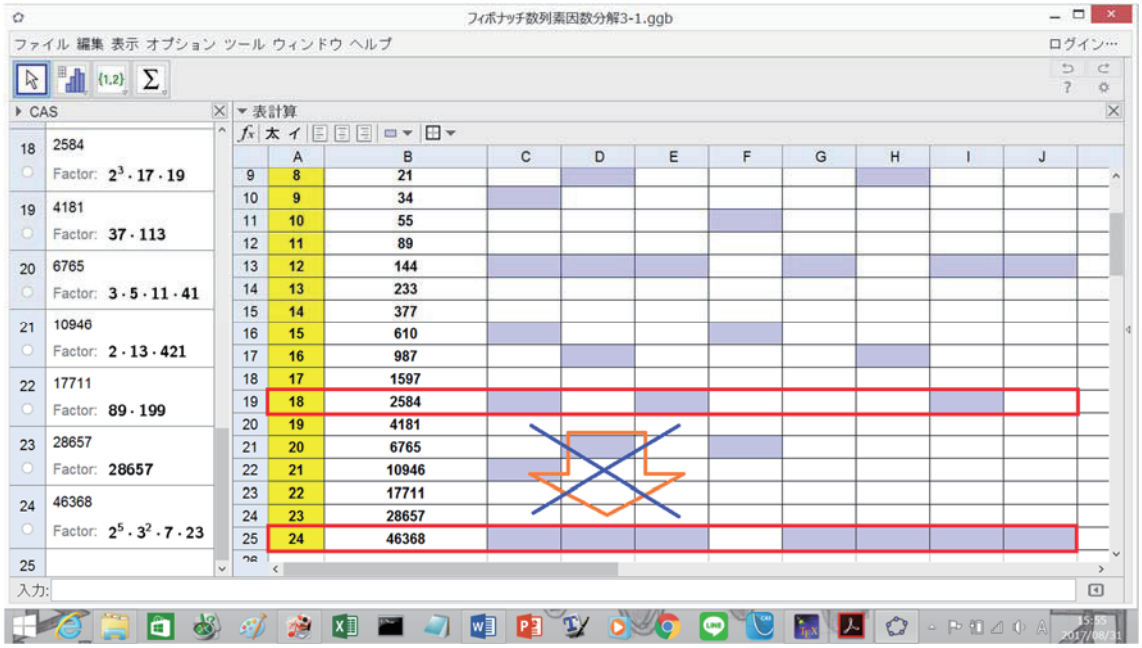


図 16

このように、フィボナッチ数同士の因数と作成した表について、以上のような関係があるため、課題 3 の解説時には，丁寧に説明する必要があります。

4. 展開-その 3

課題 2、課題 3 での活動を踏まえ、次の課題を提示します。

展開 3-1(課題 4)
フィボナッチ数には，他にどのような性質があるでしょうか。「フィボナッチ数の倍数分布表」を拡張して、できるだけ多く挙げてみましょう。また、挙げたことをポスターにまとめてみましょう。

さらに、本教材は、フィボナッチ数の整除性について、探究し理解することが目的であるため、各グループで、課題 4 で得られた結果を共有することも大切になります。そこで、次のことを行います。

展開 3-2
各グループの課題 4 で得られた結果を共有する。

解説

課題 4 では、以下のことが挙がることが予想されます。

①課題 2 と似た性質を挙げる場合

$f(n)$が 10 の倍数になるのは、nが 15 の倍数になる場合のみ
$f(n)$が 11 の倍数になるのは、nが 10 の倍数になる場合のみ
$f(n)$が 12 の倍数になるのは、nが 12 の倍数になる場合のみ
$f(n)$が 13 の倍数になるのは、nが 7 の倍数になる場合のみ
$f(n)$が 14 の倍数になるのは、nが 24 の倍数になる場合のみ
$f(n)$が 15 の倍数になるのは、nが 20 の倍数になる場合のみ
$f(n)$が 16 の倍数になるのは、nが 12 の倍数になる場合のみ
$f(n)$が 17 の倍数になるのは、nが 9 の倍数になる場合のみ
$f(n)$が 18 の倍数になるのは、nが 9 の倍数になる場合のみ
$f(n)$が 19 の倍数になるのは、nが 18 の倍数になる場合のみ

また、次のように考えるグループも現れるでしょう。

例

「$f(n)$が 3 の倍数になるのは、nが 4 の倍数になる場合のみ」であり，「$f(n)$が 5 の倍数になるのは、nが 5 の倍数になる場合のみ」なので、「$f(n)$が 15 の倍数になるのは、nが 20 の倍数になる場合のみ」となる。

注意

・各グループがすべて見つけることは目的としていません。
・他にフィボナッチ数の倍数分布については以下のものがあります。

$f(n)$が 37 の倍数になるのは、nが 19 の倍数になる場合のみ

②課題 3 の事実を一般化する場合

nが偶数の場合、例えば、

$f(6)$は、$f(1)$、$f(2)$、$f(3)$、$f(6)$で割り切れる。
$f(8)$は、$f(1)$、$f(2)$、$f(4)$、$f(8)$で割り切れる。
$f(10)$は、$f(1)$、$f(2)$、$f(5)$、$f(10)$で割り切れる。

となります。一方、nが奇数の場合、例えば、

$f(9)$は、$f(1)$、$f(2)$、$f(3)$、$f(9)$で割り切れる。
$f(15)$は、$f(1)$、$f(2)$、$f(3)$、$f(5)$、$f(15)$で割り切れる。
$f(21)$は、$f(1)$、$f(2)$、$f(3)$、$f(7)$、$f(21)$で割り切れる。

となります。つまり、nが奇数の場合、$f(n)$は、nの約数ではない 2 を添え字とする、$f(2)$を因数として持つことが分かります。

③課題 2 を証明しようと試みている場合(本 RLA の目的ではありませんが)

例「$f(n)$が 2 の倍数になるのは、nが 3 の倍数になる場合のみ」が成り立つ理由

・(奇数)+(奇数)=(偶数)への着目

・各フィボナッチ数を 2 で割ったときに表れる、余りの周期性への着目
・フィボナッチ数列の漸化式を用いた、2 で割ったときの余りの周期性に関する具体的説明

$$\begin{pmatrix} f\big(3(n+1)\big) = 2f(3n+1) + f(3n) & f(3) = 2 \\ f(3(n+1)-1) = 2f(3n) + f(3n-1) & f(2) = 1 \\ f(3(n+1)-2) = 2f(3n-1) + f(3n-2) & f(1) = 1 \end{pmatrix}$$

また、展開 3-2 では、各グループは、得られた結果をポスター(図 18)にまとめ、ディスカッション(ポスターセッション)の活動を入れるか、ジグゾー法による各グループのポスター内容の比較を行うなどの活動を入れるなどして、各グループで、考えを共有します。

指導上の注意

ディスカッションを行う場合、全グループ一斉に行います。教室設備にもよるが、各グループは、作成したポスターを、壁に貼って発表を行います。ディスカッション時、各グループのメンバーは、図 17 のように動きます。ジグゾー法で行う場合は、作成したポスターを黒板に貼り、指導者が中心のもと、各グループの考えを学習者に共有させます。

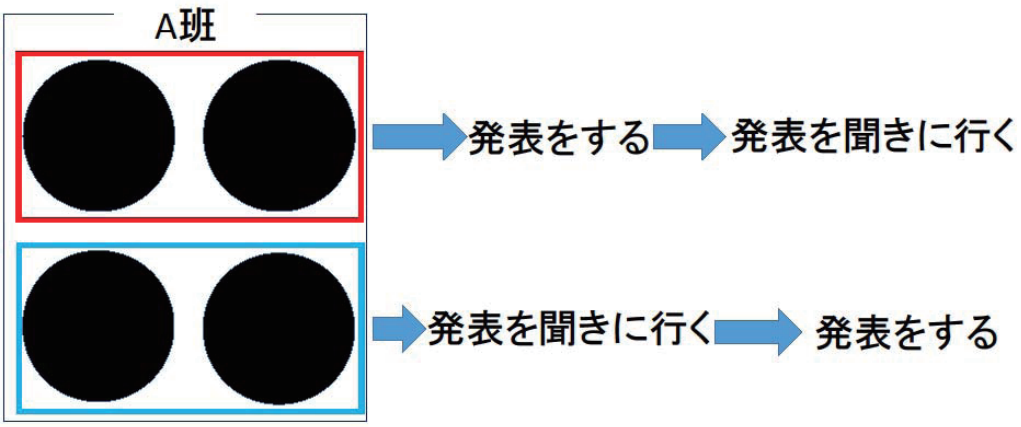


図 17：各グループのディスカッション時の動き

課題 4(ポスター)

私たちが見つけたフィボナッチ数の性質

班 ＿＿＿＿＿＿ ＿＿＿＿＿＿

＿＿＿＿＿＿ ＿＿＿＿＿＿

図 18：ポスター

5．まとめ

本時のまとめとして、次の定理を提示します。

定理

$m > 2$であるとき

$$f(n)\text{は}f(m)\text{で割り切れる。} \quad \Leftrightarrow \quad n\text{は}m\text{で割り切れる。}$$

解説

課題 2、課題 3、課題 4 で挙げられた推測は、すべて、この定理が背景になっています。

定理

$m > 2$のとき、

$$n \equiv 0\ (mod\ m) \quad \Leftrightarrow \quad F_n \equiv 0\ (mod\ F_m)$$

(F_n:フィボナッチ数列　$F_1 = 1, F_2 = 1,$　$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$)

この定理は、エドゥアール・リュカ(Edouard Lucas)が 1876 年に発見しました。まとめでは、この定理から、課題 2、3、4 で推測したことが成り立つことを確認したりするのがよいでしょう。また、素因数分解から、このような探究ができることを伝え、素因数分解の必要性や有用性を生徒に認識させます。

参考文献

フィボナッチ数については、以下の文献を参考にしてください。
[1]中村滋(2008).「改訂版フィボナッチ数の小宇宙(ミクロコスモス) フィボナッチ数・リュカ数・黄金分割」. 日本評論社.
[2]ヴォロビェフ, マルクシェビィッチ. 筒井考胤訳(1964).「フィボナッチ数・再帰数列」. 東京図書. (絶版)
[3]T. Koshy(2001). Fibonacci and Lucas Number with Application. Wiley-Interscience.
本授業案は、以下の文献を参考に再構成しました。
[4]C.B.Miller, T.B.Veenstra(2002). Fibonacci:Beautiful Patterns,Beautiful Mathematics. Mathematics Teaching in the Middle School.Vol.7,No. 5,Jan,pp298-305.
[5]R. L. Seaberg et.al. (2011). Fibonacci numbers and Bricklaying: Counting Geometrically. The Mathematics Teacher, Vol. 104, No. 6,feb, pp. 452-458

指導案

1. 本時のねらい
   - ・フィボナッチ数の成り立ちについて理解する。
   - ・フィボナッチ数の倍数分布表から，フィボナッチ数の整除性を見出す。
2. 準備
   - ・授業開始前に，パソコン，プロジェクタを使えるように準備しておく。
   - ・Geogebra 操作方法の説明では，プロジェクタで映し出し，生徒全員がグラフを確認できるようにする．(プロジェクタ等により電子黒板・デジタル教科書を提示に利用する．)

     ポスター案は、拡大印刷で用いる。倍率は、141%

3. 展開

時間	学習活動	指導上の留意点
導入 (20 分)	◆ RLA への準備 (フィボナッチ数の操作による発見と式の仕組みの理解)	
	問題 1(５分) 四畳、五畳の部屋のたたみのしき方は何通りありますか？たたみを並べて何通りあるか考えてみましょう。	・問題１を提示する．その際に並べ方のルールとして，一畳，二畳，三畳の敷き方を提示する．
	○教具（畳を模したカード）を用いて実際に並べ，何通りあるのかグループ（4 人程度）で考え，ワークシートに記入する．	・今後の問題の考え方に関わってくるので，ルールに従って畳を並べることができているか各班確認し，指導する．
	問題 2(５分) n 畳の部屋のたたみのしき方を$f(n)$通りとします。 このとき、表１を埋め、$f(n)$の数の並び方の規則性を見つけてみましょう。ただし、０畳のしき方を$f(0)=1$として定義して始めることにしましょう。	・問題２を提示する．
	○ワークシートの表を埋めて，数字の並びに規則性を見つける．	・ここでは今までの問題より，$f(0)$ から $f(5)$ まで確かめられている．$f(6)$ についても規則性から推測できることが予想されるが，あくまで推測であることを伝える．

	問題 3(10 分) $f(3)$は、$f(3)=f(1)+f(2)$ のように前の 2 つの部屋のたたみのしき方の数を足すことによって表すことができました。 $f(4)$、$f(5)$ についても同じことがいえましたが、そのようになる理由を考えてみましょう。また、$f(n)$についても考えてみましょう。 （ヒント： 1 枚目のしき方に注目してみましょう！） ○$f(3)$ だけでなく，$f(4),f(5),\cdots$ についても考え，図などを用いて説明する. ○一般化するために，$f(n)$ についても考える. ○ここで，$f(n)=f(n-2)+f(n-1)$ という関係式が導かれるが，この式は「フィボナッチ数」の列を表す式であるということを知る.	・問題 3 を提示する. ・1 枚目の畳の敷き方に着目させる. ・ここでは $f(4)$，$f(5)$ のような具体例から，n 畳のときの畳の敷き方 $f(n)$ について考えさせ，一般化することを目的とする. ・解説として，問題 2 の表を提示し，規則性について話す．現れた $f(n)$ の式はフィボナッチ数の列を表す関係式であることを伝える.
展開 1 (30 分)	○導入したフィボナッチ数について確認する．(2 分) **確認** フィボナッチ数は、下の式で生成される整数のことです。 $f(1)=1,\ f(2)=1$ $f(n+2)=f(n+1)+f(n)$ （nは自然数） 例えば、$f(3)$、$f(4)$は、上の式より、 $f(3)=f(2)+f(1)=1+1=2$ $f(4)=f(3)+f(2)=2+1=3$ となります。これを繰り返すと、フィボナッチ数の 8 番目までの数の並びは下のようになります。 1,1,2,3,5,8,13,21・・・・・・	・左から数えて 1 番目のフィボナッチ数を 1，2 番目のフィボナッチ数を 1，3 番目のフィボナッチ数を 2，となるように，フィボナッチ数の並びを捉え直し，その並びを $f(1)=1$，$f(2)=1$，$f(3)=2$・・・としても，生成されるフィボナッチ数と式の関係は変わらないことを伝える.

