不確実な世界での予防行動を数理モデルで分析する

東京理科大学 経営学部 ビジネスエコノミクス学科 講師　岸下(きしした)　大樹(だいき)

■1．はじめに

社会科学は数理的な研究とはおよそ縁の遠いものだという印象を読者の皆さんの多くは持たれているかもしれません．しかし，今日の社会科学では数理モデルを用いた理論研究も日々行われており，そこでは，ミクロ経済理論・ゲーム理論が主要なツールのひとつとして頻繁に利用されています（それに加えて，データを用いた実証研究も幅広く行われています）．とはいえ，一体どのように分析が行われているのか，具体的なイメージはつかないのではないでしょうか．

そこで今回は，私の関心の一つである「不確実な世界で人々はどのように予防行動をするか」という問いを一つの例にして実際の分析を紹介することで，社会科学，とりわけ経済学で数理モデルを用いた研究がどのように行われているのかお見せしたいと思います．

何を題材とするか悩みましたが，ここでは予防行動の数理モデルを取り上げます（ちなみに私の専門の一つは，政治現象のゲーム理論を用いた分析でこちらも大変面白いのですが，ご紹介するのはまた別の機会にしたいと思います）．新型コロナウイルス感染症（COVID-19）の流行以降，私たちは様々な予防行動をとってきました（不要不急の外出の自粛・会食の自粛，マスク着用など）．感染症の流行に際して人々がどのようにして予防行動の水準を決めるかを理解することは，公衆衛生対策を考えるうえで重要なトピックですので，例として取り上げるのに適切だろうからです．

以下ではこの問題を，次の手順で分析していきます．まず手始めに，一人の意思決定として予防行動のモデル化を行います（2 節）．もっとも，ひとは一人で生きているわけではありませんから，実際には周囲の予防行動を見ながら自身の予防行動を決めるでしょう．そこで，こうした状況を分析するために，3 節では登場人物が二人のモデルに前述のモデルを拡張します．以上が基礎的な分析ですが，実はここまでの分析では，感染確率を人々が知っているということを仮定しています．しかし，それはあまり現実的とは思えません．では，感染確率がよくわからないという状況の中での予防行動はどうモデル化すればよいのでしょうか．そこで，4 節で，確率すらわからない不確実性のもとでの意思決定の理論を紹介します．そのうえで，5 節では 2 節の理論モデルを，6 節では 3 節の理論モデルを確率が未知な状況に拡張します．

以上の分析を通じて，社会現象を数理モデル化するとはどういうことか，どのように研究が進んでいくのかをご紹介できればと思っています．

なお，数理モデルと大仰に言ってはいますが，以降の分析で出てくる数学は，最大でも期待値の知識と二次関数の最大値に関する知識だけですので，安心して読んでください．それでは始めて行きましょう．

■2．予防行動の数理モデル

出発点として，一人のひと（A さんと呼ぶことにします）が，予防行動の度合いをどう決めるかの分析を始めましょう．

分析に当たり，「A は自身の**効用**（utility）が最大になるよう，最善の行動を選ぶ」と仮定します．ここで，効用とは A のうれしさを意味する専門用語です．もちろん，A が何からうれしさを感じるかは一概には言えませんが，何も仮定せずには分析を前に進めることはできません．そこで，そこそこ妥当な仮定として，次の効用を考えます：予防行動の度合い $e \in [0, 1]$ を選んで，COVID-19 に感染した場合，$-ce^2$，感染しなかった場合，$V-ce^2$ が A の効用となる．ここで，ce^2 は予防行動のコスト（$c>0$），$V>0$ は感染しなかった場合の利益を表します．予防行動は，感染確率を減らすことができます．例えば，感染しない確率が $p(e)=e$ と線形で書けると仮定すれば，効用の期待値は，

$$\underbrace{e}_{\text{感染しない確率}}\underbrace{(V-ce^2)}_{\text{非感染時の効用}}+\underbrace{(1-e)}_{\text{感染確率}}\underbrace{(-ce^2)}_{\text{感染時の効用}}$$

