

側島 基宏 研究室

創域理工学部 数理科学科 准教授

そばじま もとひろ
側島 基宏 先生



取材後に藤村瞳威さん（中央）、宮本怜里さん（右）とともに

偏微分で数学研究という 大きな山の奥深くに分け入る

数学研究の中には、偏微分方程式という分野が存在する。微分は関数のグラフの傾きを考えるためのツールだが、関数には変数が多数存在する多変数関数というものがあり、これはそれぞれの変数ごとに微分を考えることができる。これが偏微分である。側島基宏先生は、この偏微分を主な研究対象としている。

生活の中にある「偏微分」

微分・積分の特徴を考えると、例えばエアコンの強・中・弱のように強さを分けるのが微分の考え方で、強くすれば早く冷え、弱ければゆっくりと冷えていく。時間をスライスした「瞬間の力」を求めるのが微分の考え方で、半面、1時間たった時に強では22度に冷えていた、弱では25度だったというような「継続の力」を表すのが積分である。一つの温度計でみれば「時間」だけの変数になるが、複数の温度計で経過観

察をすると同じ時間でも場所ごとに気温が違うので「空間」も変数になり、多変数関数を扱うことになるのだ。

「この『時間』と『空間』という2つの変数を同時に考えるときに多変数関数は非常に便利です。場所ごとの気温の変化（時間に関する微分）と、部屋の中の温度のムラ（空間に関する微分）の関係式がこの場合の『偏微分方程式』になります」と言う。

数学の奥深い山に登るためには 国語の理解力が重要

「大学に入り、数学を学ぼうとするとき、言葉による表現の重要さに気づくことがあります。私が学生の頃に教わったある先生は、『国語ができない人は数学をやめろ』と少し厳しすぎるくらいに言っていました。これは、数学は計算をするだけではない、きちんと文章を捉えられなければ、もし論理的な抜け穴があってもそれに気づくことができない。それを発見し正しく指摘できるようになる必要がある、と言っていたのだと思います。

実際に数学の教科書や論文などは、日本語でも外国語でも、状況を早く理解してもらえるようにそれほど難しい文法は使われないのです。しかし、長く研究してきた専門家にとっては当たり前のことでも、そのギャップを飛ばされてしまうと、入門者には理解できないことが多くあります。経験のある研究者であればその持っている基礎知識で俯瞰的に発展したところから

研究のキーワード

- 偏微分方程式
 - 楕円型偏微分方程式（私の主な興味はこの辺）
 - 放物型偏微分方程式（最近の研究フィールド）
 - 双曲型偏微分方程式（ちょっと前からやっている）
- * 関数不等式（イタリア人という調べていた。これは無視）

ここで、それぞれの型の方程式の代表例はこんな感じ

- 楕円型： $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f$ （円： $x^2 + y^2 = C$ ）
- 放物型： $\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f$ （放物線： $t - x^2 = C$ ）

【図1】側島研究室で考える偏微分方程式とはどんなものか

その内容を読み取ることができますが、学問の山のまだ下の方にいる学生には、全然その山が見えない状態になってしまう。研究室での発表でも、私の投げかけた質問に答えられない学生が、『本にそう書いてあるのにどこがいけないのか?』と困惑してしまうことがあるのです」と話す。

そのギャップを埋めるのが研究室で積み重ねる研究・学習ということになるのだろう。

数学にはなかなか解決できない難問がたくさんある

『アハラノフ・ボーム効果』という量子力学の現象があるのですが、とても不思議な現象で、物理系の研究者がまずその現象を見つけ、それを数学者が数式として再現しようとしてセッティングをしました。しかし、物理学側は、その設定は不可能だと言い、現実的な設定をしたところ、数学側はそれでは複雑すぎるとなって、何十年も試行錯誤が続いたことがありました。その課題については、のちにより方法が開発され、一応の解決は見たようです。物理学で扱われる現象は、実際に起こっていることを基準としますが、それを数学の理論として実現するのはとても困難を伴うものであり、そこがまた楽しいところでもあります。

数学で一度証明されたものが覆されることは基本的にありません。積分論の分野で、著名な研究者であるガウスにまつわる話で興味深いものがあります。ガウスが証明したある事柄について、ワイヤストラスがその証明に不備を指摘しました。その後、その問題はしばらくしてからルベークが学位論文としてまとめた理論が起点となって解決されました。この理論は『ルベーク積分論』として、現在の解析学を支えています。ガウスの時代にはできなかったことも、新しい理論が構築されていくことにより、そこにあった問題が解決されていったと言えるのではないのでしょうか。

自分で考え、創造する研究が数学だ

側島先生の研究スタイルでは、あまり他人の研究論文の細部の検証はしないという。興味のある論文については、序章などで概要を読み取り、そこでその論文を閉じ、自分ならどうするかを考え始めるのだ。

「そこで思いついたことをどんどんパソコンに書き込んでいきます。そこには自由帳のように「嘆きの言葉」などもあったりして、最初はなんでも書き込んで

別の見方で熱方程式を眺めてみる。

$$A = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

と思うと、熱方程式は「 $\partial_t u = Au$ 」だから、形式的に

$$u = e^{tA} \times \text{「}t=0\text{での}u\text{の値」}$$

と書きちゃおう・・・(無理やりすぎるけど)

この記法は、実は「作用素半群理論」でよく使われている。

(Hille-吉田-Lumer-Phillips-宮寺の理論という人もいる)

この理論によれば、

「 A (楕円型)のある性質を調べることと、熱方程式の解がもつ性質を調べることは同等」

→楕円型は面白い?(と勝手に思っている)

【図2】熱方程式にも色々な考え方がある

いくのです。研究室でも自宅でも、電車の中などでもその作業を繰り返します。途中で具体的な式などはあまり書かないのですが、式は頭の中で抽象化されていて、このピースとこのピースをつなげればできるはずと確信できた後に検証に入ります。それを整理していくと自然に原稿の形になっていくのです。あとは、学術雑誌に投稿して、掲載を祈るのみです」と話す。

修士課程1年の宮本怜里さんは「現在、熱伝導方程式についての研究を行っていますが、まだ教科書を読む段階から少し自分の計算もしてみようかというところなんです。数学の研究室にすれば楽しい計算にたくさん出合えると思います」と話してくれた。

同、藤村瞳威さんは「私は修士課程に入る時点でこの研究室に入ったので、まだまだ教科書を読んでいるところ、内容は粘性流体にまつわる方程式に関するものです。数学は高校まではよく暗記科目だと言われますが、大学では気になることをどんどん考えられる学問に変わります」と話してくれた。

側島先生は「この研究室では、修士1年の10月頃から学術論文を読み始めます。まずその前の夏に開かれる若い人たちが発表し合う研究集会に参加し、自分のやりたいことを探し、そのあと私と相談しながら自分がやりたいことを明確にしていきます。現在(修士1年の1月時点)はまだしっかりとの方針が固まる前の段階で、修士課程までは概ね私の下での研究、学習になると思います」と話す。

また、「数学系の研究者は特許のような利害に絡む事案が少ないです。そのため、誰かが考えついた手法を世界の誰が使っても構わない、という土壌があり、それが私の肌にはあっている気がします。考えることが好きだと思えるなら、本当に純粋に楽しめる研究だと思います」とも話してくれた。

太田 正人(ジェイクリエイト)

※学年等は取材当時のものです。