<table>
<tr>
<td>展開 1
(30 分)</td>
<td>◆　RLA1　問題や場面を理解する活動
○Geogebra を用いて，24 番目までのフィボナッチ数の倍数分布表を作成する．(18 分)
<u>課題 1</u>
24 番目までの各フィボナッチ数の素因数分解の結果を、Geogebra の CAS 機能を用いて求めてみましょう。また、24 番目までのフィボナッチ数の素因数分解の結果を踏まえて、「フィボナッチ数の倍数分布表」を作ってみましょう。

◆RLA2　様々な事例にあたったりして、答えの予想を立てたり、パターンを見出したりする活動
○課題 1 完成した表をもと課題 2 に取り組む．(5 分)
<u>課題 2</u>
1.
「フィボナッチ数の倍数分布表」より、2 の倍数となるようなフィボナッチ数は、どのようなパターンで表れるでしょうか。あなたの考えを書いてみましょう。その推測が成り立っているか、それより後のフィボナッチ数で確認してみよう。

2.
「フィボナッチ数の倍数分布表」より、4 の倍数となるようなフィボナッチ数は、どのようなパターンで表れるでしょうか。あなたの考えを書いてみましょう。その推測が成り立っているか、それより後のフィボナッチ数で確認してみよう。
(課題 1，課題 2 の解説　5 分)</td>
<td> 見通しを持つ
 思考して問い続ける
 コンピューターを駆使する
・中学校でも学習した素因数分解を用いて，フィボナッチ数について探究することを伝える．
・Geogebra の操作方法を説明する．
・グループで，課題 1，課題 2 に取り組むよう指示する．
・机間指導を行う．

 思考を表現に置き換える
 共に考えを創り上げる
・課題 1 について，正解となる表を配付する．
・課題 2 について，グループ全体で解答を確認する．
・作成した表と，問との関係を説明する(縦の等間隔性について)</td>
</tr>
<tr>
<td>展開 2
(12 分)</td>
<td>◆RLA2　様々な事例にあたったりして、答えの予想を立てたり、パターンを見出したりする活動
<u>課題 3</u>
$f(12)=144$ について、144 は、どのようなフィボナッチ数で割り切ることができますか。その数を挙げてみてください。また，挙げた数を$f(n)$の形で挙げてください。$f(14)=377$ でどうでしょうか。</td>
<td> 思考を表現に置き換える
 共に考えを創り上げる
・解説時に，課題 1 で作成した表との関係性を説明する．</td>
</tr>
</table>

	○課題 3 に取り組む．(10 分) (解説　　2 分)	
展開 3 (33 分)	◆RLA3 答えを予想や見出したことを、今まで習ったことなどをもとにして、数学の言葉や式で、表したり、示したりする活動 ○課題 4 に取り組む．(20 分) **課題 4** フィボナッチ数には，他にどのような性質があるでしょうか。「フィボナッチ数の倍数分布表」を拡張して、できるだけ多く挙げてみましょう。また、挙げたことをポスターにまとめてみましょう。 ◆RLA4 RLA3 までの活動や結果を、ポスター（A3、1 枚程度）にまとめる活動 ○ポスターをつくる． ◆RLA5 ポスターセッションを開催し、クラスで成果を共有したり、質問したりする活動ポスターセッション以降も教室に貼っておく． ○ポスターセッションを行う．(13 分)	 先哲の考えを手掛かりとする  新たなものを創り上げる  思考を表現に置き換える  コンピューターを駆使する ・グループにポスター用紙，作成時のためのペンを配付する． ・ポスターに貼れるように，「フィボナッチ数の倍数分布表」を配付する．  知識や技能を概念化する  互いの考えを比較する  多様な手段で説明する  知識や技能を概念化する  振り返って次へつなげる ・完成したポスターを教室に貼るよう，指示する． ・ディスカッション時の動きを説明する． **○各フィボナッチ数の素因数分解の結果から，フィボナッチ数の整除性について探究している．【見方・考え方】(ワークシートの取り組み)**
まとめ (5 分)	◆　+α (ここまで発見することは目的とはしませんが) ○まとめ(5 分) **定理** $m>2$ であるとき f(n)は f(m)で割り切れる ⇔ n は m で割り切れる	・まとめとして，【定理】を紹介する． ・定理を基に，課題 2，課題 3 で推測したことが成立することを確認する．

(ポスター案)

課題 4(ポスター)

私たちが見つけたフィボナッチ数の性質

＿＿班 ＿＿＿＿＿＿＿＿ ＿＿＿＿＿＿＿＿

＿＿＿＿＿＿＿＿ ＿＿＿＿＿＿＿＿

資料⑤－４　現実と数学の関連
（距離センサーを用いたグラフ）

Activity Sheet

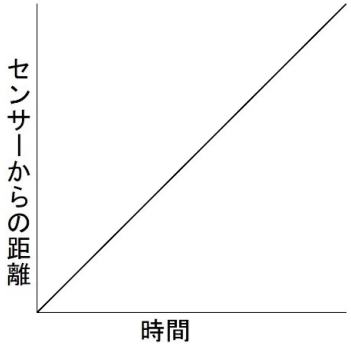
＿ 年 ＿ 組 ＿＿＿＿＿＿

問 1

見通しを持つ　思考して問い続ける　思考を表現に置き換える

次のグラフになるように歩くことにチャレンジして、計測したグラフを写しましょう。グラフ通りに歩くための工夫をメモ欄に書き出してみよう。

1



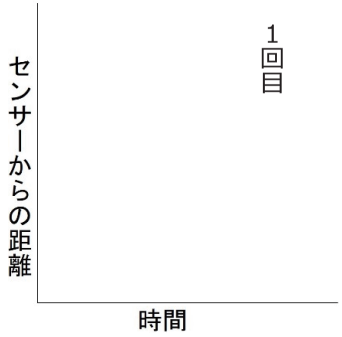
<グラフのように歩くにはどのような歩き方の工夫や注意が必要なのか、考えたことを書こう>