と表せます．A はこの効用の期待値の最大化を目的としているとしましょう（**期待効用最大化**）．

以上を経済学では，「モデルの設定」と呼びます．

仮定が違えば当然出てくる結論は変わります．脱線ですが，「数理モデルを使えば，打ち出の小槌のように正しい結論が出てくる」というわけではありません．「ある仮定の下で（それが真とすれば）正しい結論」を導けるだけに過ぎません．ですから，数理モデルの結論を評価する際には，どのようなメカニズムが背後にあるのか理解したうえで，どの仮定が本質的であり，その仮定は妥当といえるかどうかを吟味する必要があります．そうした吟味なしに結論を妄信しても，何も得るものはありません．

では，A はどの水準を選ぶでしょうか．さきほどの A の目的関数は二次の項の係数が負の二次関数ですから，その頂点は，

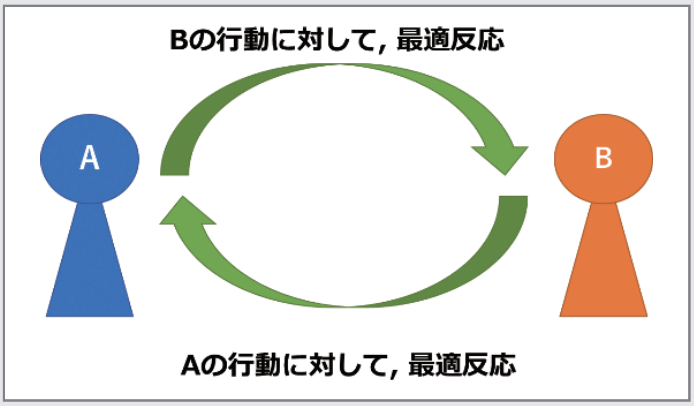
$$e=\frac{V}{2c}$$

です．これが，A の期待効用を最大にする予防行動の水準，すなわち A が選ぶと予測される予防行動の水準です（なお，V は十分小さいとし，端点解は無視します）．予防行動のコスト（c）が増加すると予防行動はされなくなり，感染しない便益（V）が大きいほど予防行動をするようになることが，この式からわかります．

リスク回避態度が予防行動に及ぼす影響に興味を持たれる方もいるかもしれません．一見するとリスクを回避したいひとほど，積極的に予防行動を行うように思えるでしょう．実は，理論的にはリスク回避度が高いことは予防行動の増加には必ずしもつながらないことが知られています．

■3．予防行動の戦略的相互作用

これで分析を終えてよいでしょうか．実はまだ不十分です．ひとは一人で生きているわけではないからです．いま A はパートナーの B と 2 人暮らしだとしましょう．もし B が感染すれば，家庭内感染してしまう可能性が高いでしょう．したがって，A と B がお互いに予防行動をしてはじめて大きな効果が出る（補完性がある）と考えられます．このような補完性を描写するために，A の感染しない確率は $e_A+e_Ae_B$，B の感染しない確率は $e_B+e_Ae_B$（e_i は i の予防行動水準）だとします．このとき，A にとって最適な予防行動の度合いは，B の予防行動に関する予測に依存し，B の予防行動の度合いもまた A の予防行動に関する予測に依存することになります．つまり，互いに相手の行動を読みあいながら予防行動の度合いを決めることになります．



【図 1】 ナッシュ均衡とは何か

このような複雑な状況を分析するために登場するのがゲーム理論です．数学者でもありノーベル経済学賞を受賞したジョン・ナッシュは，社会では「読みあいの結果，人々の行動が釣り合った状況」（**ナッシュ均衡**：Nash equilibrium）が生じるはずだと考えました**【図 1】**．（e_A^*，e_B^*）がナッシュ均衡であるとは，

条件［I］：B が e_B^* を選んでいることを前提として，A にとって最適な行動に e_A^* がなっている

条件［II］：A が e_A^* を選んでいることを前提として，B にとって最適な行動に e_B^* がなっている

ことを言います．ナッシュ均衡は，それがひとたび実現すれば，そこからひとりで逸脱しても利益がないという意味で安定的な状態になっています．例えば，A のインセンティブを考えましょう．条件［I］が成り立っているならば，B が e_B^* を取っている下で，A は e_A^* から逸脱するインセンティブを持ちません．同じことは B についても，条件［II］から言えます．したがって，ナッシュ均衡は，一人が単独で逸脱するインセンティブがないという意味で，安定的な状態を示していると解釈できるのです．

