

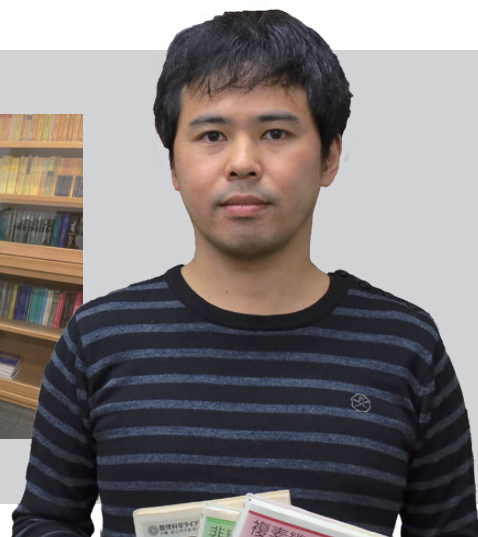
新田 泰文 研究室

理学部第二部 数学科 講師

にっ た やすふみ
新田 泰文 先生



研究室内デスクと本棚



「数学的予想」は楽しく、 幾何学は身近な場面で使われている

今日の車の運転ではカーナビゲーションがありがたいパートナーとなっている。そのシステムは人工衛星を使ったGPSなどを組み合わせた高度な計算上に成り立ち、自動運転の進化にも貢献している。そしてそこには幾何学が大きな役割を果たしているというのが、どんなところなのだろうか。

微分幾何学と複素幾何学で、 数学的に「曲がり方」を調べる

数学の中に微分幾何学・複素幾何学という研究分野がある。曲線や曲面の一般化である多様体と呼ばれる空間の幾何学が主な研究対象となり、特にその「曲がり方」（曲率という）に注目して、解析学や時には代数学の力を使って研究を行う分野である。

「その中で微分幾何学は、微分積分学を用いて図形の曲がり方を調べようとします。一般的な世界では直線は誰が見ても真っ直ぐで、円周や球面などは曲がっているものですが、球面は半径を大きくすればするほど、曲がっていることが見え難くなります。例えば、地球と地球儀の比較などのようなことで理解できるものであり、そういう曲がり方に着目して図形を調べるという研究です。ある曲線を与えられた時、その曲がり方はなぜそうなるのか？ という疑問を持ち、それを数学的に考えるのです」と新田先生は話す。

また、複素幾何学はさらに、素朴な実数の世界を超えて幾何学を考えるものである。高校2年生で複素数を学ぶが、これは2乗した解が「-1」になる虚数と

いうものを使って数学の世界を広げるものだ。2乗した解がマイナスになるという、実数の世界ではあり得ないものを「あるもの」と考えて計算を進めると、さまざまな計算がやりやすくなる数学上の世界がそこにあった。この微分幾何学と複素幾何学は別々のものというより不可分のものと言える。複素数は歴史的に見ると、当初は想像上の数、ありもしない数だったが、今は数学的に「そこにある」と説明できる数として理解されているそうだ。

研究について「研究するということは、まだ誰も知らないことを発見するということです。その発見に至る過程では、これまでに発見された何を利用しても構わないわけです。私の研究の中でも微分積分学などは道具として使用し、複素数の力も借ります。そして私なら幾何学の中で新しい定理を見つけ、証明し、確実なものにしていくのです」と語る。

自分が発見した新しい定理は自分以外の誰もまだ知らないことだが、数学者にとってその時点から新しい道具にもなり、すぐ次の発見に向けて使い始めていくそうだ。

「曲率」は身近な場所で使われている

曲率が利用される一例として高速道路の安全な設計を上げてみる。新しいジャンクションを設計し、例えば直角に交わる道路に交差点をつくろうとすると、直接、直角に交差させると大きな危険を伴う。そこで緩やかに徐々にハンドルを切り、ピークを超えたところ



高速道路の設計にも「曲率」が利用されている
引用： <https://publicdomainq.net/highway-road-0018798/>

ろで再び徐々に戻しながら合流点に到達するために、その間の変化を連続的に計算していく必要が出てくる。現在はこのなだらかな曲線の変化を幾何学的に具体化した『クロソイド曲線』というものを利用している。またカーナビで利用されるGPSでは、車載器から発信された電波が人工衛星に反射して戻ってくる情報を利用するが、地球は球体であり、衛星もその周りを移動する円運動、しかしカーナビは平面に表示されるものだ。

「地球上の道路と衛星間にはかなりの距離があり、本当は大きな誤差が生じているのですが、それを感じさせず、地形や路面の上下変化なども加えて連続的に調整するために、目に見えないところで『曲率』の理論が使われているのです」と話してくれた。

「Yau-Tian-Donaldsonの予想」の証明に向けて

複素幾何学には「Yau-Tian-Donaldsonの予想」というよく知られた予想がある。新田先生はこの予想に関わる研究を行っている。

数学者の中では、幾何学と代数学、あるいは幾何学と解析学というように、数学の中で他の学問分野との間に何かの関係があることが見つかるに興味深いと考えることがあり、Yau-Tian-Donaldsonの予想はそのようなことに関わるものである。

微分幾何学における「曲率」が特殊な条件を満たした時、代数幾何学分野の「安定性」と結びついているという考え方がある。曲率がある種の特別な条件を満たすと、代数幾何学的に「安定」になる。またその逆も成り立つ、というものであり、この「安定性」は代数幾何学に由来する概念だ。

「このような関係性が認められることは、昔から、現象としては成り立っているらしいことが知られていました。それらのことを数学的な形につくり上げていったものがこの『予想』なのです」と言う。Yauが提唱し、



卒業研究などの対象となる専門書

TianやDonaldsonが代数幾何学的に定式化して整備したためにこの名称で呼ばれており、特殊なケースではいくつかの研究により、これが成り立つことが証明されてきた、というのが今日の研究の状況である。

数学を研究することで、 正確な説明力を身につけさせたい

今年度の新田研究室では、大学4年生の卒業研究は概ね微分幾何学または複素多様体論をテーマとしてゼミを行っている。テキストは学生自身が選択し、教科書的な書籍が使用されている。今年は微分幾何学的なテーマが1人、代数幾何学が、少し異なるテーマで2グループ・3人となった。火曜日18時から21時10分まで、3グループの全員が集まり、それぞれ1時間程度の発表を行っている。

修士1年生は2人で、火曜日午後に同じテキストを使用して交代で講読、発表等を行う。修士になると、疑問を持つ部分や、既存の考え方と自分の考えにギャップを感じる部分も多くなり、問題提起と議論を行いながら読み進められるようになる。2人とも見落としている場合や、進行方向に大きく関わるころでは、新田先生が教員として指導的発言をする場合もあるが、基本的に学生同士で行ってもらっているようにしている。

「私は学生にはどんな進路を選ぶにしても『人に伝える』ことの重要性を教えていきたいと思っています。研究者となって発表をするにしても、社会に出て活動をするにしても、自分のことを人に伝えるのは、その世界ではっきりとした評価となって返ってくるからです。我々が今勉強しているのは数学ですが、その中で自分の言いたいことを正確に説明できる力を、学生のうちに身につけておくことが大切だと思うのです」と話してくれた。

太田 正人（ジェイクリエイト）