●

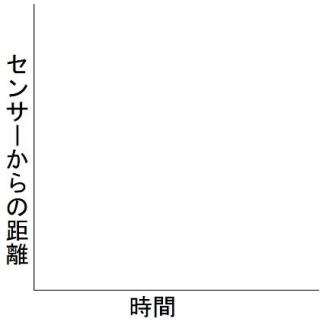
<失敗したときの理由と工夫すべき点を書こう>

●

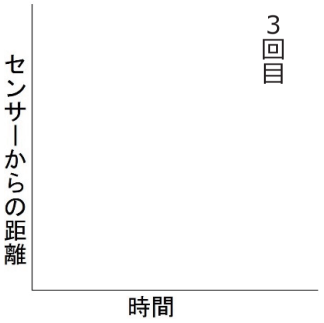
1回目



2回目

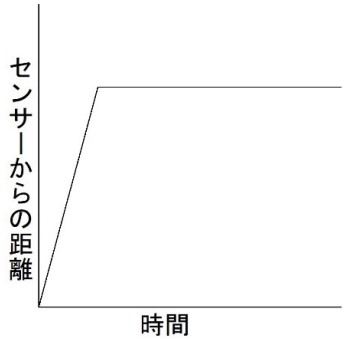


3回目

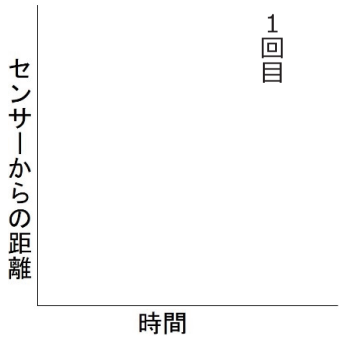


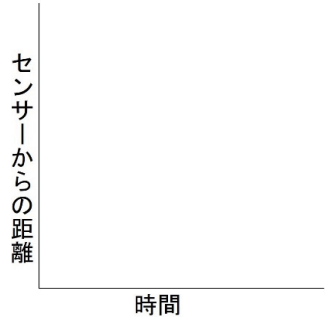
1 に関しての計測は、上手くいった ・ やや上手くいった ・ 全く違った

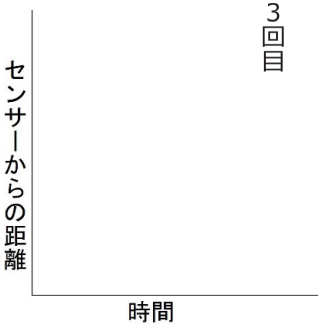
2



<グラフのように歩くにはどのような歩き方の工夫や注意が必要なのか、考えたことを書こう>	<失敗したときの理由と工夫すべき点を書こう>
●	●

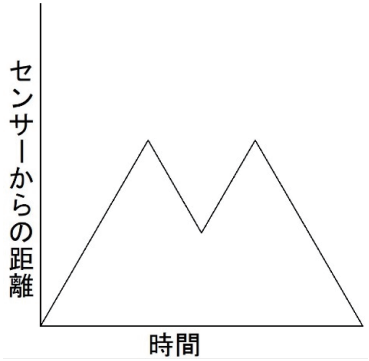






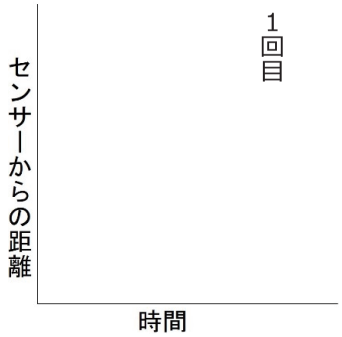
2 に関しての計測は、上手くいった ・ やや上手くいった ・ 全く違った

3

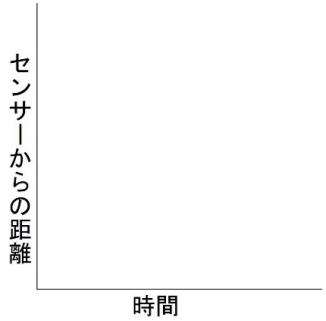


<グラフのように歩くにはどのような歩き方の工夫や注意が必要なのか、考えたことを書こう>	<失敗したときの理由と工夫すべき点を書こう>
●	●

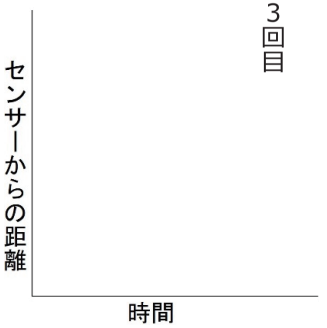
1回目



2回目

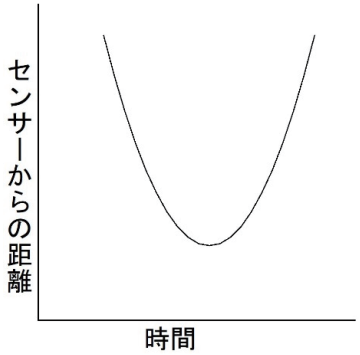


3回目

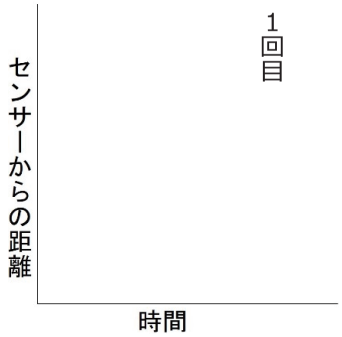


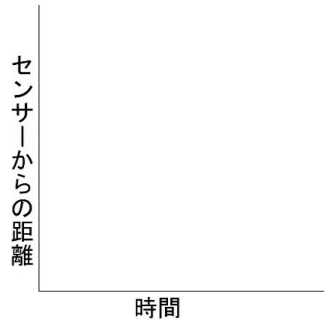
3に関しての計測は、上手くいった ・ やや上手くいった ・ 全く違った

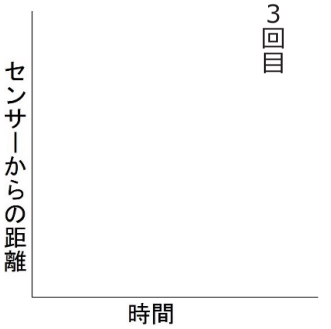
4



<グラフのように歩くにはどのような歩き方の工夫や注意が必要なのか、考えたことを書こう>	<失敗したときの理由と工夫すべき点を書こう>
●	●





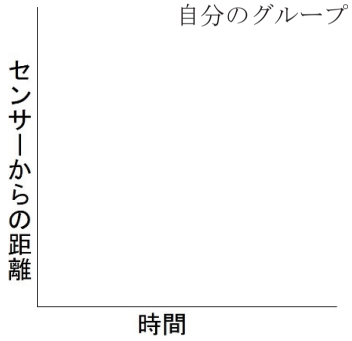


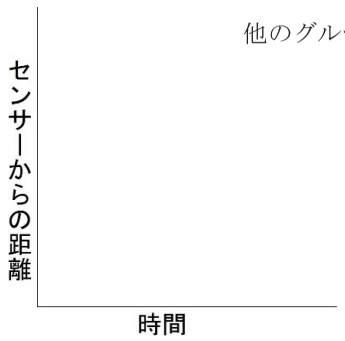
4に関しての計測は、上手くいった ・ やや上手くいった ・ 全く違った

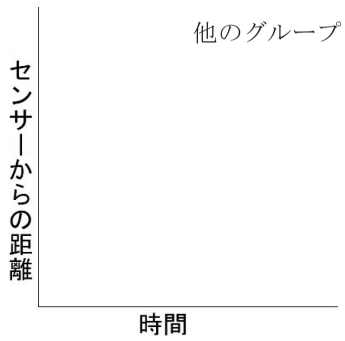
問 2 興味や関心を高める 互いの考えを比較する 共に考えを創り上げる

グループで歩きたいグラフを描いてチャレンジしてみよう。、その通りに歩くにはどうしたら良いかを考えて歩いてみよう。考えたことを書き出してみよう。
また、他のグループが歩きたいグラフについても写してみよう。

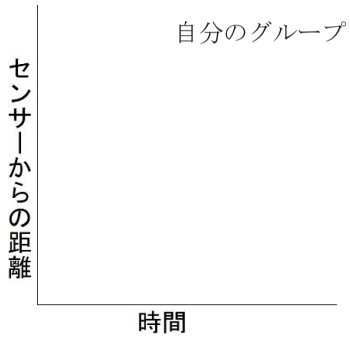
<歩きたいグラフ>

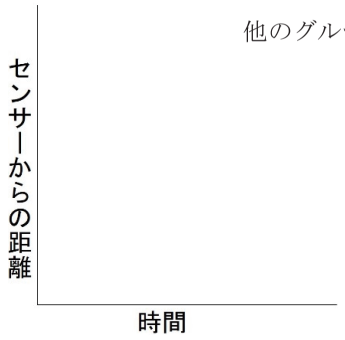


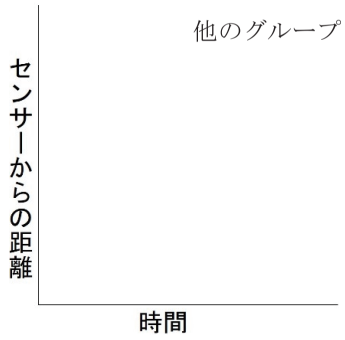




<歩いたグラフ>







<その通りに歩くにはどうしたら良いかを考えてみよう>

<他のグループが歩きたいグラフ>

問 3 振り返って次へつなげる 共に考えを創り上げる 思考して問い続ける

問 1 と問 2 を通して、歩き方と描かれたグラフについて、見つけたこと、わかったことをグループで話し合い、書き出してみよう。

＜問 1 と問 2 を通して、見つけたこと、わかったこと＞

●＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿という歩き方をすると、グラフは、＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿になる。

➢自分たちでほかにも書いてみよう。

問４ 粘り強く取り組む 協働して課題解決する 自分の考えを形成する

ボールのバウンドの動きを計測してみよう。計測する前に、どのようなグラフになるかを予測してみよう。また、計測した際のグラフと予想を比べて、どうしてそのようになるのかを考えて書き出してみよう。

<流れ>

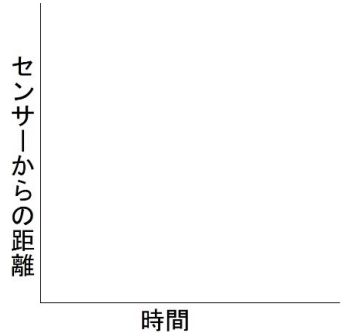
① デモンストレーションを見る。

② 計測されるグラフを考える。

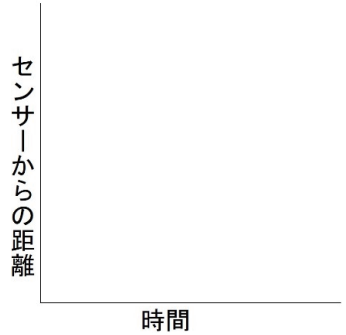
③ グラフを計測する。

④ 結果について、どうしてそのようなグラフになるかを気が付いたことを書く。

<予想>



<結果>



<どうしてこのようなグラフになったか考えよう>

問５ 粘り強く取り組む 協働して課題解決する 自分の考えを形成する

振り子の動きを計測してみよう。計測する前に、どのようなグラフになるかを予測してみよう。また、計測した際のグラフと予想を比べて、どうしてそのようになるのかを考えて書き出してみよう。

<流れ>

① デモンストレーションを見る。

② 計測されるグラフを考える。

③ グラフを計測する。

④ 結果について、どうしてそのようなグラフになるかを気が付いたことを書く。

<予想>



<結果>



<どうしてこのようなグラフになったか考えよう>

操作手順

・必要なもの

LABQUEST2、距離センサー、ケーブル、ボール、振り子



図 1　LABQUEST2



図 2　距離センサー



図 3　ケーブル

・歩行実験前の準備

歩行の実験を行う前に、LABQUEST2 と距離センサーの準備をしましょう。

１．センサーの底のふたを開け、電池を入れてふたを閉めます。



図 4　底のふたを開け、電池を入れる

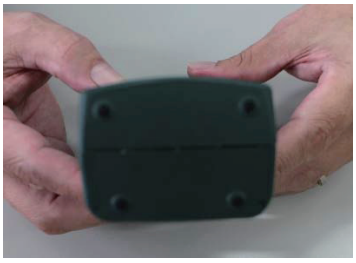


図 5　ふたを閉じる

２．LABQUEST2 の側面のカバーを開き、距離センサーとコードでつなぎます。



図 6　コードの差込口の位置



図 7　カバーを開く



図 8 距離センサー側の差込口



図 9 ケーブルでつないだ様子

3．LABQUEST2 の側面の電源ボタンを押し，ホーム画面を表示します．



図 10 側面にある電源ボタンを押す

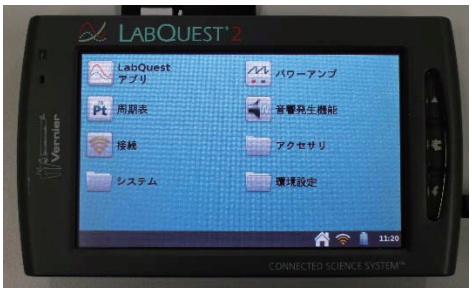


図 11 ホーム画面が表示される

これで、LABQUEST2 の基本の準備は終わりです。次に、実際に実験して計測するときの操作方法を行いましょう。

・計測時における操作(問 1 を例として)

1．最初は、図 1 のようなホーム画面が表示されています。今後、このホーム画面に戻りたい場合には、LABQUEST2 の外枠にあるホームボタンを押します。



図 1 このホーム画面に戻るには、外枠にあるホームボタンを押す

2．ホーム画面から「LabQuest アプリ」をタッチします。

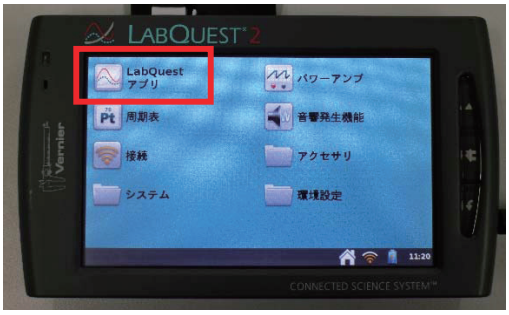




図 2 ホーム画面の「LabQuest アプリ」をタッチ　　図 3 アプリ起動直後の画面

3．画面右上のグラフのマークをタッチすると、2 つのグラフ画面が表示されます。



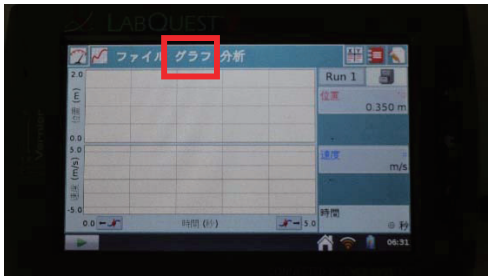


図 4 画面右上のグラフのマークをタッチする　　図 5 2 つのグラフ毛画面が表示される

4．画面上部の「グラフ」をタッチし，「グラフ表示」→「グラフ 1 」と選択すると，1 つのグラフ画面で表示されます。

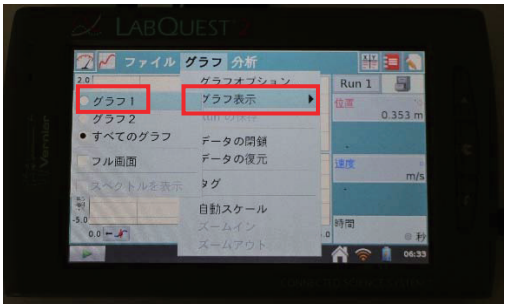




図 6 「グラフ 1 」をタッチする　　図 7 グラフが 1 つになる

5．計測を開始するには、LABQUEST2 のグラフ画面の左下にある▶マークを押します。



図 8 LABQUEST2 上での計測開始

6．問１の最初のグラフについて、１回目の計測を行いましょう。▶マークを押すと、距離センサーによる計測が開始されます。距離センサーの計測部分を歩行の方向と合わせてから、計測を開始しましょう。データの収集時間(５秒)が過ぎると自動で計測が終了し、計測した結果がグラフとしてLABQUEST2 の画面に表示されます。



図９ センサーの計測部分



図１０ １回目の計測結果の例

7．計測をもう一度やり直したい場合には、▶マークを押すことで、新しい計測結果がグラフとして表示されます。この場合、すでに記録していたグラフは消去されます。

8．１回目の計測が終わったら、画面右上の引き出しのマークをタッチします。タッチすると、新しいRUN が作成され、２回目の歩行を記録できるようになります。





図１１ 右上の引き出しのマークをタッチ

図１２ 新しいRUN 画面「RUN2」が作成される

9．新しく作成した RUN 画面で、手順７と同様にして、２回目の記録を録りましょう。





図１３ １回目の計測結果の例

図１４ ２回目の計測結果の例

１０．２つ目のグラフについて計測を行う前に、計測していたいくつかの記録結果を保存します。

画面上部の「ファイル」をタッチし、「保存」を選択します。

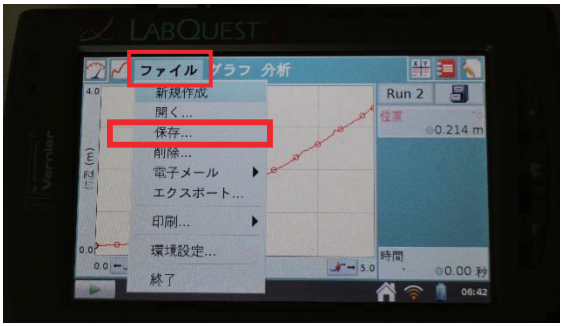


図１５「ファイル」から「保存」を選ぶ

１１．表示された画面の上部に、「data タイトルなし」と表示されている部分があるので、そこをタッチします。タッチすると、ファイル名を入力する画面が表示されます。