では，具体的にナッシュ均衡を求めてみましょう．B が e_B^* を選んでいることを前提とすれば，A にとって最適な行動は，

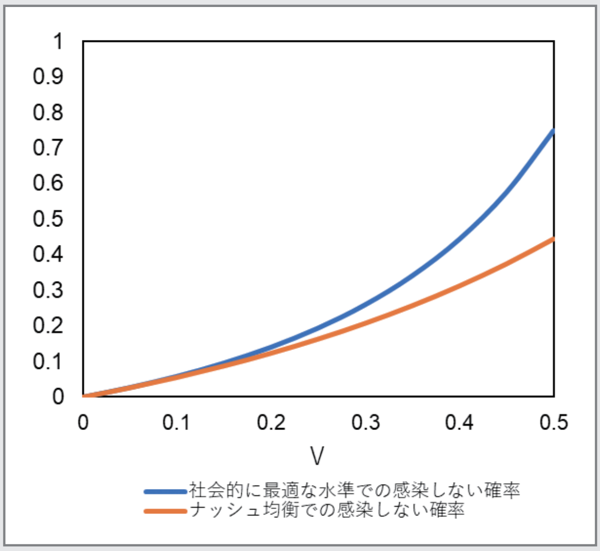
$$(e_A+e_Ae_B^*)(V-ce_A^2)+(1-e_A-e_Ae_B^*)(-ce_A^2)$$

を最大にする e_A です．上と同じように頂点を求めれば，

$$e_A^*=\frac{(1+e_B^*)V}{2c}\cdots(1)$$

が条件［I］です．同様にして，A が e_A^* を選ぶことを前提として，B にとって最適な行動を求めると，

$$e_B^*=\frac{(1+e_A^*)V}{2c}\cdots(2)$$



【図 2】 感染しない確率（$c=1$）

が条件［II］となります．条件［I］，［II］を満たすものは（1），（2）の連立方程式の解ですから，解くと，ナッシュ均衡は

$$e_A^*=e_B^*=\frac{V}{2c-V}$$

となることがわかります．

この均衡での予防行動は，社会的に見て最適な水準に達しているのでしょうか．A と B の期待効用の和を最大にする予防行動の水準を求めると，

$$e^S=\frac{V}{2c-2V}$$

となります．$e^S>e_A^*=e_B^*$ なので，2 人が均衡で選ぶ予防行動の水準は 2 人の効用和を最大にする水準よりも過小になってしまっています（**【図 2】**も参照してください）．なぜこのようなことが起きているのでしょうか．このことを理解するうえで重要な概念が，ミクロ経済学の鍵概念のひとつである**外部性**です．A の予防行動は B の感染確率を下げますが，この正の外部性（他者である B に与える正の効果）を考慮に入れずに，A は自身の予防行動の水準を決定します（B も同様）．その結果，各々が独立に予防行動の水準を決定すると過小になってしまうのです．

これまで，A と B がパートナーだと考えましたが，同様のことは社会全体でも成立します．ある人の予防行動は，他者の感染確率を低下させますが，そのことは各自が予防行動の水準を決定するときには考慮されません．そのため，社会の構成員が各々独立に予防行動の水準を決定すると社会的に見て過小な予防行動しか行われなくなってしまうのです．このことは，感染症対策を各自の自主性に任せるべきではなく，政府の介入が必要であることの潜在的な理由の一つを提示していると解釈できます．

このようにして，人々の間の戦略的な相互作用をも，数理モデルを用いて分析することができるのです．

■4．ナイトの不確実性の下での意思決定の理論

ここまでのモデルでは，感染する確率を A や B が正確に知っていると仮定していました．しかし，確率を知っているという仮定は妥当でしょうか．確率もわからないような不確実性（経済学者フランク・ナイトの名をとって**ナイトの不確実性**（Knightian uncertainty），あるいは曖昧さ（ambiguity）と呼ばれる）に人々が直面している場合も多いはずです．とはいえ，「確率がわからなかったとしても，確率を予想して行動するはずだから，結局上と同じような分析になるはずだ」と思うかもしれません．興味深いことに，確率がわからないときの行動はそのように単純化できないことを，ダニエル・エルスバーグが明らかにしています[1]（**エルスバーグのパラドクス**）．彼は次のような実験を考えました．

いま，あなたの目の前に一つの袋があります．この袋には，赤・黒・黄の 3 色のボールが入っていて，1/3 が赤玉であることはわかっていますが，黒と黄の割合は不明です．それでは，次の 2 つのギャンブルのどちらを選ぶでしょうか？

