

2022 年度 理学研究科 科学教育専攻

一般入学試験 小論文課題

注意事項：

1. 数学コースを希望する者は、B 数学分野の 1, 2, 3 を全て回答すること。
2. 理科コースを希望する者は、C 理科分野の物理、化学、生物の 3 分野から 2 分野を選択して回答すること。
3. 回答は、A4 版用紙に、1 ページあたり 40 字×40 行として、フォントサイズは 10.5 ポイント、横書きで作成すること。なお提出には、A4 用紙を用いるが、片面のみ使用可とする。
4. 適宜、図表等を挿入しても差し支えない。
5. 各ページの下部中央に、ページ番号を算用数字（1, 2, 3, …, n）で記入すること。

A 教職分野(両コース共通課題)

中央教育審議会『「令和の日本型学校教育」の構築を目指して～全ての子供たちの可能性を引き出す、個別最適な学びと、協働的な学びの実現～(答申)』(令和3年1月26日)では、急激に変化する時代の中において学校教育が育むべき資質・能力について示すと共に、2020年代を通じて実現すべき「令和の日本型学校教育」の姿を提言している。これを踏まえ、あなたが志望している学校では、どのように教育活動に取り組み、どのような指導をしていくのかについて論じよ。

なお、引用文献および参考文献は区別して、論述の最後に文献一覧を明記すること。

(A4用紙3枚)

B 数学分野

1. 次の英文を和訳せよ。(ただし, \mathbf{x}' はベクトル値関数 $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ の導関数とする)

7.5 Homogeneous Linear Systems with Constant Coefficients

In this section we begin to show how to construct the general solution of a system of homogeneous linear equations with constant coefficients—that is, a system of the form

$$\mathbf{x}' = A\mathbf{x}, \quad (1)$$

where A is a constant $n \times n$ matrix. By analogy with the treatment of second order linear equations in Section 3.5, we seek solutions of Eq. (1) of the form

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\xi}e^{rt}, \quad (2)$$

where r and the constant vector $\boldsymbol{\xi}$ are to be determined. Substituting from (2) for \mathbf{x} in the system (1) gives

$$r\boldsymbol{\xi}e^{rt} = A\boldsymbol{\xi}e^{rt}.$$

Upon canceling the nonzero scalar factor e^{rt} we obtain $A\boldsymbol{\xi} = r\boldsymbol{\xi}$, or

$$(A - rI)\boldsymbol{\xi} = \mathbf{0}, \quad (3)$$

where I is the $n \times n$ identity matrix. Thus, to solve the system of differential equations (1) we must solve the system of algebraic equations (3). This latter problem is precisely the one that determines the eigenvalues and eigenvectors of the matrix A . Therefore the vector \mathbf{x} given by Eq. (2) is a solution of Eq. (1) provided that r is an eigenvalue and $\boldsymbol{\xi}$ an associated eigenvector of the coefficient matrix A . (中略) The eigenvalues r_1, \dots, r_n (which need not all be different) are roots of the polynomial equation

$$\det(A - rI) = 0. \quad (4)$$

The nature of the eigenvalues and the corresponding eigenvectors determines the nature of the general solution of the system (1).

HERMITIAN SYSTEMS. The situation is simplest when A is a Hermitian matrix. As stated in Section 7.3, the eigenvalues r_1, \dots, r_n are all real in this case. Further, even if some of eigenvalues are repeated, there is always a full set of n eigenvectors $\boldsymbol{\xi}^{(1)}, \dots, \boldsymbol{\xi}^{(n)}$ that are linearly independent (in fact, orthogonal). Hence the corresponding solutions of the differential system (1) are

$$\mathbf{x}^{(1)}(t) = \boldsymbol{\xi}^{(1)}e^{r_1 t}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}(t) = \boldsymbol{\xi}^{(n)}e^{r_n t}. \quad (5)$$

To show that these solutions form a fundamental set, we evaluate their Wronskian:

$$W[\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}](t) = \begin{vmatrix} \xi_1^{(1)} e^{r_1 t} & \dots & \xi_1^{(n)} e^{r_n t} \\ \vdots & & \vdots \\ \xi_n^{(1)} e^{r_1 t} & \dots & \xi_n^{(n)} e^{r_n t} \end{vmatrix} = e^{(r_1 + \dots + r_n)t} \begin{vmatrix} \xi_1^{(1)} & \dots & \xi_1^{(n)} \\ \vdots & & \vdots \\ \xi_n^{(1)} & \dots & \xi_n^{(n)} \end{vmatrix}. \quad (6)$$