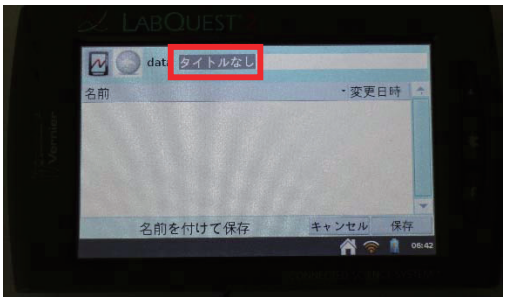


図１６　画面上部の「タイトルなし」の部分をタッチする

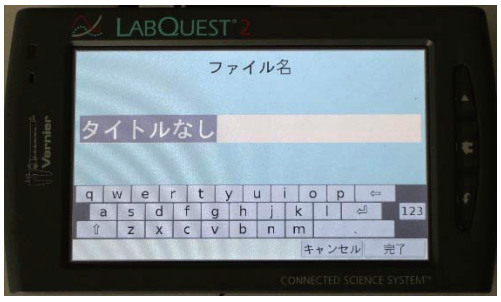


図１７　ファイル名の入力画面が表示される

１２．ファイル名を「toi1-1」とし、完了をタッチします。その後、「保存」をタッチすると、保存が完了します。

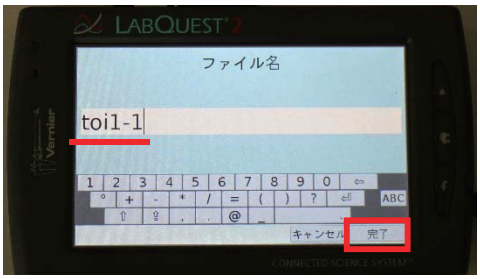


図１８　名前を入力し、右下の「完了」をタッチする

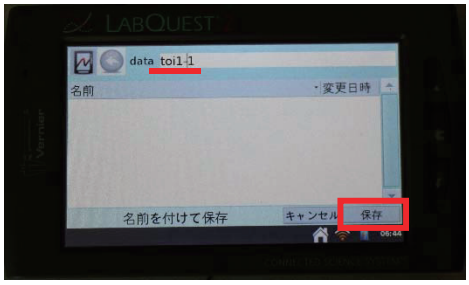


図１９　右下の「保存」をタッチする

１３．保存が終了したら、画面上部の「ファイル」→「新規作成」を選びます。

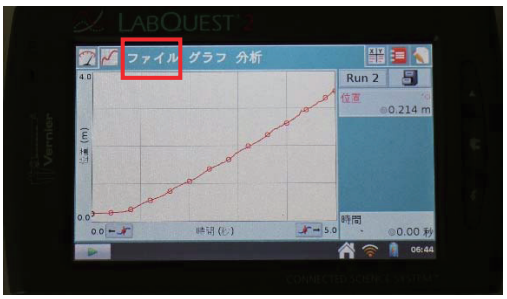


図２０　保存終了後の画面

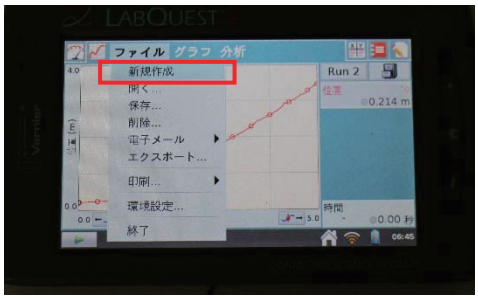


図２１「新規作成」を選ぶ

１４．新規作成を選ぶと、図２３のような画面が表示されます。手順３から９と同じようにして、
２つ目のグラフについて歩行実験の計測を行いましょう。



図２２　図５と同じ画面になる



図２３　複数回分の記録を録る

１５．記録を録ったら、手順１０から１２と同じようにして、ファイル名は「toi1-2」として保存します。

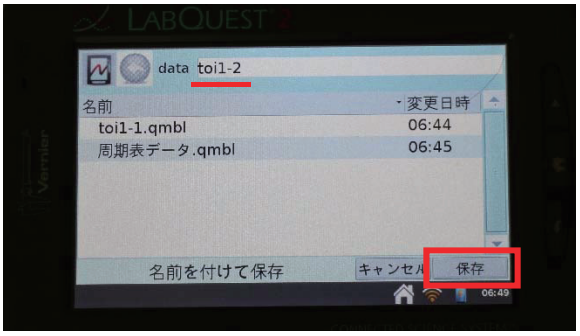


図２４「toi1-2」として保存する

１６．同様にして、３つ目のグラフと４つ目のグラフについても、測定し保存しましょう。

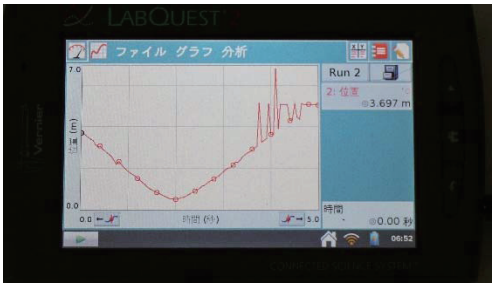


図２５　４つ目のグラフを複数回記録し、保存した後の画面

１７．この段階で、問１の各グラフに対して、１つ目のグラフの歩行実験の計測結果は「toi1-1」に、
２つ目のグラフの歩行実験の計測結果は「toi1-2」に、というように保存されています。

１８．問１の各グラフについて、**同じグラフで**歩き方の違いや計測結果のグラフの形、傾きの違いなどを
比較したい場合、以下のように操作を行います。例えば問１の１番目のグラフについて
計測結果を比較する場合、画面上部の「ファイル」→「開く」を選び、その後表示される画面で
「toi1-1.qmbl」をタッチし、「開く」をタッチします。





図２６「ファイル」→「開く」を選ぶ　　図２７「toi1-1.qmbl」→「開く」を選ぶ

１９．ファイルを開くと図３１のような画面が表示されます。画面右上のグラフマークをタッチすることで、記録していた計測結果のグラフが画面に表示されています。

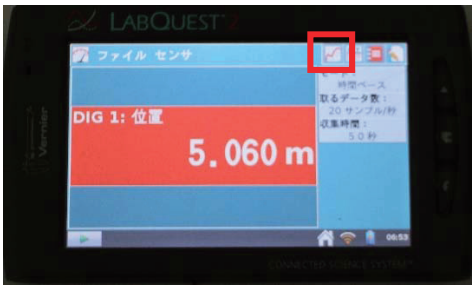




図２８　基本の画面が表示されている　　図２９　計測していたグラフが表示される

２０．画面右上の「RUN○」の部分をタッチし、「すべての RUN」を選ぶと、１つのグラフ画面にすべての計測結果のグラフを表示することができ、２つのグラフを見ながら比較させることができます。





図３０「すべての RUN」を選ぶ　　図３１　各グラフに対して行っていた計測の結果が全て表示される

問２に関しても、同様に計測を行います。問４、５に関しては、**収集時間について**デフォルトの設定の５秒から 10 秒に**変更してから**、計測を行います。収集時間の設定の変更をしてみましょう。

・収集時間の変更(問４、５)

１．ホーム画面から「LabQuest アプリ」をタッチすると、図２のような画面が表示されます。

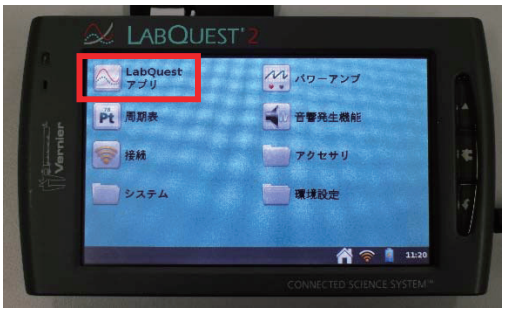


図１ 「LabQuest アプリ」を選ぶ



図２ 基本の画面が表示される

２．画面右側の「収集時間：5.0 秒」の部分をタッチすると、測定に関する基本設定の画面が表示されます。今回は、収集時間だけを 10 秒に変更し、取るデータ数、間隔については変更しません。

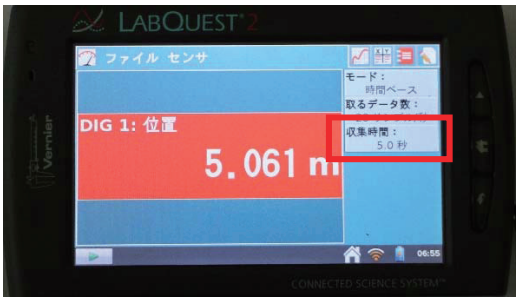


図３ 「収集時間：5.0 秒」の部分をタッチする

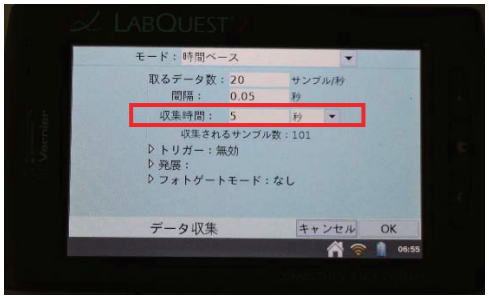


図４ 今回は収集時間のみ、変更する

３．画面の「収集時間：5 秒」の部分をタッチすると、収集時間の設定画面が表示されます。設定画面で「10」と入力し、「完了」をタッチします。

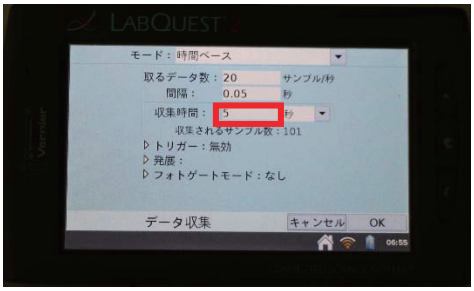


図５ 「5 秒」の部分をタッチする

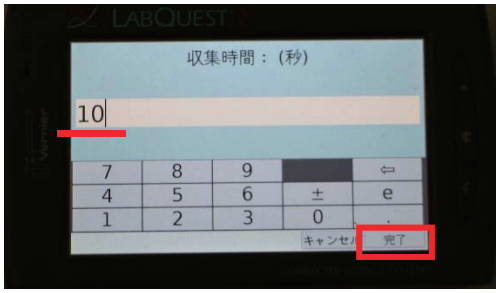


図６ 「10」に設定して、「完了」をタッチする

４．収集時間が 10 秒になっていることを確認したら、画面右下の「OK」をタッチします。その後、基本の画面に戻るので、問１と同様に、問４、５の計測を行いましょう。。

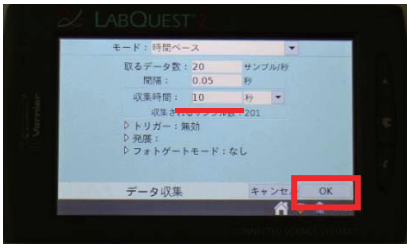


図７ 右下の「OK」をタッチする

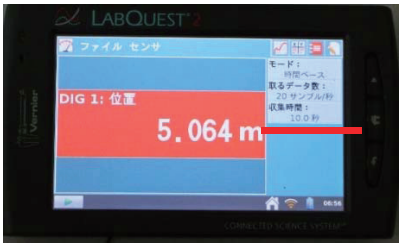


図８ 収集時間が 10.0 秒に変更されている

これで、収集時間の設定の変更についての説明は終わりです。最後に、記録したグラフ(RUN)の消去方法について、説明します。

・記録したグラフ(RUN)の削除

1．計測結果のグラフを表示する画面において、画面右上の表のマークをタッチすると、計測データがテーブルで表示されます。

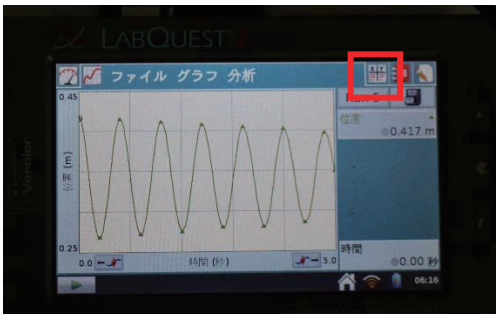


図１　右上の表のマークをタッチする

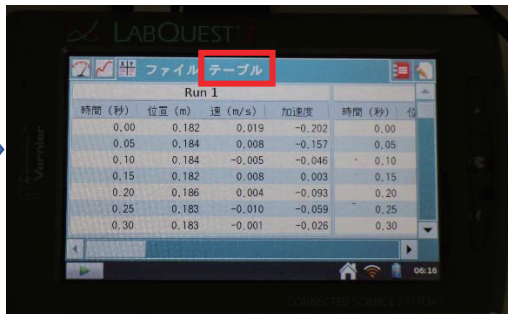


図２　データがテーブルで表示される

2．例えば「RUN5」を削除したい場合、画面上部の「テーブル」→「削除 RUN」→「RUN5」を選び、タッチします。削除に関する確認画面が出るので、「OK」をタッチしましょう。