ギャンブル I　赤玉が出たら 1000 円
ギャンブル II　黒玉が出たら 1000 円

多くの人は，ギャンブル I を選びます．では，以下の 2 つのギャンブルならどちらを選ぶでしょうか？

ギャンブル III　赤玉か黄玉が出たら 1000 円
ギャンブル IV　黒玉か黄玉が出たら 1000 円

多くの人は，ギャンブル IV を選びます．読者の皆さんの多くも同様の選択をされたかもしれません．しかし，この選択は「効用の期待値を最大にする」（期待効用最大化）というこれまで仮定してきた行動原理からは説明できないのです．

黒玉の割合を p と予想しているとします．1000 円もらった時の効用を $u(1000)$ と書くと（何ももらえないときの効用は 0 とします），I が II よりいいと思うということは，

$$\frac{1}{3}u(1000)>pu(1000)\Leftrightarrow p<\frac{1}{3}$$

と考えているということです．しかし，$p<1/3$ と考えている場合は，

$$(1-p)u(1000)>\frac{2}{3}u(1000)$$

となるので，III が IV よりも望ましいはずです．つまり，上記の選択は期待効用最大化とは矛盾します．

このような選択の背景にあるのは，ナイトの不確実性を嫌う傾向です．まず，I と II を見比べた時，I では賞金が当たる確率が 1/3 と分かっていますが，II では分かりません．そのため，確率が既知の I を好んでいます．一方，III と IV を見比べた場合は，III では賞金が当たる確率は（黄玉の割合が不十分なので）未知ですが，IV では（黒と黄の合計は既知なので）賞金が当たる確率は 2/3 と分かっています．そのため，確率が既知の IV を好んでいるのです．

こうした洞察を踏まえ，経済学では，ナイトの不確実性下での意思決定の理論が発展してきました．最も有名なものはイツァーク・ギルボアとデイヴィッド・シュマイドラーによる**マキシミン期待効用理論**です[2]．この理論では，真の確率分布 p^* を人々は知らず，代わりに p^* の候補からなる集合 P を念頭に置いて選択をすると考えます．具体的には，候補となる分布 $p\in P$ それぞれに対して，期待効用 $E_p[u]$ を計算します．しかし，どれが真の分布かわからないので最悪の事態を想定して行動します．すなわち，最悪の分布の下での期待効用

$$\min_{p\in P}\ E_p[u]$$

を最大にするように行動するという理論です．

この理論を用いるとエルスバーグのパラドクスを解決できることを確認しましょう．いま黒玉の割合 p の候補の集合は，$P=[0, 2/3]$ です．II の下でのマキシミン期待効用は，

$$\min_{p\in[0,2/3]} pu(1000)=0$$

なので，確実に 1/3 の確率で 1000 円もらえる I を好みます．一方，III の下でのマキシミン期待効用は，

$$\min_{p\in\left[0,\ \frac{2}{3}\right]}(1-p)u(1000)=\frac{1}{3}u(1000)$$

なので，2/3 の確率で 1000 円もらえる IV を好みます．このように，マキシミン期待効用理論を用いれば，ナイトの不確実性を嫌う傾向を描写できるのです．

もっとも，この理論の仮定はやや極端であることもわかっています．現実には，全員が一様にナイトの不確実性を嫌っているわけではなく，それを好むひともいるのです[3]．このことを描写するため，

$$\alpha\min_{p\in P}\ E_p[u]+(1-\alpha)\max_{p\in P}\ E_p[u]$$

を最大にするように行動するという拡張も提案されています（α-**マキシミン期待効用理論**とよぶ）．ここで，$\alpha\in[0, 1]$ であり，$\alpha=1$ のとき，最悪の分布を考えるという意味で，ナイトの不確実性を嫌う人を表します．一方で，$\alpha=0$ のときは，逆に最高の分布を考えるという意味で，ナイトの不確実性を好む人を表すことになります．したがって，α はナイトの不確実性をどの程度嫌っているかの程度を表します．

■5．ナイトの不確実性と予防行動

COVID-19 は，ナイトの不確実性に人々が直面している好例でしょう．とりわけ初期の 2020 年ころは，そもそもどのような感染症かすらわからなかったわけですから，感染確率を計算することは困難でした．現在でも，ウイルスの変異なども踏まえれば，マスクを外すことでどの程度感染確率が上昇するかを明確に計算することは困難でしょう．