First we observe that the exponential function is never zero. Next, since the eigenvectors $\xi^{(1)}, \dots, \xi^{(n)}$ are linearly independent, the determinant in the last term of Eq. (6) is nonzero. As a consequence, the Wronskian $W[\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}](t)$ is never zero; hence $\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}$ form a fundamental set of solutions. Thus when A is a Hermitian matrix, the general solution of Eq. (1) is

$$\mathbf{x} = c_1 \xi^{(1)} e^{r_1 t} + \dots + c_n \xi^{(n)} e^{r_n t}. \quad (7)$$

An important subclass of Hermitian matrices is the class of real, symmetric matrices. If A is real and symmetric, then the eigenvectors $\xi^{(1)}, \dots, \xi^{(n)}$ as well as the eigenvalues r_1, \dots, r_n are all real. Hence the solutions given by Eq. (5) are real valued. However, if the Hermitian matrix A is not real, then in general the eigenvectors have nonzero imaginary parts, and the solutions (5) are complex valued.

出典：(William E. Boyce, Richard C. DiPrima (1986), Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems, Wiley)

2. 以下の問題に解答せよ. 途中の計算過程や理由等は略さず明記すること.

$z := (z_1, z_2)$ を変数とする n 次斉次多項式の全体 $V := \{f \in \mathbb{C}[z_1, z_2] \mid f \text{ は } n \text{ 次斉次多項式}\}$ は $v_k = \frac{z_1^k z_2^{n-k}}{\sqrt{k!(n-k)!}}$ ($k = 0, \dots, n$) を基底とする \mathbb{C} 上の $n+1$ 次元ベクトル空間である. $a, b \in V$ を

$$a = \sum_{k=0}^n a_k z_1^k z_2^{n-k}, \quad b = \sum_{k=0}^n b_k z_1^k z_2^{n-k}$$

としたとき, 写像 $\langle -, - \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{C}$ を

$$\langle a, b \rangle := \sum_{k=0}^n k!(n-k)! a_k \bar{b}_k$$

で定義する. ただし各 a_i, b_i は複素数で \bar{x} は x の複素共役をあらわす.

(a) $\langle -, - \rangle$ について問いに答えよ.

- i. $\langle -, - \rangle$ がエルミート内積であることを示せ.
- ii. $\langle -, - \rangle$ を内積としたとき, v_k ($k = 0, \dots, n$) が V の正規直交基底であることを示せ.

(b) 行列式が 1 のユニタリ行列 $g = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SU(2)$ の z への作用を

$z \cdot g = (z_1, z_2) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (az_1 + cz_2, bz_1 + dz_2)$ とし, 写像 $U_{n,g} : V \rightarrow V$ を, $f \in V$ に対して $(U_{n,g}f)(z) = f(z \cdot g)$ と定義する.

- i. $U_{n,g} : V \rightarrow V$ が線形写像であることを示せ.
- ii. $U_{n,gh}f = U_{n,g}(U_{n,h}f)$ であることを示せ. ただし $g, h \in SU(2)$ とし gh は行列 g と h の積とする.
- iii. $v(z) = (c_1 z_1 + c_2 z_2)^n \in V$ (c_1, c_2 は複素数の定数) とすると, $U_{n,g}$ の作用でノルムが変化しない, つまり $\langle v(z), v(z) \rangle = \langle U_{n,g}v(z), U_{n,g}v(z) \rangle$ であることを示せ.

(c) $n = 2$ の場合について考える. 線形変換 $T : V \rightarrow \mathbb{C}^3$ を

$$e_1 := (1, 0, 0) = T\left(\frac{z_1^2}{\sqrt{2}}\right), \quad e_2 := (0, 1, 0) = T(z_1 z_2), \quad e_3 := (0, 0, 1) = T\left(\frac{z_2^2}{\sqrt{2}}\right)$$

で定める. このとき, (b) の線形写像 $U_{2,g}$ を相似変換した $TU_{2,g}T^{-1} : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ を行列を用いて表せ.