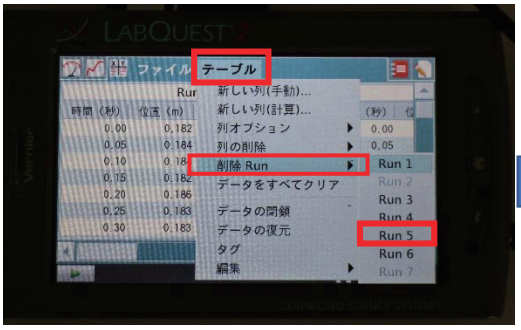


図３「削除 RUN」から削除したい RUN を選ぶ

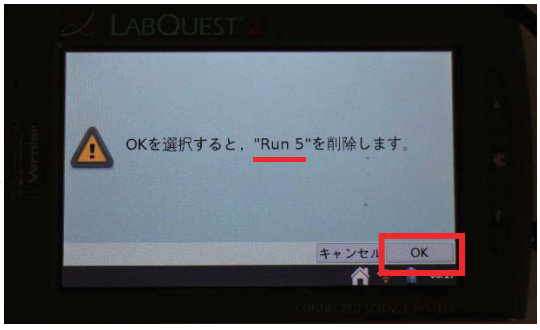


図４　確認画面で「OK」をタッチする

これで、RUN5 の削除が完了します。

「距離センサーを用いた動きのグラフ」教材の概略 (速さの概念や微分の導入として)

この授業案では、グラフ電卓(LABQUEST2)と距離センサーを用い、生徒が平均の速度と瞬間の速度を体感し理解できることを目的としています。距離センサーによって，歩いた時の位置を計測しグラフで見ることができ、瞬間の速度の導入や速度の概念の確認をすることが容易にできます。**速度は**距離÷時間の計算によって**数字のみで求めるのではなく、歩き方の違いとして体感することが可能**です。また，直線のグラフ通りに歩くことから、速さが一定＝直線の傾きが一定ととらえさせ、２点間を結ぶ直線の傾きに着目させ、平均変化率そして瞬間の速度へと内容を関連付けることが可能となっております。

さらに、２次関数のグラフ通りに歩く実験を行うことで、速度が変化している、変化させる必要があることを実際に体感できます。その後、平均変化率の変化を考え、位置と時間の関係のグラフが折れ線ではなく滑らかであることから**「瞬間の速度」の必要性、有用性に気づかせる**ことができます。

距離センサーを用いた先行研究・授業例はいくつかあります。例えば，内藤一郎ら(2000)は、グラフ電卓と距離センサーを用い、生徒に歩かせる際にセンサーとの距離をスクリーンにリアルタイムで表示し、歩く生徒にもスクリーンを見ながら歩行するようにしました、その後、直線だけでなく様々な形のグラフについて歩き、グラフと実際の現象との関係を理解させました。結果として、学生から**数学力に関係なく興味を引き出すことが可能**であること、自らの身体を使って実験に参加しその結果を討論することで、**より積極的・主体的に授業へ取り組む姿勢の形成が期待できる**ことなどを挙げています。

竹田美代子(2009)は、数種類のボールを用意し、それらが跳ねるときの位置を距離センサーで測ったときのグラフについて授業を展開しています。得られたグラフに対して、グラフ電卓上で二次関数を重ね合わせ、係数を変化させて一致するときのx^2の係数を求めると、どのボールでもほぼ同じ値になることを求め、その後クラス全体で共有しています。授業を行ったことで、**予想から始まり規則性を発見するという流れ**を体験させることができたこと、自分たちの実験から得られたデータをもとに考えることで、**自分たちで解決しようという積極性が見られた**ことなどを挙げています。

他にも、算数科における速さの導入や、数学科における２次関数のグラフ、瞬間の速度の概念の導入、身の回りの事象と関連した数学的活動を取り入れた授業などとして、距離センサーを用いた実験を行う授業の実践例があります。

本授業案は数学Ⅱの微分の導入や速さの概念の理解として行います。速度について、平均速度と瞬間速度を理解すること、そしてこれらの考え方を用いて振り子などの物体の位置・時間のグラフと速度の関係について考察すること、そして各班でまとめて発表し、全体で共有することを目標とします。

操作手順

・必要なもの

LABQUEST2、距離センサー、ケーブル、パソコン、プロジェクター、ボール、振り子

※LABQUEST2 は、ホーム画面の「接続」からパソコンと同じ Wi-Fi につないでおきます。



図 1　LABQUEST2



図 2　距離センサー



図 3　ケーブル

本授業案では、先生 1 人が機械の操作を行うことを想定しています。

・授業時間開始前の準備

1．センサーの底のふたを開け、電池を入れてふたを閉めます。

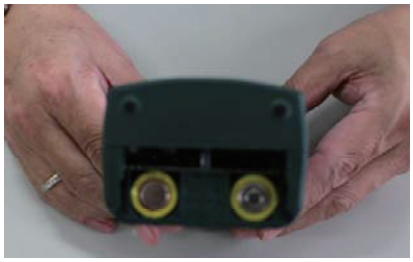


図 4　底のふたを開け、電池を入れる

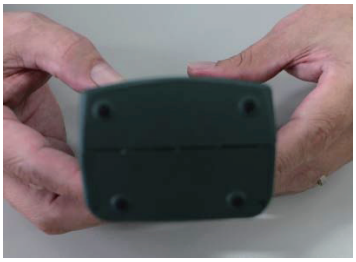


図 5　ふたを閉じる

2．LABQUEST2 の側面のカバーを開き、距離センサーとコードでつなぎます。



図 6　コードの差込口の位置



図 7　カバーを開く



図 8 距離センサー側の差込口



図 9 ケーブルでつないだ様子

3．LABQUEST2 の側面の電源ボタンを押し，ホーム画面を表示します．



図 10 側面にある電源ボタンを押す

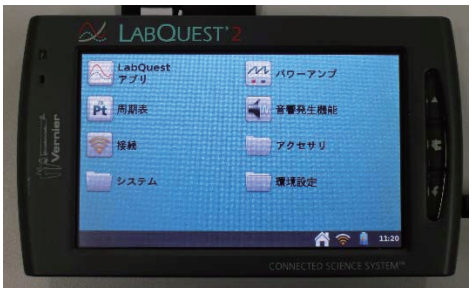


図 11 ホーム画面が表示される

4．ホーム画面の「接続」をタッチし、出てきた画面の左下にある「http://○○○○」を確認します。

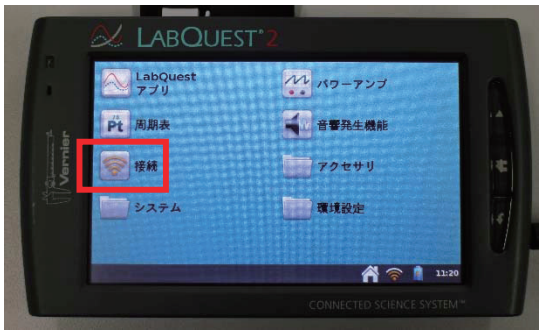


図 12 ホーム画面の「接続」をタッチする



図 13 出てきた画面の左下を確認する

5．パソコンで GoogleChrome を起動し、「http://○○○○」を打ち込みます。



図 14 GoogleChrome を起動する

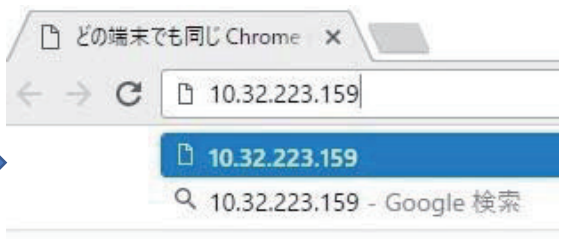


図 15 確認しておいた文字列を打ち込む

6．パソコンの画面上に、グラフ画面が表示されます。この画面は、プロジェクターでスクリーンに映しておきます。

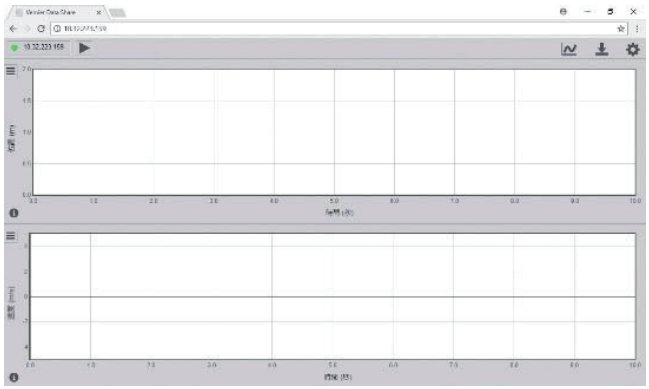


図 16 設定終了時のパソコンの画面

これで、LABQUEST2 の基本設定は終わりです。次に、授業の展開にそって、授業時間内での操作方法(測定方法など)を紹介します。

・授業時間内における操作(問 1 を例として)

1．LABQUEST2 で、外枠にあるホームボタンを押し、ホーム画面に戻ります。

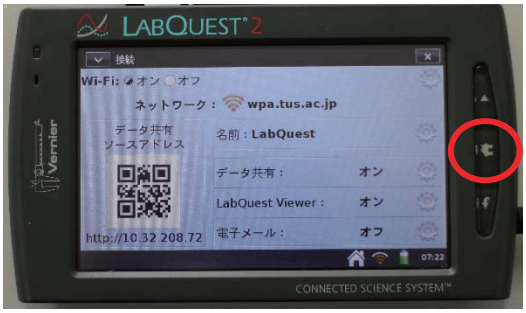


図 1 外枠にあるホームボタンを押す

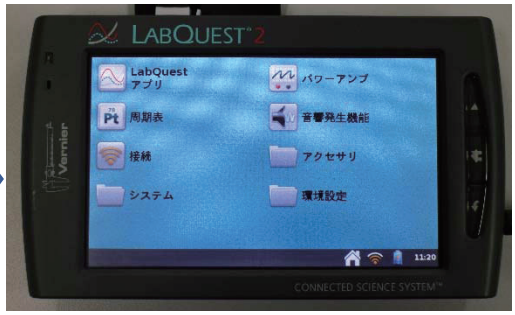


図 2 ホーム画面が表示される

2．ホーム画面から「LabQuest アプリ」をタッチします。

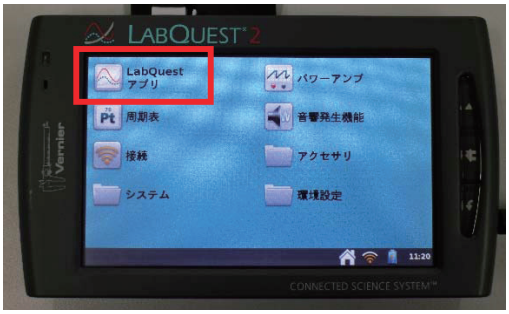


図 3 ホーム画面の「LabQuest アプリ」をタッチ



図 4 アプリ起動直後の画面

3．画面右上のグラフのマークをタッチすると、2 つのグラフ画面が表示されます。



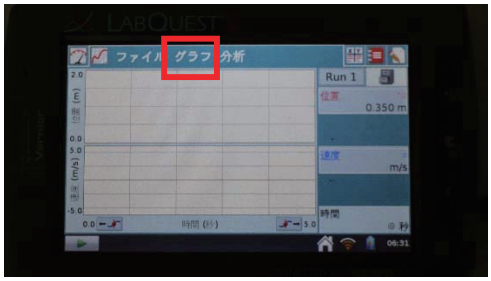


図 5 画面右上のグラフのマークをタッチする　　図 6 2 つのグラフ毛画面が表示される

4．画面上部の「グラフ」をタッチし，「グラフ表示」→「グラフ 1 」と選択すると，1 つのグラフ画面で表示されます．

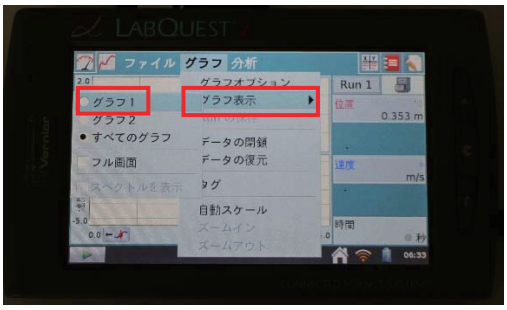
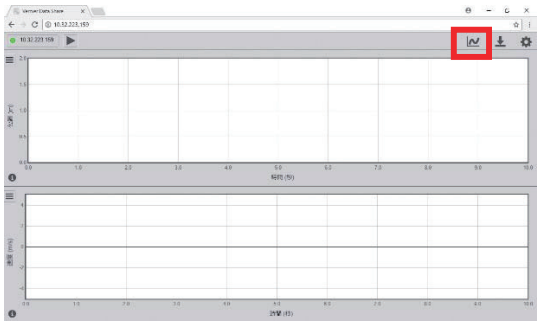