そこで，2 節で分析した一人の予防行動の意思決定の問題を応用して，ナイトの不確実性が予防行動に与える影響を分析してみます．感染しない確率は，$p(e)=\theta e$ と表されるとし，θ の値が $[k-\varepsilon,\ k+\varepsilon]$ のいずれかを取るとしましょう（$k>0$, $\varepsilon\in(0, \min\{k, 1-k\})$）．ただし，具体的に，この区間のどの値を θ がとるかを，人々は知らないとします．この状況に，α-マキシミン期待効用理論を適用すれば，人々は，

$$\alpha\min_{\theta\in[k-\varepsilon,\ k+\varepsilon]}\theta e(V-ce^2)+(1-\theta e)(-ce^2)$$

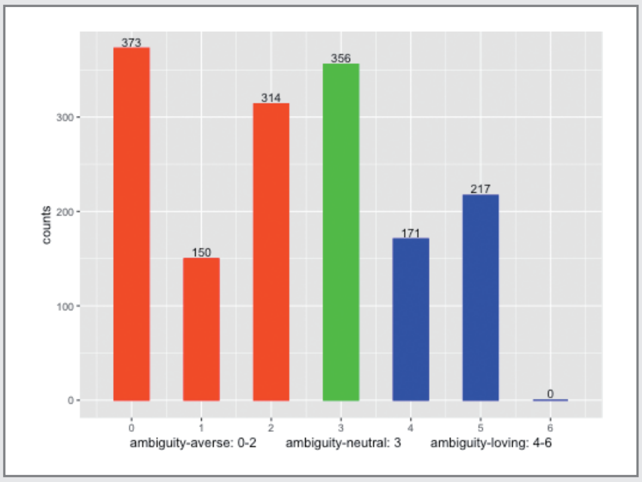
$$+(1-\alpha)\max_{\theta\in[k-\varepsilon,\ k+\varepsilon]}\theta e(V-ce^2)+(1-\theta e)(-ce^2)$$

を最大化するように予防行動の度合いを決定することになります．これまでと同じようにして頂点を求めれば，予防行動の水準は，

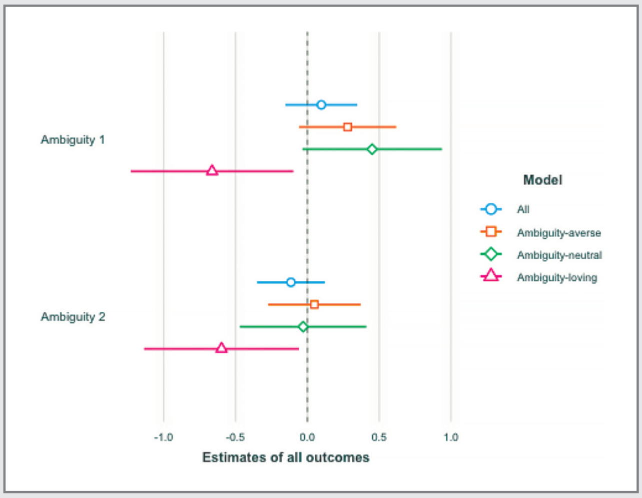
$$e=\frac{[k-\alpha\ \varepsilon+(1-\alpha)\varepsilon]V}{2c}$$

となります．

興味深いことに，ナイトの不確実性の増大（ε の増加）が予防行動に与える影響は，不確実性への態度（α の値）に依存しています．ナイトの不確実性を嫌う $\alpha>0.5$ のひとにとっては，ナイトの不確実性の増大は予防行動を減少させてしまいます．一方で，ナイトの不確実性を好む $\alpha<0.5$ のひとにとっては，ナイトの不確実性の増大は予防行動を増加させます．つまり，COVID-19 の特徴であるナイトの不確実性の存在は，それを好むひとの間のみで予防行動を刺激すると予測されます．



【図 3】 ナイトの不確実性への態度の分布[4)]



【図 4】 情報介入の効果[4)]