3. 数学教育についての以下の課題に答えよ (A4 用紙 3 枚程度, 図や表を含む)。

文部科学省「中学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説・数学編」(平成 29 年 7 月)において, 数学科の目標は次のように設定されている。

数学的な見方・考え方を働かせ, 数学的活動を通して, 数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

- (1) 数量や図形などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに, 事象を数学化したり, 数学的に解釈したり, 数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力, 数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察する力, 数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
- (3) 数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え, 数学を生活や学習に生かそうとする態度, 問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。

- (a) 学習指導要領に示されている第 2 学年の目標及び内容「D データの活用」から四分位範囲または箱ひげ図の単元を取り上げ, インストラクショナルデザインの諸理論を用いて授業 1 コマ分 (50 分) の学習目標と評価方法を設定しなさい。その際, 引用・参考文献の出典を明記すること。
- (b) (a) で設定した学習目標を達成するために「数学的活動」を取り入れた学習指導案を作成しなさい。
- (c) (b) で作成した学習指導案が学習指導要領および解説で述べられている「数学的活動」にどのように対応しているかを説明しなさい。

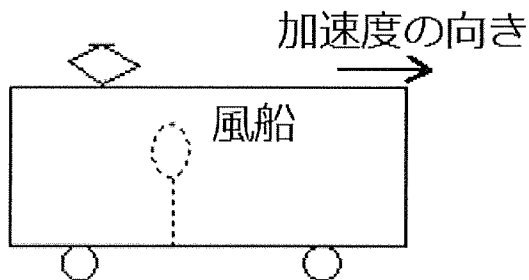
C 理科分野

以下の〈物理〉、〈化学〉、〈生物〉の各分野の問題から2分野を選んで解答せよ。

〈物理〉

次の文を読み、後の各問いに答えよ。解答は、A4用紙1枚程度で記せ。

下図のように、窓を閉じた電車が加速度運動をしている。電車の加速度は正の向きである。このとき風船はどのように傾くか、またこの電車のなかでひとすじの煙はどのようにふるまうかの2点について答え、その理由を、等価原理を踏まえて、高校生に説明をする必要がある場合には、どのように指導すればよいか示せ。教員を志望していない受験生は、市民講座などのサイエンス・コミュニケーション活動の場で、どのように解説するか、その具体案を示せ。



<化学>

次の問題の解答を、A4 用紙 1 枚にまとめて提出せよ。

1. 次の英文を読み、後の各問いに答えよ。

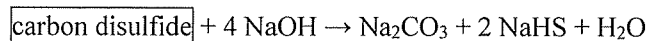
The history of human-made ① wood-based fibers dates back to 1884, when Swan dissolved nitrocellulose and then injected this solution into a regeneration bath to produce cellulose fibers with a wonderful shine, the first artificial silk. In the years to come, a variety of other processes were introduced and commercialized, such as the ② cuprammonium rayon process and—with large success—the viscose silk process. Soon after the discovery of viscose silk by Cross, Bewan, and Beadle in 1892, it conquered the markets and replaced artificial silks made from nitrocellulose and cuprammonium. In detail, Cross, Bewan, and Beadle explored the reaction of alkali cellulose and carbon disulfide to give cellulose xanthate. They realized that the produced cellulose xanthate is very soluble in dilute sodium hydroxide solution and can be converted after a processing step to cellulose fibers and films by exposure to an acidic bath. By the 1930s, a wide range of production facilities in the U.S. had started producing either viscose or other rayons. In general, the term rayon refers to a wide range of human-made cellulose fibers from different processes. Among those, the viscose process is nowadays the most important process to manufacture human-made wood-based fibers, with production volumes of several million tons per year. Although the basic principle is still the same as it was at the end of the 19th century, much progress has been made in the preparation of the alkali cellulose, the removal of ③ undesired impurities, and the procedures to obtain spinning dopes suitable for the production of high-quality fibers. Besides progress in fiber/film manufacturing, also the processes to recycle the used chemicals and remove them from the air have been improved significantly.

For instance, emissions by the largest viscose manufacturer in Europe, Lenzing AG, is at an extremely low level, which is a prerequisite considering that the plant site is located close to residential areas. ④ Since the demand for fibers is steadily growing and cotton plantations are more or less at the limit of potential land use, the only way to close the gap is to focus on wood-based fibers. The viscose process is certainly a part of the solution to this challenge.