図 7 「グラフ 1 」をタッチする　　図 8 グラフが 1 つになる

5．パソコンの画面も、グラフの表示を 1 つにします。パソコンの画面右上にあるグラフのマークをクリックし、「1Graph」を選択すると、LABQUEST2 の画面と同じく 1 つのグラフ画面が表示されます。



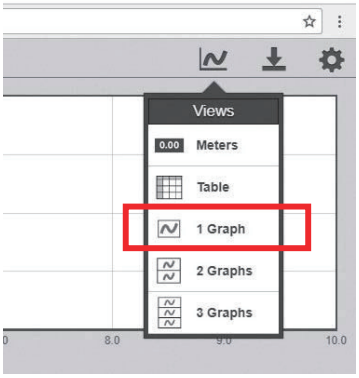


図 9　右上のグラフのマークをタッチする　　図 1 0 「1Graph」を選択する

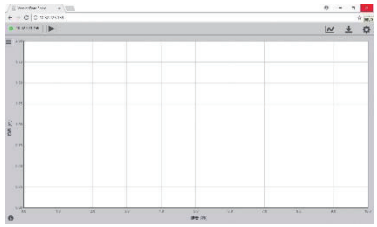


図 1 1　1 つのグラフ画面となる

6．計測を開始するには、LABQUEST2 のグラフ画面上にある▶マーク、あるいはパソコンのグラフ画面上にある▶マークを押します。



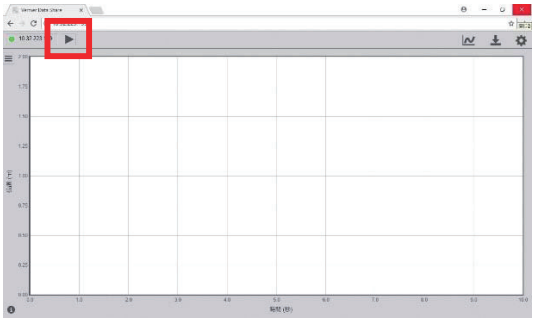


図１２　LABQUEST2 上での計測開始　　図１３　パソコン上での計測開始

7．問 1 の最初のグラフについて、1 班目の計測を行います。▶マークを押すと、距離センサーによる計測が開始されます。データの収集時間(5 秒)が過ぎると自動で計測が終了し、計測した結果がグラフとして LABQUEST2 とパソコンの画面に表示されます。



図１４　１班目の計測結果の例

8．計測をもう一度やり直したい場合には、▶マークを押すことで、新しい計測結果がグラフとして表示されます。この場合、すでに記録していたグラフは消去されます。

9．１つ目の班の計測が終わったら画面右上の引き出しのマークをタッチします。タッチすると、新しい RUN が作成され、別の班の歩行を記録できるようになります。





図１５　右上の引き出しのマークをタッチ　　図１６　新しい RUN 画面「RUN2」が作成される

１０．新しく作成した RUN 画面で、手順 7 と同様にして、2 つ目の班の記録を録ります。



図１７　１班目の計測結果の例



図１８　２班目の計測結果の例

１１．次のグラフについて記録を録る前に、あらかじめこれら２つの記録結果を保存します。

画面上部の「ファイル」をタッチし、「保存」を選択します。

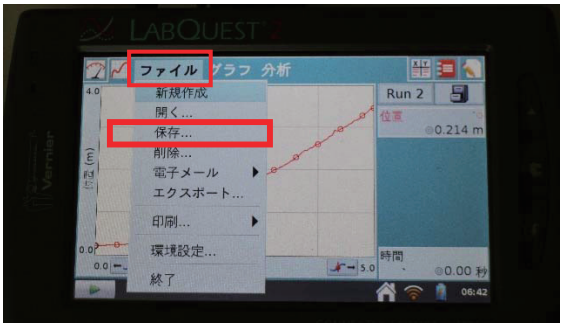
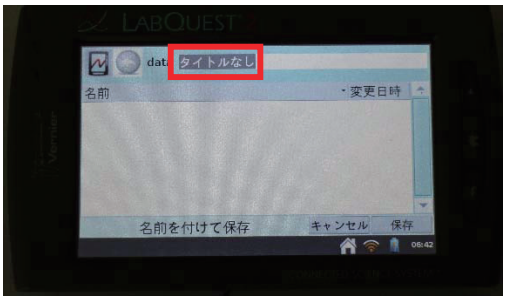


図１９「ファイル」から「保存」を選ぶ

１２．表示された画面の上部に、「data　タイトルなし」と表示されている部分があるので、そこをタッチします。タッチすると、ファイル名を入力する画面が表示されます。



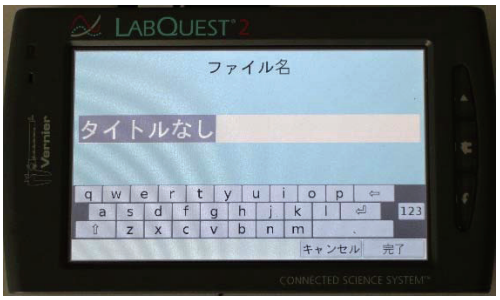
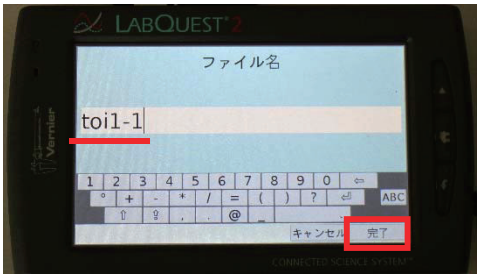


図２０　画面上部の「タイトルなし」の部分をタッチする　　図２１　ファイル名の入力画面が表示される

１３．ファイル名を「toi1-1」とし、完了をタッチします。その後、「保存」をタッチすると、保存が完了します。



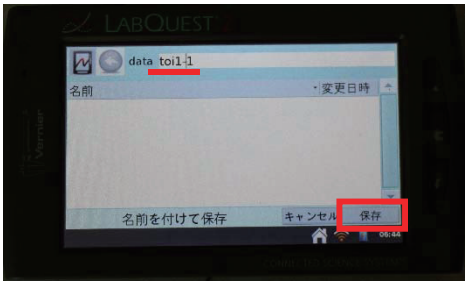


図２１　名前を入力し、右下の「完了」をタッチする　　図２２　右下の「保存」をタッチする

１４．保存が終了したら、画面上部の「ファイル」→「新規作成」を選びます。

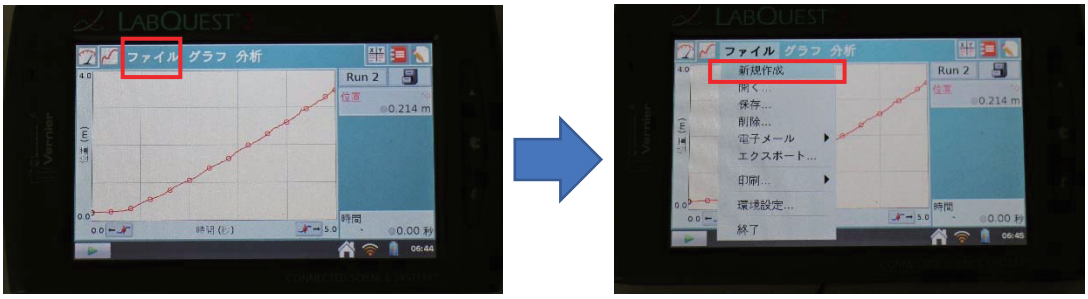


図２３　保存終了後の画面　　図２４「新規作成」を選ぶ

１５．新規作成を選ぶと、図２５のような画面が表示されます。手順３から手順１０と同じようにして、２つ目のグラフについて、２班分の記録を録ります。

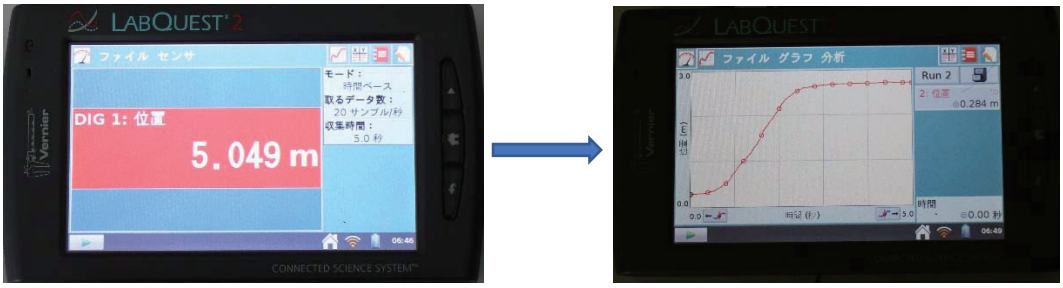


図２５　図５と同じ画面になる　　図２６　２班分の記録を録る

１６．記録を録ったら、手順１１から１３と同じようにして、ファイル名は「toi1-2」として保存します。

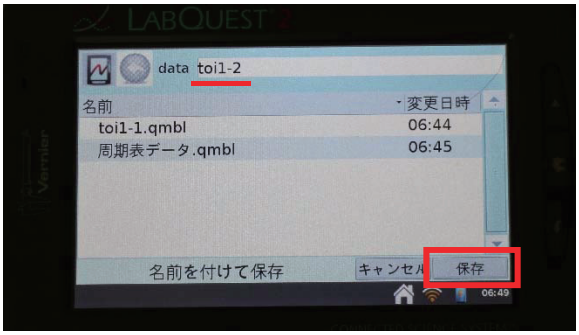


図２７「toi1-2」として保存する

１７．同様にして、３つ目のグラフと４つ目のグラフについても、測定し保存します。

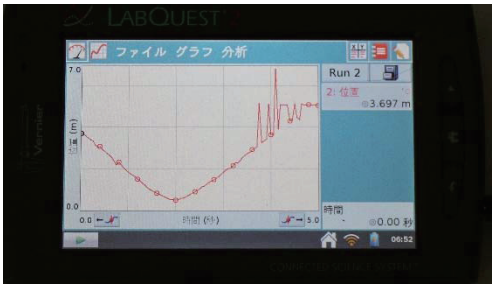


図２８　４つ目のグラフを２班分記録し、保存した後の画面

１８．この段階で、問１の各グラフに対して、１つ目のグラフの歩行実験の計測結果は「toi1-1」に、２つ目のグラフの歩行実験の計測結果は「toi1-2」に、というように保存されています。

１９．問１の各グラフについて、**同じグラフで**歩き方の違いや計測結果のグラフの形、傾きの違いを**比較したい場合の操作方法**について、説明します。問１の１番目のグラフについて、２つの班の記録を比較する場合、画面上部の「ファイル」→「開く」を選び、その後表示される画面で「toi1-1.qmbl」をタッチし、「開く」をタッチします。



図２９「ファイル」→「開く」を選ぶ

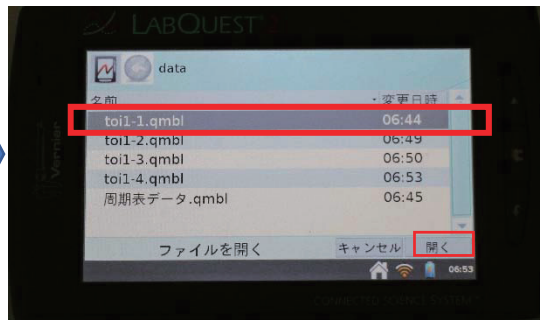


図３０「toi1-1.qmbl」→「開く」を選ぶ

２０．ファイルを開くと図３１のような画面が表示されます。画面右上のグラフマークをタッチすることで、記録していた計測結果のグラフが画面に表示されています。

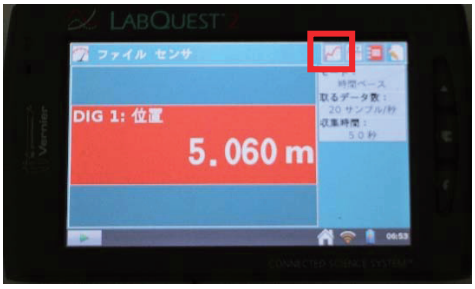


図３１　基本の画面が表示されている



図３２　計測していたグラフが表示される

２１．画面右上の「RUN2」をタッチし、「すべての RUN」を選ぶと、１つのグラフ画面にすべての計測結果のグラフを表示することができ、２つのグラフを見ながら比較させることができます。