この性質を理解するために，極端なケースとして $\alpha=1$ と $\alpha=0$ の場合を考えてみましょう．$\alpha=1$ の場合，最悪の事態を想定して悲観的に行動しますが，最悪の事態とは，予防行動の効果が小さい（θ の値が小さい）状況です．ナイトの不確実性が増すにつれて，θ の値の下限もまた減少していきますから，予防行動の効果に懐疑的になり，予防行動を減らしてしまいます．一方で，$\alpha=0$ の場合，最高の事態を想定して楽観的に行動します．最高の事態とは，予防行動の効果が大きい（θ の値が大きい）状況です．ナイトの不確実性が増すにつれて，θ の値の上限は増加しますから，予防行動の効果に自信を持つようになり，予防行動を増やすのです．

ここまで読んで，「机上の空論なのでは？」と思ったひともいるでしょう．私たちは，2020 年の夏ごろ，この理論予測を検証するためにデータを収集しました[4)]．インターネット調査会社を用いたアンケート調査ですが，2 つの特徴があります．ひとつはナイトの不確実性への態度の測定です．エルスバーグのパラドクスに類する質問を用いて α の値を回答者ごとに測定しました．**【図 3】**を見てみてください．赤がナイトの不確実性を嫌うひとの人数，青が好むひとの人数，緑がいずれでもない（中立的な）ひとの人数を表しています．もうひとつの特徴は実験を含んでいることです．「COVID-19 の感染確率については専門家でもよくわかっていない」という情報を与えるグループと与えないグループを作り，回答者をランダムに割り当てたうえで，予防行動への意思を尋ねました．前者のグループの回答者の中での予防行動の意思と，後者のグループでのそれを比較することで，ナイトの不確実性の影響を推定することができるようになります．

結果を**【図 4】**に示しています．上記の理論予測と結果は整合的で，感染確率も不確実であるという情報を割り当てられることは，ナイトの不確実性を好む人の中でのみ，予防行動への意思を増大させました．もちろんこの結果のみをもって理論が現実をよく描写していると言い切ることはできませんが，少なくとも一定程度，実際のデータと整合性があるようです．

■ 6．ナイトの不確実性と予防行動の戦略的相互作用

ナイトの不確実性下の予防行動に関する理論予測が実証的にも支持されることを確認したところで，最後に，予防行動の戦略的相互作用にナイトの不確実性がどのように影響するかを分析してみましょう．前節の結果を素直に踏まえれば，ナイトの不確実性の増加は，それを好むひとの予防行動を増加させ，それを嫌うひとの予防行動を減少させる，という結果が引き続き成立しそうです．本当にそうなるか確かめてみましょう．

そのために，A，B 二人による予防行動の意思決定を再び考えてみます．A の感染しない確率は $\theta e_A+e_Ae_B$，B の感染しない確率は $\theta e_B+e_Ae_B$ で与えられるとし，先ほどと同様に θ の値が不明だとします．なお，A と B では，ナイトの不確実性への態度も異なるかもしれないので，α_i で i のナイトの不確実性への態度を表すとします．

3 節と同じように解くと，ナッシュ均衡（e_A^*，e_B^*）は次のように導出されます．e_A^* は，

$$\frac{2c[k-\alpha_A\ \varepsilon+(1-\alpha_A)\varepsilon]+V[k-\alpha_B\ \varepsilon+(1-\alpha_B)\varepsilon]}{(2c-V)(2c+V)}V$$

e_B^* は，

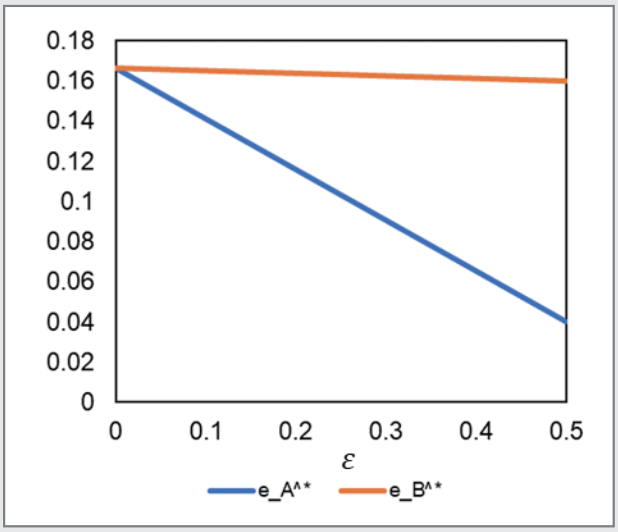
$$\frac{2c[k-\alpha_B\ \varepsilon+(1-\alpha_B)\varepsilon]+V[k-\alpha_A\ \varepsilon+(1-\alpha_A)\varepsilon]}{(2c-V)(2c+V)}V.$$