(*J. Chem. Educ.*誌の論文より抜粋)

- 問 1 下線①の wood-based fiber の意味を、わかりやすく答えよ。
- 問 2 この文では「レーヨン」をどのように定義しているか。
- 問 3 下線②を付した cuprammonium rayon とはどのような方法か。説明せよ。
- 問 4 carbon disulfide はビスコースレーヨンの製造過程で用いられる重要な物質である。この物質の分子はどのような形か。VSEPR 則を用いて説明せよ。
- 問 5 carbon disulfide はビスコースレーヨンの製造過程で下式のように反応する。この反応

式から下線③を付した undesired impurities の 1 つは、ある有毒な気体であると予測される。この気体は何か。またその気体はビスコースレーヨンの製造過程におけるどのような工程で発生するかを説明せよ。



問 6 下線④の部分の内容が伝わるように言葉を補いながら意識せよ。

<生物>

1. 次の英文を読み、以下の問に答えよ。

The discovery of cells was made possible by the invention of the microscope in the 1590s by the Dutch spectacle makers Hans and Zaccharias Janssen (father and son). In the mid-to late 1600s, Antony van Leeuwenhoek of Holland and (a)Robert Hooke of England both made improvements on the Janssens' technology and used it to study living organisms. Van Leeuwenhoek discovered that drops of pond water teemed with single-celled organisms, and he made many other discoveries as he progressively improved his microscopes over a long lifetime of research. Hooke put pieces of plants under his microscope and observed that they were made up of repeated units (b)he called *cells*. (c)In 1676, Hooke wrote that van Leeuwenhoek had observed "a vast number of small animals in his Excrements which were most abounding when he was troubled with a Loosenesse and very few or none when he was well." This simple observation represents the discovery of bacteria – and makes one wonder why scientists do some of the things they do.

Sadava D, Hillis DM, Heller HC, and Berenbaum MR 著 “Life – The Science of Biology, 9th Edition” (2011) より引用

- 問 1. 下線部(a)の人物の生物学上の業績について、英文内に述べられていること以外のも
ものも含め、3行以内で説明せよ。
- 問 2. 下線部(b)のことを最初に記述した、この人物の著書は何か、答えよ。英語、日本語
のどちらで答えても構わない。
- 問 3. 下線部(c)を和訳せよ。
- 問 4. Leeuwenhoek ならびに Hooke がそれぞれ自作した顕微鏡を図に描き、それらの原理
を、それぞれ3行以内で説明せよ。

2. 次の英文を読み，以下の問に答えよ。

In contrast to the story above in which polio infection of mouse brain was dependent on the quasispecies resulting from lowered (a)fidelity replication, a different relationship has been proposed for the nidoviruses. These are also positive single-stranded polycistronic RNA viruses. This group of virus includes the coronaviruses (e.g. mouse hepatitis virus and SARS-associated coronavirus), which are the largest RNA viruses known (26-32 kb). It has been proposed that such large genomes have required the adaptation of a high-fidelity RNA polymerase in order to increase the error threshold and accommodate large RNA genomes. (b)Based on the phylogenetics of this polymerase and other RNA-processing enzymes, this group of viruses appears to be monophyletic and it is thought that the acquisition of a high-fidelity RNA replicase was central to the origin of this lineage. This type of replicase is unique to RNA viruses. The monophyletic view stems from an analysis of a small set of conserved genes. Overall, however, these larger genomes have many other genes that show no similarities to related viruses. The origins and evolution of these more diverse and numerous genes cannot be currently traced.

Domingo E, Parrish CR, Holland JJ 編 “Origin and Evolution of Viruses, 2nd Edition” (2008) より引用

- 問 1. 下線部(a)の fidelity とはこの場合どういう意味か， 3行以内で説明せよ。
- 問 2. コロナウイルスが，RNA ウイルスの中で最大のサイズをもつゲノムをどのように維持する戦略を編み出したのか，本文から読み解き， 3行以内で説明せよ。
- 問 3. 問 2 の回答にも関わらず，新型コロナウイルスに次々と変異株が現れるのはなぜだと考えられるか， 3行以内で説明せよ。
- 問 4. 下線部(b)を和訳せよ。