図３３「すべての RUN」を選ぶ

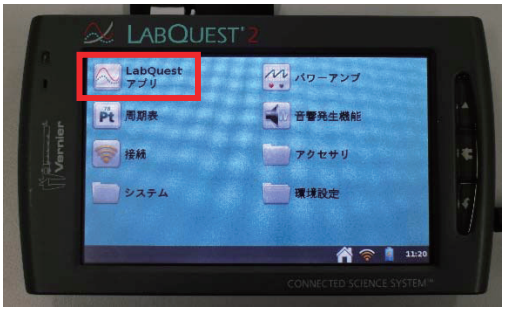


図３４　１班目及び２班目の計測結果が表示される

問２に関しても、同様に計測を行います。問４に関しては、**収集時間について**デフォルトの設定の５秒から 10 秒に**変更してから**、計測を行います。収集時間の設定の変更について、説明します。

・収集時間の変更(問４)

１．ホーム画面から「LabQuest アプリ」をタッチすると、図２のような画面が表示されます。



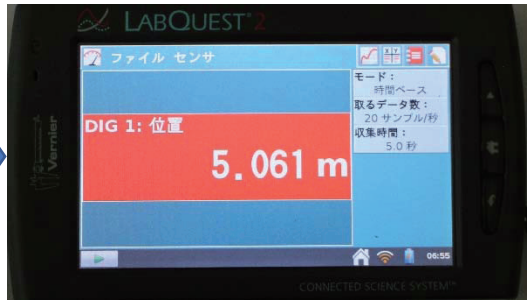
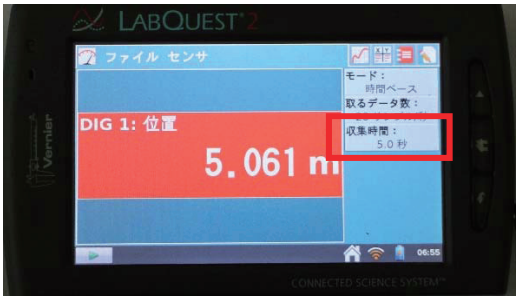


図１ 「LabQuest アプリ」を選ぶ　　図２ 基本の画面が表示される

２．画面右側の「収集時間：5.0 秒」の部分をタッチすると、測定に関する基本設定の画面が表示されます。今回は、収集時間だけを 10 秒に変更し、取るデータ数、間隔については変更しません。



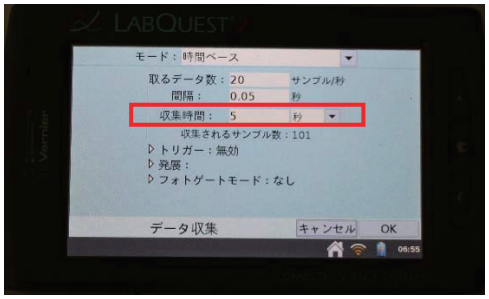
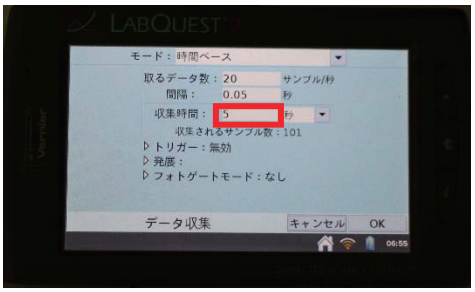


図３ 「収集時間：5.0 秒」の部分をタッチする　　図４ 今回は収集時間のみ、変更する

３．画面の「収集時間：５秒」の部分をタッチすると、収集時間の設定画面が表示されます。設定画面で「10」と入力し、「完了」をタッチします。



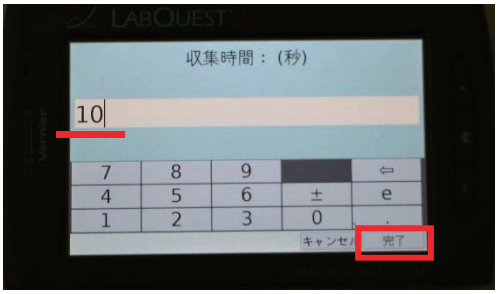


図５ 「５秒」の部分をタッチする　　図６ 「10」に設定して、「完了」をタッチする

４．収集時間が 10 秒になっていることを確認したら、画面右下の「OK」をタッチします。その後、基本の画面に戻るので、問１と同様に計測を行います。

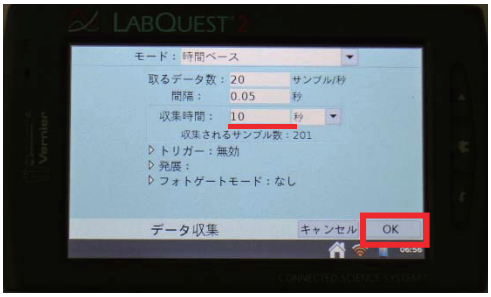


図７　右下の「OK」をタッチする

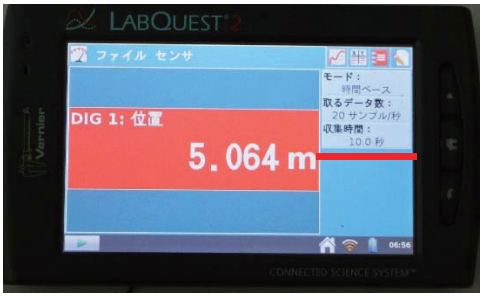


図８　収集時間が 10.0 秒に変更されている

これで、収集時間の設定の変更についての説明は終わりです。最後に、記録したグラフ(RUN)の消去方法について、説明します。

・記録したグラフ(RUN)の削除

１．計測結果のグラフを表示する画面において、画面右上の表のマークをタッチすると、計測データがテーブルで表示されます。

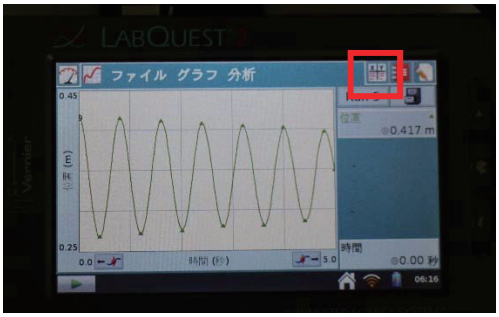


図１　右上の表のマークをタッチする

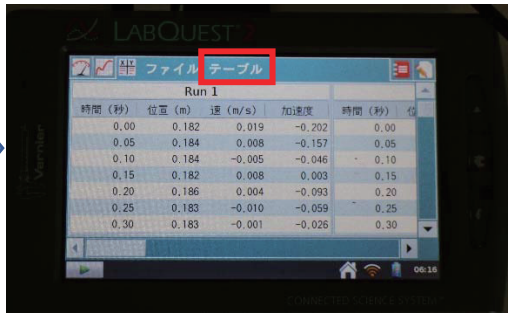


図２　データがテーブルで表示される

２．例えば「RUN5」を削除したい場合、画面上部の「テーブル」→「削除 RUN」→「RUN5」を選び、タッチします。削除に関する確認画面が出るので、「OK」をタッチします。

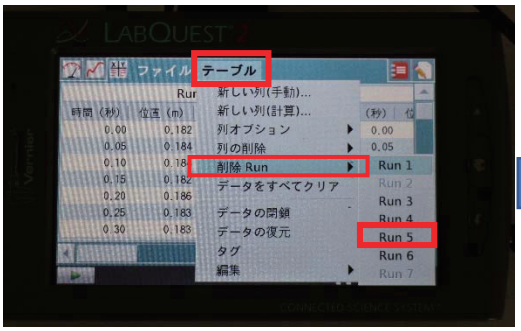


図３　「削除 RUN」から削除したい RUN を選ぶ

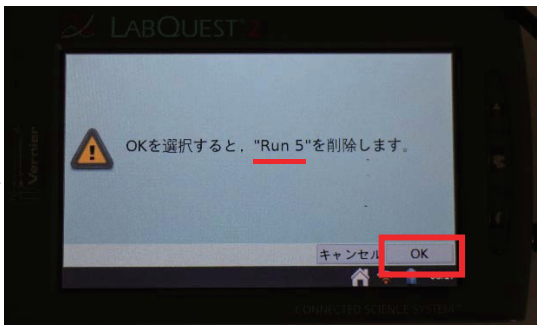


図４　確認画面で「OK」をタッチする

これで、RUN5 の削除が完了します。

データ計測に関する注意点

・問１，２

□距離センサーの向きと、生徒が歩く方向(床に張ったテープ)が一致するようにします。

□計測する際には、体を大きく傾けたり、曲げたりしないように生徒に注意します。

□速い運動を記録する際には、走らずに早歩きで行わせるようにします。

□必要であれば箱などを積むなどして、距離センサーの計測部分が生徒の背中から腰のあたりに来るように高さを調節します。

□生徒に歩行させる際には、他の班も必ず作業を中断して観察を行うように指導します。

・問４、５

□ボールはどうしても前後左右にはねてしまうので、距離センサーを高さ一定で水平に保ちつつ、計測部分をボールにあうように動かしてもらうように指示します。

□ボールは小さすぎると計測部分から外れやすくなるので、大きめのものを用意します。

□振り子は、机の端に垂らして揺らした後、計測できるよう距離センサーを置ける場所があることを確認します。

□振り子と距離センサーの間は 30 センチほどあけておきます。

□振り子を揺らし振れる方向と距離センサーの向きが一致していることを確認してから計測を開始します。

授業を行う先生へ　本授業の展開と目的

本授業では、歩く実験を通して、**平均の速度および瞬間の速度を理解させる**ことを目標とします。事前の準備として、グラフ電卓(LABQUEST2)、距離センサー、パソコン、プロジェクターを使えるようにしておき、教室の真中を歩けるように、生徒に席を移動させるよう指示しておきます。真中には、計測がしやすいようにテープを床に一直線に張ります。グラフ電卓の画面は、パソコンを通してプロジェクターで投影し、生徒全員がグラフを確認できるようにします。

授業人数は 40 人で、5 人ずつの 8 班に分かれて活動を行うとし、生徒はまだ微分を学んでいない状況であり、本授業は微分の導入として 2 時間かけて教室で行うと想定します。

問 1

問 1 では，**速度と得られたグラフの傾きとの関係に気づかせる**ことを目的としています。グラフは直線、折れ線、2 次関数のグラフと合わせて 4 つありますが、1 つのグラフにつき 2 班ずつを割り当てます。その後、各班でどう歩けばよいかを予想させてから、各班で代表者を選んでもらい、実際に歩かせます。

計測する際、距離センサーは真中のテープと合うように向きを調整し、机の上に置いておきます。1 班の計測が終わったら、新しい RUN を作成し(操作手順 9)、次の班の計測を開始します。



図 1 教室の様子(一例)

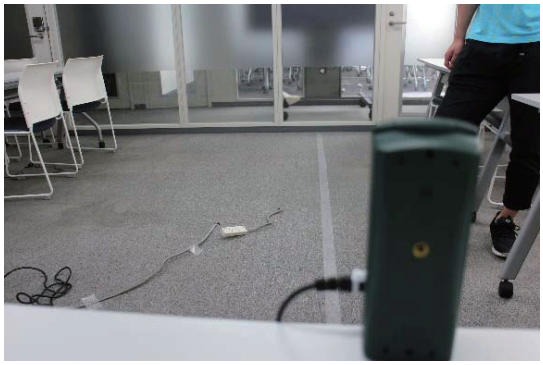


図 2 距離センサーの向き

生徒に歩行させる際には、**他の班も全員作業を中止させて観察を行わせる**ようにします。歩行の様子とグラフについて気づいたことに関しては、各班でまとめさせておきます。

同じグラフについて、2 つの班の違いを比較したい場合には、操作手順の１９から２１を参考に、1 つのグラフ画面に 2 つの計測結果を表示します。

観察や考察を行った後、得られたグラフを比較しつつ、直線の傾きを急にするにはどうすればよいか、折れ線の折れる回数を増やすにはどうすればよいか、放物線の開き具合を広くするにはどうすればよいかを発問します。この時点では明確な答えは教えずに、次の問 2 に取り組ませます。