ここから２つのことがわかります．$\alpha_A>0.5>\alpha_B$ としましょう（A はナイトの不確実性を嫌う傾向があり，B はナイトの不確実性を好む傾向がある）．先ほど見たように，ナイトの不確実性が存在する下では，それを嫌うひとは予防行動を行いたがりません．その結果，$e_A^* < e_B^*$ が成立します．注目すべきは，ナイトの不確実性を嫌う A が予防行動を行いたがらないことが，B の予防行動の水準にも影響を及ぼすことです．α_A の上昇は，A の予防行動の減少をさせます．B の予防行動は，A の予防行動があってはじめて大きな効果を発揮しますから，これは B が予防行動をするインセンティブをも減らしてしまいます．その結果，B の予防行動をも減少させてしまうのです．

第二に，ナイトの不確実性の増大は，それを比較的好む B の予防行動をも減少させることがあります．具体的には，α_A が 1 に近く，α_B が 0.5 に近いときは，e_B^* は ε の減少関数となります．実際，**【図 5】**の数値例では，わずかに B の予防行動の水準も減少していることが見て取れます．これは，ナイトの不確実性が増大すると A の予防行動が減少し，それが B の予防行動をも減少させてしまうからです．

この節の最初で，素直に考えると 5 節の結果が維持されるだろうと記しました．ところがここでは，異なる結果も成立しうるというわけです．このように，戦略的な相互作用は，ナイトの不確実性が予防行動に与える影響を複雑にします．ただ「直観的に考える」だけでは，そうした複雑な状況を理解することはできません．複雑な状況であっても，どのようなメカニズムが社会現象の背後に存在するかを論理的に考察できることが，数理モデルを用いる利点なのです．

なお，予防行動は，COVID-19 への対策をはじめとする医療・健康に関するトピックス以外にも様々な文脈で重要な役割を果たします．我田引水になりますが，私自身も，国際環境問題[5] や事故リスクのある施設（発電所など）を運営する企業に対する安全規制[6] の文脈で，ナイトの不確実性の効果を分析しています．



【図 5】ナイトの不確実性が戦略的相互作用下の予防行動に与える効果（$\alpha_A=1$，$\alpha_B=0.4$，$k=0.5$，$V=1$，$c=2$）

■7．まとめ

本稿では，COVID-19 に対する予防行動を例にとりながら，社会について数理モデルを用いた分析をどのように行うかを見てきました．最も単純な一人の意思決定の分析から始まって，二人の間の戦略的相互作用の分析，ナイトの不確実性の導入と徐々にモデルを拡張することで，モデルから得られる含意が次第に豊かになっていく様子を味わっていただけたのではないかと思います．

もちろん，これらのモデルと現実の間にはギャップがあり，モデルは所詮，社会の一側面を取り出したものにすぎません．それでも複雑な社会を見る一つの眼鏡として，このようなアプローチは有用なものであると私自身は感じています．多くの方に，ミクロ経済理論やゲーム理論に基づく社会科学研究に興味を持っていただければ幸いです．

参考文献

1) Ellsberg, D. (1961). Risk, ambiguity, and the Savage axioms. *The Quarterly Journal of Economics, 75* (4), 643–669.
2) Gilboa, I., & Schmeidler, D. (1989). Maxmin expected utility with non-unique prior. *Journal of Mathematical Economics, 18* (2), 141–153.
3) Kocher, M. G., Lahno, A. M., & Trautmann, S. T. (2018). Ambiguity aversion is not universal. *European Economic Review, 101*, 268–283.
4) Kishishita, D., Tung, H. H., & Wang, C. Ambiguity and self-protection: evidence from social distancing under the COVID–19 pandemic. *The Japanese Economic Review*, forthcoming.
5) Kishishita, D., & Ozaki, H. (2020). Public goods game with ambiguous threshold. *Economics Letters, 191*, 109165.
6) Kishishita, D., & Sato, S. (2021). Optimal risk regulation of monopolists with subjective risk assessment. *Journal of Regulatory Economics, 59* (3), 251–279.