問２

問２では、問１で各班考えたことから、自分たちが歩きたいグラフを**どう歩けば実現できるかを予想**し、**その考えが適用できるかを確認させる**ことを目的としています。

問１最後の発問を踏まえ、各班で歩きたいグラフを３つ考えさせます。計測の際には、各班で１つグラフを選ばせ、そのグラフを電子黒板のカメラ機能を使って黒板の画面に表示します。計測は問１と同様に行い、歩行の最中は他の班も観察に集中させるようにします。問１と比べると、歩行がうまくいかずもう少しやり直したいという場合も出てくると考えられますので、問２では計測時間を多めにとっています。

８つのグラフについて、できれば折れ線と２次関数のどちらかに偏ることがないように注意します。

問３

問３では、グラフの直線の傾きと速度の関係について理解させた後、**２次関数において速度からグラフの傾きを考えることができるようにする**こと、そして速度を変えるタイミングを限りなく多くすることで**「瞬間の速度」の必要性に気づかせる**ことを目的とします。

問１、２において、歩行の様子とグラフの形から見つけたこと、分かったことについて各班でまとめさせます。この際、生徒が**速度に注目しているかどうか**を確認します。

各班でまとめさせた後、教師から説明を行います。ここでは、直線のグラフにおいては横軸の時間と縦軸の位置に対して「グラフの傾き」が速度になっていることと、複数のグラフを比較させることで傾きが急なら速い、緩やかなら遅いことを理解させます。

その後、２次関数のグラフの歩行では実際にどう歩いていたか、速度はどう変化していたかを確認します。そして、グラフ上の５点を選び、点と点を結んで折れ線を作って速度を考えることで、「平均の速度」について考えさせます。点を 10 個、さらにもっと多くと増やしていくと、次第に２次関数のグラフに近づいているが、まだ折れ線のグラフであることを確認します。そして、２次関数の滑らかなグラフにするためには、**常に速度を変化させる必要がある**ことに気づかせます。最終的に、点の数を限りなく増やすことを考え、「瞬間の速度」の考え方について気づかせます。

問４、５

問４、５では、跳ねるボールや振り子など**身の回りの運動に関して、瞬間の速度の考え方を用いて**、実際の運動の様子や得られたグラフの形とも結びつけつつ**考察させる**ことを目的とします。

問４、５では、バウンドするボールの運動と、振り子の運動について、**計測を行う前に**まず、各班でグラフを**予想させます**。予想させる際には理由も考えさせるようにします。その後で計測を行い、実際のグラフと予想したグラフとを比較し、計測したグラフが何故そうなるかを考察させます。最後に、それらをポスターに

まとめさせて、授業をまとめます。

バウンドするボールの運動の計測に関しては、生徒 2 名に協力してもらいます。

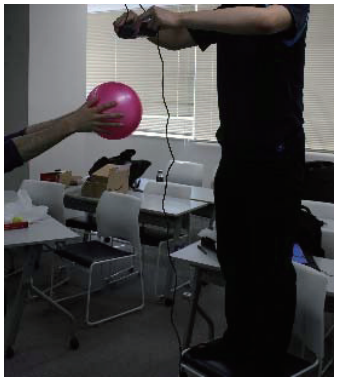


図 3 ボールのバウンドの計測の様子

図 3 のように、1 人はボールを持ち、もう 1 人は距離センサーを持って、計測部分を下にしてボールに合うように持ってもらいます。教員はグラフ電卓を操作し、教員の合図とともにボールを放させて、バウンドするボールの運動のグラフを記録します。

振り子の運動に関しては、教壇または机の端に振り子を垂らし、テープで机に固定します。そして、横に椅子を置き、横から距離センサーで計測を行います。



図 4 振り子の運動の計測の様子

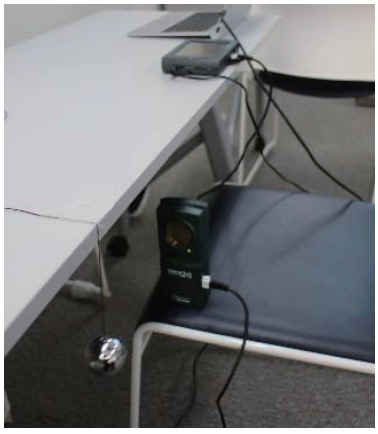


図 5 斜め上から見た様子

距離センサーは振り子の高さと同じになるように調整します。そして振り子を距離センサーの計測部分と一致するように振り、計測を行います。この時、振り子の振れる様子とプロジェクターで写したグラフ画面の両方を生徒全員が見えるようにします。

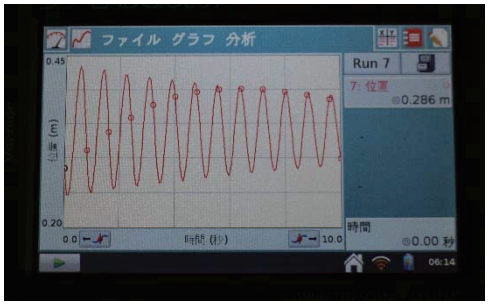


図６　振り子の運動の計測結果の例

計測が終わった後、結果と予想を比較し、結果のグラフがなぜそうなったかを考察させます。**予想と結果**、**結果のグラフがそのような形になった理由**について、最終的にポスターにまとめさせます。考察する際には、実際の運動の様子とグラフの対応を考え、瞬間の速度の考え方を用いていることが望ましいです。

ポスター作成の後、ポスター発表を行い、**各班の意見を全体で共有**させます。ポスター発表は、教室の８か所を用いて掲示し、発表１回あたり３分を目安として６回行います。各班で発表者を決め、他の班員は他の班で気になる発表を見に行くことと、発表者は毎回交代することを指示します。作成したポスターについては、授業終了後も別の場所に掲示し、見ることができるようにします。

最後に、問１から５で計測したグラフの特徴、平均速度や瞬間速度について簡単な発問をした後、本時のまとめを行います。

指導案

1. 本時のねらい

・実験を通して、平均の速度、瞬間の速度を理解させる。

2. 準備

・授業開始前に、グラフ電卓、距離センサー、パソコン、プロジェクタを使える
ように準備しておき、教室の真中をまっすぐ歩けるように席を動かしておく。
グラフ電卓の画面は、プロジェクタで映し出し、生徒全員がグラフを確認できる
ようにする。(プロジェクタ等により電子黒板・デジタル教科書を提示に利用する。)
ポスター案は、拡大印刷で用いる。倍率は、141%



3. 展開

時間	学習活動	指導上の留意点
導入 (29 分)	**◆RLA1 問題や場面を理解する活動** ○**問 1** に取り組む。(6 分) ○割り当てられたグラフについて、どのように 歩行すれば、グラフ通りになるか予想する。 **◆RLA2 様々な事例にあたったりして、答えの予想を立てたり、パターンを見出したりする活動** ○各班で代表一人を選び、実際に歩く。 ○他の班の歩行やグラフについても観察し、 気づいたことはノートにまとめる。	●本授業の全体の流れについて説明する。 グラフ電卓と距離センサーについて説明も 行う。(4 分) ●問 1 の活動について説明する。 ●1 つのグラフにつき 2 班ずつ割り当て、 各班で予想をさせる。その後、各班の 代表 1 人に、実際にグラフの通りに 歩かせる。 ●予想や考察は各班で行わせる。実際に 歩いてグラフを出すときは作業を中断 させ、全員に観察をさせる。 多様な手段で説明する ●歩行の様子とグラフを見て気づいたことは まとめさせておく。

	発問(9 分) ✓直線の傾きを急にするにはどう歩けば良いか。 ✓折れ線の折れる回数を増やすにはどう歩けば良いか。 ✓放物線の開き具合をもっと広くするにはどう歩けば良いか。 <予想される反応> 等速で早く歩く、走る、行ったり来たりする回数を増やす、進んで一時停止して戻って一時停止して進む回数を増やす。	●問 1 を行った後に、左のような発問を行い生徒の反応を見て、生徒から意見を拾い上げて問 2 に繋げられるきっかけづくりをする.(発問に関しては、明確に答えを教えないとする。)
	◆RLA1 問題や場面を理解する活動 ○**問 2** に取り組む。(10 分) ○「歩きたいグラフ」を 3 つ考える。そのうち 1 つを選び、実際にどのように歩けばいいかを考える。	●問 2 の活動について説明する。 ●各班で「歩きたいグラフ」を 3 つ考えさせる。その後、各班内で考えたグラフから 1 つを選ばせる。 ●全部の班に「どのようなグラフを歩こうとしているのか」が見えるように、電子黒板に写す。
	◆RLA2 様々な事例にあたったりして、答えの予想を立てたり、パターンを見出したりする活動 ○代表者が実際に歩く。 ○他の班のグラフや歩行も観察し、気づいたことやグラフと歩行の特徴などをまとめさせる。	●問 2 も先程と同様、歩くときには全員が観察するようにする。 多様な手段で説明する ●歩行の様子とグラフを見て気づいたことはまとめさせておく。

展開 1 (21 分)	**◆RLA3 答えを予想や見出したことを、今まで習ったことなどをもとにして、数学の言葉や式で、表したり、示したりする活動** ○**問３**に取り組む。(11 分) ○問 1 や問 2 から見つけたこと、わかったことをまとめる。	●問 3 の活動について説明する。 ●問 1 と問 2 から見つけたこと、わかったことをまとめさせる。その際、机間指導を行い、生徒が速さに注目しているかを把握する。 ●平均の速さと瞬間の速さについて、問 1 と問 2 を用いて説明する。(10 分)
展開 2 (47 分)	**◆RLA4　RLA3 までの活動や結果を、ポスター（A3、1 枚程度）にまとめる活動** ○**問４と問５**を取り組む。(15 分) ○ボールのバウンドと振り子の動きから描かれるグラフを予想する。その後、実験を観察する。 ○予想と結果を比較し、結果のグラフがどうしてそのようになったのかを考える。	●問 4 と問 5 の活動について説明する。 ●ボールのバウンスや振り子のデモンストレーションを行い、生徒にグラフを予想させる。 ●生徒に予想させる。その際は、理由をメモ欄に書くように指示をする。その後、実験を行い、生徒に観察させる。 知識や技能を概念化する ●生徒に予想と結果を比較し、結果のグラフがどうしてそのようになったのかを考えさせる。その際は、机間指導を行い、平均の速さ、瞬間の速さに注目しているかを把握する。

	○**ポスターを完成**させる。(12 分) 振り返って次へつなげる 多様な手段で説明する 互いの考えを比較する 知識や技能を概念化する	●ポスターを作成させる。
	評価 グループで平均の速さと瞬間の速さの観点から実験を通して、グラフの分析を行い、見つけたことやわかったことをまとめることができる。(Activity Sheet への取り組み)【見・考】 基準 A：グループで平均の速さと瞬間の速さの観点から実験を通して、グラフの分析を行い、見つけたことやわかったことをまとめることができる。 B：平均の速さと瞬間の速さの理解が難しかったが、グラフの概形でグラフの分析は行い、見つけたことやわかったことをまとめることができる。 C：平均の速さと瞬間の速さの理解が難しく、グラフの概形でグラフの分析は行えたが、見つけたことやわかったことをまとめることができない。	
	◆RLA5 ポスターセッションを開催し、クラスで成果を共有したり、質問したりする活動 **ポスターセッション以降も教室に貼っておく。** ○**ポスター発表**を行う。(20 分)	●ポスター発表は、教室の八か所にそれぞれに掲示する。班での発表は 1 回あたり 3 分を目安として、6 回行う。生徒には、気になる発表へ見に行くように促す。
まとめ (3 分)	○本時のまとめ	●問を用いて、平均の速さや瞬間の速さに関しての簡単な質問を全体に投げかけて、本時のまとめを行う。

（ポスター案　1/2）

＿＿ 班　班員 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

✧問 1 と問 2 の結果を書こう。

✧問 3 について(問 1 と問 2 で考えたことわかったこと)を書こう。

✧問 4 と問 5 で考えたグラフの予想とその理由を書こう。

（ポスター案　2/2）

✧結果を見て、班の予想と比較して結果のグラフがどうしてそうなったのかを書こう。

✧全体を通して、動きとそのグラフについてわかったことをまとめて書こう。

平成29年度教員の資質向上のための研修プログラム開発支援事業
ICTを活用したRLA（Researcher Like Activity：研究者を模した探究活動）導入研修プログラム（数学教育を事例として）資料集

平成30年2月28日

編集・発行：東京理科大学 教育支援機構 教職教育センター /理数教育研究センター
川口市教育委員会

※本プログラムは、独立行政法人教職員支援機構の委嘱事業です。